Rima Grabauskaitė, Birutė Jakavonienė,
Kazimieras Lipskis

PASIRENGIMO BAIGIAMIESIEMS EGZAMINAMS MEDŽIAGA



FIZIKA I

Rima Grabauskaitė, Birutė Jakavonienė,
Kazimieras Lipskis

PASIRENGIMO BAIGIAMIESIEMS EGZAMINAMS MEDŽIAGA

FIZIKA I

TEV

VILNIUS 2006

UDK 53(075.3)
Gr-03

Recenzavo doc. dr. *Romas Baubinas*

Redaktorė *Julija Rita Klimkienė*

Programinė įranga: *Rolandas Jakštys, Tadeuš Šeibak*

Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*

Maketavo *Nijolė Pragarauskienė*

Konsultantas *Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė www.tev.lt

ISBN 9955-680-50-4

TURINYS

PRATARMĖ

Fizika – mokslas, supažindinantis mus su pagrindiniais gamtos dėsniais, mokantis pastebėti juos supančioje aplinkoje ir taikyti praktinėje veikloje.

Mokykloje mokantis fizikos, ir ne tik jos, diegti mokinių loginio mąstymo įgūdžius labai padeda uždavinių sprendimas. Tik sprendžiant uždavinius išmokstama sukurti reiškinio modelį, teisingai suvokti uždavinio sąlygą, sudaryti jo sprendimo algoritmą, palaipsniui lavėja mokinių fizikinis mąstymas, dingsta nepasitikėjimo savo žiniomis kompleksas.

Šioje dviejų dalių mokomojoje priemonėje stengėmės padėti išmokti spręsti fizikos uždavinius; jos turinys atitinka fizikos brandos egzaminų programą. Pirmojoje dalyje aptariamos šios fizikos kurso dalys: mechanika, molekulinė fizika ir termodinamika, elektrostatika, nuolatinė elektros srovė. Antrojoje dalyje – magnetinis laukas, elektromagnetinė indukcija, svyravimai ir bangos, optika, modernioji fizika, astronomija.

Kiekvieno knygos skyriaus pradžioje glaustai pateikta teorinė medžiaga. Sunkesni klausimai aptarti nuodugniau ir plačiau.

Pateikta daug uždavinių sprendimo pavyzdžių (apie trečdalis uždavinių išspręsti) ir uždavinių, kuriuos mokiniai turi spręsti patys. Uždavinių atsakymuose pateiktos ne tik skaitinės vertės, bet ir galutinės formulės, brėžiniai. Dalis uždavinių originalūs, sukurti pačių autorių; kai kurie metodiniu požiūriu naudingi uždaviniai sukurti skirtingų autorių, kurių išvardyti neįmanoma, nes tie uždaviniai, keliaudami iš uždavinyno į uždavinyną, jau seniai tapo anoniminiais.

Per fizikos brandos egzaminą abiturientams tenka atsakyti į 30 testo klausimų ir pateikiamos 7 kompleksinės užduotys. I knygelės dalyje pateikėme testų pavyzdžius, II dalyje – kompleksines užduotis.

Tikimės, kad knygelė bus naudinga vyresniųjų klasių mokiniams, abiturientams, fizikos mokytojams ir visiems, kas nori išmokti spręsti fizikos uždavinius.

Linkime sėkmės!

Autoriai

Bendri metodiniai nurodymai

Prieš pradedant spręsti fizikos uždavinius reikia gerai išnagrinėti uždavinio sąlygą, apgalvoti, kokias formules ar lygtis reikės naudoti, kokius dydžius rasti iš lentelių, susidaryti sprendimo planą. Labai svarbu tinkamai užrašyti sutrumpintą uždavinio sąlygą: visus vartojamus dydžius pervesti į SI vienetų sistemą, skaičius užrašyti standartiniu pavidalu (su eile), tinkamai parinkti simbolius sąlygoje duotiems ar ieškomiems dydžiams įvardyti.

Kai uždavinys sudėtingas, tenka naudotis ne viena formule, o keletu, ir uždavinį spręsti keliais etapais. Tada patartina visus skaičiavimus palikti pačiai uždavinio pabaigai, o ne skaičiuoti kiekvieną dydį atskirai. Taip sutaupoma laiko ir uždavinio atsakymas būna tikslesnis, nes apvalinant skaičius keletą kartų, galutinis atsakymas vis labiau tolsta nuo tikrojo. Gavus sudėtingą (ar nelabai) raidinę išraišką, pavyzdžiui:

$$\frac{2\pi(R_{\check{Z}}+h)}{T}=\sqrt{\frac{G\cdot M_{\check{Z}}}{R_{\check{Z}}+h}}, \tag{1}$$

kur nežinomasis yra dirbtinio Žemės palydovo (DŽP) apskriejimo aplink Žemę periodas T, veiksmus reikėtų atlikti šia tvarka: pirmiausia pertvarkyti šią išraišką taip, kad ji įgytų pačią paprasčiausią formą (abi puses pakelti kvadratu, suprastinti vienodus dydžius) ir išreikšti ieškomą dydį T:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{(R_{\check{Z}}+h)^3}{G\cdot M_{\check{Z}}}}. \tag{2}$$

Gauti tokią ieškomo dydžio išraišką, kaip (2), būtina, nes reikės nustatyti, kokiais vienetais matuojamas ieškomasis dydis. Norint, kad „nepasimestų“ dydžių matavimo vienetai, vienetų skaičiavimą galima atlikti atskirai. Ieškomą dydį ir galutinę formulę apgaubę laužtiniais skliaustais pažymime, kad toliau atliksime veiksmus ne su skaičiais, o su jų matavimo vienetais (šie veiksmai turi kai kurių ypatumų, pvz.: kg + kg $\neq$ 2kg, o kg + kg = kg; N − N $\neq$ 0, o N − N = N ir pan.):

$$[T]=\left[2\pi\sqrt{\frac{(R_{\check{Z}}+h)^3}{M_{\check{Z}}G}}\right]=\sqrt{\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}\cdot\dfrac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}}}=\sqrt{\frac{\mathrm{m}\cdot\mathrm{kg}}{\mathrm{N}}}=\sqrt{\frac{\mathrm{m}\cdot\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{kg}}}=\sqrt{\mathrm{s}^2}=\mathrm{s}. \tag{3}$$

Atlikę vienetų skaičiavimą (kaip parodyta (3)), gauname dvigubos naudos: nustatome ieškomo dydžio matavimo vienetus ir pasitikriname, ar mūsų gauta formulė, šiuo atveju (2), yra teisinga. Jeigu skaičiuojant vienetus būtų gauta ne sekundė, o kitoks vienetas, tai reikštų, kad sprendžiant

padaryta klaida, todėl neverta atlikti skaičiavimų prieš tai neištaisius klaidos. Jeigu gautas teisingas ieškomo dydžio matavimo vienetas, galima atlikti skaičiavimus ir neabejoti savo sprendimo teisingumu.

Kartais uždaviniuose vartojami įvairūs medžiagų parametrai – tankis, savitoji šiluma, savitoji varža ir kt. Tie duomenys pateikiami sąlygoje arba randami uždavinynų prieduose. Šioje knygoje panaudoti duomenys iš mokyklinio uždavinyno: *A. Rymkevičius*. Fizikos uždavinynas IX–XII klasei, Kaunas, „Šviesa“, 1992. Pasinaudojus kitų vadovėlių lentelėmis, galimi atsakymų nesutapimai.

Daugelis fizikinių dydžių yra vektoriniai – greitis, pagreitis, jėga ir kt. Sprendžiant fizikos uždavinius su vektoriniais dydžiais, svarbu mokėti juos tinkamai užrašyti ir pavaizduoti aiškinamuosiuose brėžiniuose.

Simboliais $\vec{F}, \vec{a}, \vec{v}$ žymimi vektoriai, t. y. dydžiai, kurie apibūdinami ne tik jų skaitine verte, bet ir kryptimi erdvėje. Brėžiniuose vektorinius dydžius būtina žymėti simboliais su rodyklėlėmis, tačiau būtų neteisinga rašyti, pvz., taip: $\vec{F} = 100$ N. Šiuo atveju vienoje lygybės pusėje yra vektorius, o kitoje – tik skaičius, kuriam negalima priskirti krypties. Vektorinių dydžių vertes (modulius) užrašome tais pačiais simboliais, tik be rodyklėlės viršuje, pvz., vektorinių dydžių $\vec{F}, \vec{a}, \vec{v}$ moduliai (skaitinės vertės) žymimi simboliais F, a, v. Tad teisinga būtų rašyti taip: $F = 100$ N.

Dažniausiai fizikos uždaviniai lengviau sprendžiami naudojantis projekcijų metodu. Šiuo atveju reikia pasirinkti x ir y ašių kryptis taip, kad kuo daugiau vektorinių dydžių būtų lygiagretūs arba statmeni pasirinktoms ašims. Tada visos lygtys ir formulės įgauna paprasčiausiai sprendžiamas išraiškas. Sutarta vektorinių dydžių projekcijas žymėti tais pačiais simboliais, kaip ir vektoriai, tik be rodyklėlės viršuje, o su ašies nuoroda (arba be jos, kai visi uždavinyje minimi vektoriai yra lygiagretūs), pvz.: vektorių $\vec{F}, \vec{a}, \vec{v}$ projekcijos žymimos F_x, F_y; a_x, a_y; v_x, v_y arba tiesiog F, a, v. Vektorių projekcijos gali būti teigiamos arba neigiamos. Paprasčiausia projekcijos ženklą nustatyti taip: jeigu vektoriaus kryptis sutampa su atitinkamos ašies verčių didėjimo kryptimi, tai vektoriaus projekcija teigiama, ir atvirkščiai.

I. MECHANIKA

Mechanika – tai fizikos šaka, nagrinėjanti paprasčiausią materijos judėjimo formą – *mechaninį judėjimą*, t. y. kūno padėties kitimą kitų kūnų atžvilgiu.

Kūnas, kurio atžvilgiu nagrinėjamas kito kūno judėjimas, vadinamas *atskaitos kūnu*, o koordinačių sistema, susieta su atskaitos kūnu, vadinama *atskaitos sistema*. Jei galima nekreipti dėmesio į kūno matmenis (kai jie palyginti maži) ir formą, tai jį galima nagrinėti kaip *materialųjį tašką*.

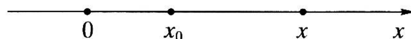
Linija, kurią nubrėžia judantis materialusis taškas, vadinama judėjimo *trajektorija*. *Keliu* vadinamas trajektorijos ilgis. Kūno *poslinkio vektoriumi* arba *poslinkiu* vadinama kryptinė tiesės atkarpa, jungianti pradinę kūno padėtį su jo galine padėtimi. Poslinkio modulis atitinka įprastą atstumo sąvoką.

Mechanikoje svarbiausia išmokti nustatyti judančio kūno padėtį bet kuriuo laiko momentu. Atsižvelgiant į tai, kokio pobūdžio sprendžiami uždaviniai, mechanika skirstoma į *kinematiką*, *dinamiką* ir *statiką*. Į valstybinio egzamino programą statika neįtraukta, tik kai kurie jos elementai nagrinėjami dinamikos skyriuje.

1. Kinematika

Kinematika – tai mechanikos skyrius, kuriame tyrinėjamos įvairios judėjimo rūšys, nenagrinėjant judėjimą sukėlusių priežasčių. Aptarsime tris judėjimo formas: *tolyginį tiesiaeigį judėjimą*, *tolygiai kintamą judėjimą* ir *tolygų sukimąsi*.

Tolyginis tiesiaeigis judėjimas – tai toks judėjimas, kai kūnas juda išilgai tiesės, per vienodus laiko tarpus įveikdamas vienodas kelio atkarpas.



1.1 pav.

Su atskaitos tašku 0 susietos vienmatės koordinačių sistemos x ašį nukreipkime išilgai judėjimo krypties. Jei x_0 – pradinė kūno koordinatė ir per laikotarpį t jis atsidūrė taške, kurio koordinatė x, tai poslinkis

$$r_x = x - x_0. \tag{1.1}$$

Poslinkis r_x gali būti ir teigiamas, ir neigiamas, žiūrint kokia yra judėjimo kryptis. Tuo tarpu kelias s – trajektorijos ilgis – esti tik teigiamas dydis. Jei judama tik viena kryptimi, tai $s = |r_x|$. Jei kūnas į vieną pusę pasislinko atstumu r_{x1}, o po to į kitą pusę atstumu r_{x2}, tai jo poslinkis bus $r_x = r_{x1} - r_{x2}$, o nueitas kelias $s = r_{x1} + r_{x2}$.

Kūno greitis

$$v_x = r_x/t = (x - x_0)/t. \tag{1.2}$$

Greitis, kaip ir poslinkis, gali būti teigiamas arba neigiamas. Jei domina tik greičio modulis, tai v išreiškiamas šitaip:

$$v = s/t. \tag{1.3}$$

Naudojantis iš (1.2) lygties išvesta formule, galima apskaičiuoti kūno koordinatę bet kuriuo laiko momentu:

$$x = x_0 + v_x t. \tag{1.4}$$

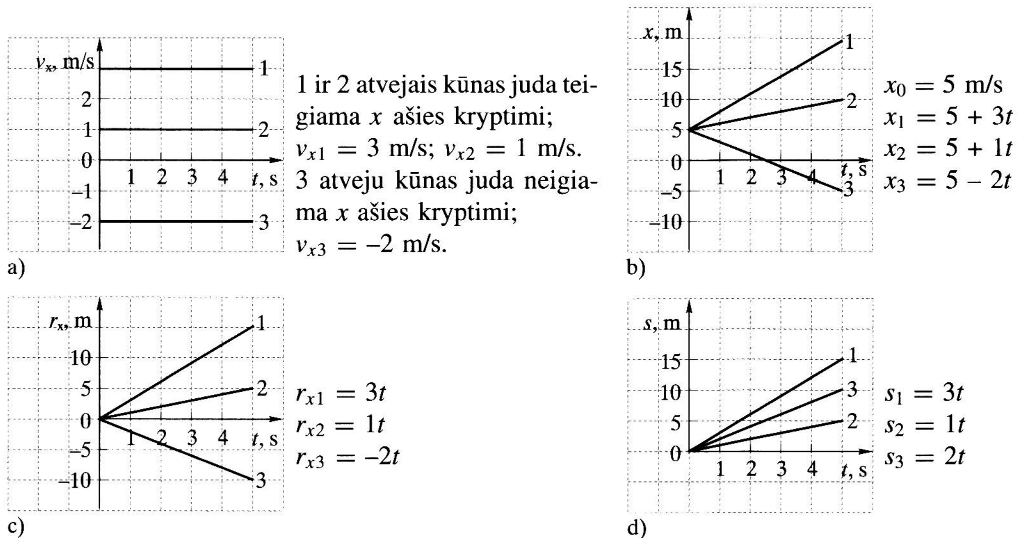
1.2 pav. pateiktos diagramos, iliustruojančios greičio (a), koordinatės (b), poslinkio (c) ir kelio (d) formules.

Iš greičio grafiko galima rasti kūno poslinkį ir kelią, nueitą per tam tikrą laiką. Poslinkį nusako formulė $r_x = v_x t$; skaitine reikšme jis lygus plotui tokio stačiakampio, kurio viena kraštinė atitinka judėjimo greitį, kita – judėjimo trukmę.

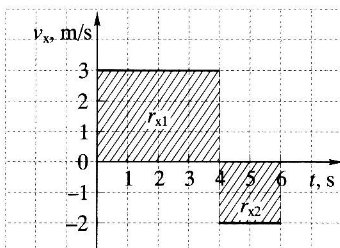
1.3 pav. pateiktas kūno judėjimo greičio grafikas: pirmąsias 4 s kūnas juda teigiama x ašies kryptimi greičiu 3 m/s, po to 2 s neigiama x ašies kryptimi greičiu –2 m/s. Atitinkamą poslinkį ir kelią rodo užbrūkšniuoti ploteliai r_{x1} ir r_{x2}.

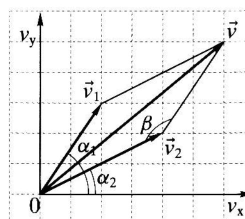
Skaičiuojant poslinkį, plotelis r_{x1} = 3 m/s × 4 s = 12 m gaunamas teigiamas, o plotelis r_{x2} = –2 m/s × 2 s = –4 m – neigiamas. Tad visas poslinkis bus r_x = 12 – 4 = 8 m.

Skaičiuojant nueitą kelią sumuojami abu ploteliai, net jei judėjimo kryptys ir priešingos. Nueitas kelias s = 12 + 4 = 16 m.



1.2 pav.





1.3 pav. **1.4 pav.**

Jei kūnas tuo pat metu juda keliomis skirtingomis kryptimis, tai dvimatėje koordinačių sistemoje jo judėjimo greičius ir poslinkius reikia sumuoti kaip vektorius, naudojantis kosinusų teorema; kai tie dydžiai statmeni vienas kitam, tinka Pitagoro teorema.

1.4 pav. parodyta, kad kūnas vienu metu juda greičiais $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}_2$, sudarančiais su x ašimi atitinkamus kampus α_1 ir α_2. Suminis vektorius $\vec{v}$ randamas pagal lygiagretainio taisyklę, o jo modulis skaičiuojamas remiantis formule $v = (v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\beta)^{1/2}$; $\beta = 180^\circ - \alpha_1 - \alpha_2$.

Jei žinoma, kaip nuo laiko priklauso x ir y ($x = f(t)$ ir $y = f(t)$), tai judėjimo trajektorijos lygtį galima rasti išreiškiant y kaip x funkciją: $y = f(x)$.

Pastaba. Tais atvejais, kai nesvarbu, ar judėjimas vyksta išilgai x, ar išilgai y ašies, koordinates rodančių indeksų nežymima.

Tolygiai kintamas judėjimas – tai judėjimas pastoviu pagreičiu a. Jei per laikotarpį t kūno, judančio išilgai tiesės, greitis pakito nuo pradinio greičio v_{x0} iki galutinio greičio v_x, tai jo pagreitis

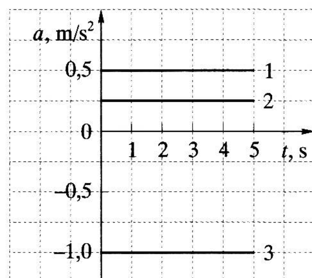
$$a_x = (v_x - v_{x0})/t. \tag{1.5}$$

Naudojantis šia lygtimi galima apskaičiuoti kūno greitį bet kuriuo laiko momentu:

$$v_x = v_{x0} + a_x t. \tag{1.6}$$

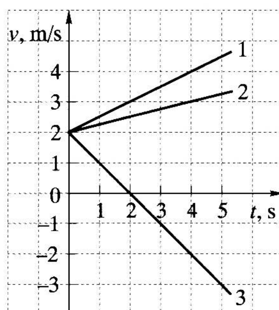
Poslinkis šiuo atveju išreiškiamas lygtimi

$$r_x = v_{x0}t + a_x t^2/2, \tag{1.7}$$



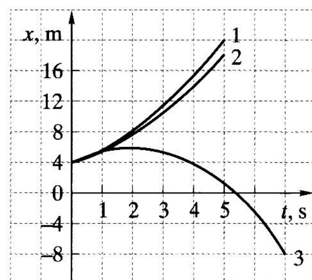
a)

1 ir 2 atvejais pagreitis nukreiptas teigiama x ašies kryptimi; $a_{x1} = 0{,}5$ m/s^2; $a_{x2} = 0{,}25$ m/s^2.
3 atveju pagreitis nukreiptas neigiama x ašies kryptimi; $a_{x3} = -1$ m/s^2.



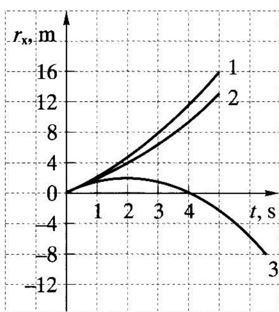
b)

$v_{x0} = 2$ m/s
$v_{x1} = 2 + 0{,}5t$
$v_{x2} = 2 + 0{,}25t$
$v_{x3} = 2 - t$



c)

$x_0 = 4$ m
$x_1 = 4 + 2t + 0{,}25t^2$
$x_2 = 4 + 2t + 0{,}125t^2$
$x_3 = 4 + 2t - 0{,}5t^2$



d)

$r_{x1} = 2t + 0{,}25t^2$
$r_{x2} = 2t + 0{,}125t^2$
$r_{x3} = 2t - 0{,}5t^2$

1.5 pav.

o koordinatė – lygtimi

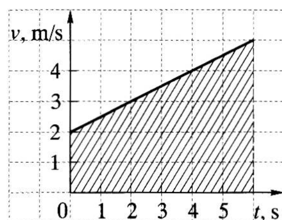
$$x = x_0 + v_{x0}t + a_x t^2/2. \quad (1.8)$$

1.5 pav. pateiktos diagramos, iliustruojančios pagreičio (a), greičio (b), koordinatės (c) ir poslinkio (d) formules.

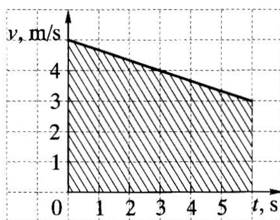
Kelią apskaičiuoti kebliau, nes laikui bėgant gali keistis judėjimo kryptis. Jei tiesiaeigio judėjimo metu greičio kryptis nesikeičia, tai poslinkio modulis lygus keliui. Tačiau jei judėjimo metu greičio kryptis keičiasi, tai judėjimą reikia skaidyti į atskirus etapus, kurių metu kūnas juda tik viena kryptimi. Kelias bus lygus poslinkių atskirais judėjimo etapais modulių sumai.

Ir tolygiai kintamo judėjimo atveju poslinkį bei kelią galima rasti iš greičio grafiko.

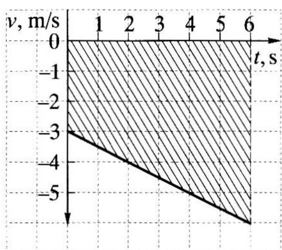
1.6 pav. diagramos iliustruoja greitėjančio ir lėtėjančio judėjimo atvejus. Jeigu nesikeičia greičio kryptis, tai (*a*, *b*, *c* diagramos) poslinkis ir kelias gali būti rasti kaip trapecijos (užbrūkšniuotas diagramos plotas) plotas: $v_{x0}t + (v_x - v_{x0})t/2$.



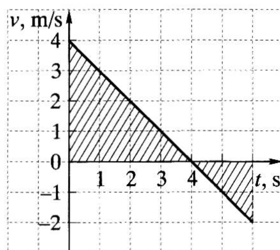
a)



b)



c)



d)

1.6 pav.

a) $v_{x0} = 2$ m/s; $v_x = 5$ m/s; $t = 6$ s; $r_x = s = 2{\cdot}6 + (5 - 2)6/2 = 21$ m.

b) $v_{x0} = 5$ m/s; $v_x = 3$ m/s; $t = 6$ s; $r_x = s = 5{\cdot}6 + (3 - 5)6/2 = 24$ m.

c) $v_{x0} = -3$ m/s; $v_x = -6$ m/s; $t = 6$ s; $r_x = -3{\cdot}6 + (-6+3)6/2 = -27$ m; $s = |r_x| = 27$ m.

Jei judėjimo metu greičio kryptis kinta, tai poslinkį ir kelią galima rasti kaip užbrūkšniuotų trikampių plotus (d diagrama). Tačiau kelią sudaro tų trikampių plotų suma, o poslinkį – skirtumas.

<u>1 trikampis:</u> $v_{x0} = 4$ m/s; $v_x = 0$; $t = (4 - 0) = 4$ s; $r_{x1} = s_1 = (4{\cdot}4)/2 = 8$ m.

<u>2 trikampis:</u> $v_{x0} = 0$; $v_x = -2$ m/s; $t = (6 - 4) = 2$ s; $r_{x2} = -(2{\cdot}2)/2 = -2$ m; $s_2 = |r_{x2}| = 2$ m.

Visas poslinkis $r_x = 8 - 2 = 6$ m; visas kelias $s = 8 + 2 = 10$ m.

Pastaba. Kaip ir tolyginio tiesiaeigio judėjimo atveju, kai nesvarbu arba nepabrėžiama, kurios ašies kryptimi judama, koordinačių indeksų galima nežymėti.

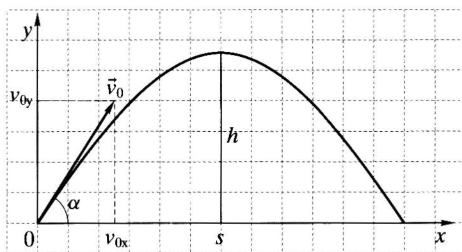
Laisvasis kūnų kritimas (arba kilimas) – tai kūnų judėjimas Žemės traukos (arba gravitacijos) lauke pastoviu pagreičiu $g = 9{,}8$ m/s^2 = 10 m/s^2. Taip būna tik tuo atveju, kai nėra oro pasipriešinimo. Tai atskiras tolygiai kintamo judėjimo atvejis, aprašomas analogiškomis kaip 1.5, 1.6, 1.7, 1.8 lygtimis, tik pakeitus žymėjimus. Atskaitos kūnas paprastai siejamas su y ašimi, tad kūno koordinatė imama y, greitis v_y, pagreitis, kaip jau minėta, g, poslinkis (kilimo ar kritimo aukštis) h, o nueitas kelias, kaip ir anksčiau, s. Tad gaunama:

$$v_y = v_{y0} + gt; \quad h = v_{y0}t + gt^2/2; \quad y = y_0 + v_{y0}t + gt^2/2. \tag{1.9}$$

Poslinkis h gali sutapti su keliu s, gali ir nesutapti. Pvz., jei aukštyn išmestas kūnas pakilo į aukštį h_1, o po to nukrito, tai poslinkis bus lygus nuliui ($h = h_1 - h_1 = 0$), o kelias turės didesnę reikšmę ($s = h_1 + h_1 = 2h_1$).

Aptarkime kampu α į horizontą mesto kūno judėjimą, nepaisydami oro pasipriešinimo.

Pradinį greitį v_0 išskaidome į dvi dedamąsias: $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ ir $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$.



1.7 pav.

Stačiąja kryptimi vyksta tolygiai kintamas (kūnui kylant – lėtėjantis, krintant – greitėjantis) judėjimas, aprašomas lygtimi $y = v_0 t \sin\alpha - gt^2/2$.

Gulsčiąja kryptimi vyksta tolyginis tiesiaeigis judėjimas greičiu $v_0 \cos\alpha$. Lėkio tolis s bus $s = v_0 t \cos\alpha$.

Kylančioje trajektorijos dalyje kūno greitis $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$.

Įrašius atitinkamas vertes, iš šių lygčių galima rasti pakilimo aukštį h, lėkio trukmę t, lėkio tolį s, greitį v bet kuriame trajektorijos taške.

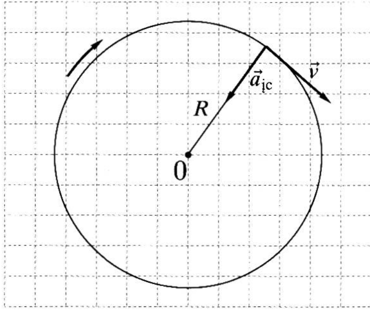
Tolygus sukimasis. Tolygiai besisukantis materialusis taškas juda spindulio R apskritimu pastovaus modulio greičiu v. Šis greitis kiekvienu momentu nukreiptas trajektorijos (apskritimo) liestinės kryptimi, todėl greičio vektoriaus kryptis visą laiką kinta, kiekvienu laiko momentu greitis kitoks, dėl to greičio vektorius vadinamas momentiniu greičio vektoriumi. O tai reiškia, kad ir tolygiai besisukantis materialusis taškas turi pagreitį, vadinamą įcentriniu pagreičiu. Šis pagreitis nekeičia greičio dydžio, bet keičia jo kryptį; jis apibūdina greičio krypties kitimo spartą. Įcentrinis pagreitis visada statmenas trajektorijai ir nukreiptas į sukimosi centrą.

Besisukančio materialaus taško greitis, vadinamas *linijiniu greičiu*, yra toks:

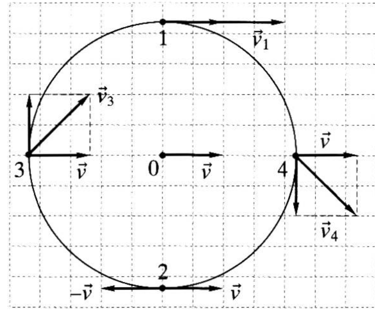
$$v = 2\pi R/T = 2\pi Rn; \tag{1.10}$$

čia T – sukimosi periodas, $n = 1/T$ – sukimosi dažnis (apsisukimų skaičius per laiko vienetą).

Jei sukasi ne materialusis taškas, o baigtinių matmenų kūnas, tai įvairūs kūno taškai, būdami skirtingai nutolę nuo sukimosi ašies, sukasi skirtingais linijiniais greičiais, tačiau sukimosi dažnis ir sukimosi periodas visuose kūno taškuose vienodas.



1.8 pav.



1.9 pav.

Materialiojo taško įcentrinis pagreitis

$$a_{\text{įc}} = v^2/R = 4\pi^2 R/T^2 = 4\pi^2 n^2 R. \tag{1.11}$$

Jei kūnas rieda, t. y. ir sukasi, ir slenka, tai įvairių jo taškų greitis yra lygus jo sukimosi momentinio greičio ir slenkamojo judėjimo greičio vektorių sumai.

Jei ratas neslysdamas rieda greičiu v, tai visi jo taškai, taip pat ir sukimosi ašis, slenka greičiu v. Rato viršutinio taško 1 greitis v_1 bus dvigubai didesnis už v, nes tas taškas ta pačia kryptimi ir slenka, ir sukasi tokio pat modulio greičiu: $v_1 = 2v$.

Rato apatinis taškas 2 dalyvauja dviejuose priešingos krypties judėjimuose su to paties modulio greičiais v – dešinėn slenka, o kairėn sukasi: $v_2 = v - v = 0$.

Visų kitų rato taškų judėjimas sudėtingesnis, nes skirtingų taškų kampai tarp slenkamojo ir sukamojo judėjimų greičio vektorių yra patys įvairiausi. Paprasčiau juda taškai 3 ir 4, nes šie taškai dalyvauja dviejuose vienas kitam statmenuose judėjimuose. Tad suminį greičio modulį galima apskaičiuoti pagal Pitagoro teoremą:

$$v_3 = v_4 = (v^2 + v^2)^{1/2} = 2^{1/2} v.$$

Metodiniai nurodymai

Derėtų laikytis tokios uždavinių sprendimo tvarkos:

1. Nubraižyti judėjimo schemą, pavaizduojant joje, kiek tai įmanoma, į uždavinio sąlygą įeinančius vektorinius (pradinis greitis v_0, greitis v, pagreitis a, poslinkis r ir pan.) ir skaliarinius (kelias s, sukimosi spindulys R ir pan.) dydžius. Pvz., kampu į horizontą mesto kūno judėjimo schema parodyta 1.7 pav. Šioje schemoje dar galima parodyti laisvojo kritimo pagreitį g, kuris bet kuriame trajektorijos taške yra nukreiptas stačiai žemyn.

2. Tinkamai pasirinkti atskaitos sistemą: atskaitos tašką ir su juo susietą koordinačių sistemą. Pasirenkant atskaitos sistemą kinematikoje nėra jokių apribojimų. Tačiau sprendžiant uždavinį reikia pasirinkti tokį atskaitos tašką ir su juo susieti tokią koordinačių sistemą, kad judėjimo lygtys būtų kuo paprastesnės.

Akivaizdu, kad tiesiaeigio judėjimo atveju pakanka vienmatės koordinačių sistemos, jos ašį nukreipiant pradine judėjimo kryptimi. Koordinačių pradžią patogiausia sutapatinti su kūno pradinės padėties tašku.

Pvz., jei mus domina, per kiek laiko kateris nuplauks upe nuo vienos prieplaukos iki kitos ir grįš atgal, atskaitos sistemą derėtų susieti su krantu. Tačiau jei mums rūpi, kiek per tam tikrą laiką vienas kateris aplenks kitą, srovės greitis nebeturi reikšmės ir logiškiausia atskaitos sistemą sieti su vandeniu.

Kreivaeigio judėjimo atveju reikia imti stačiakampę koordinačių sistemą su dviem ašimis. Judėjimo lygtys būna paprastesnės, kai ašys nukreipiamos taip, kad kai kurių vektorinių dydžių projekcijos viso judėjimo metu išliktų lygios nuliui. Pvz., kampu į horizontą mesto kūno judėjimo atveju logiškiausia būtų x ašį nukreipti gulsčiai, nes judėjimas šia kryptimi yra be pagreičio (žinoma, jei nepaisoma oro pasipriešinimo).

3. Atliekant skaičiavimus operuojama tik skaliariniais dydžiais. Todėl reikia vektorinius dydžius pakeisti jų projekcijomis, kurių ženklai (pliuso ar minuso) nustatomi atsižvelgiant į uždavinio sąlygą ir koordinačių ašių kryptis. Pvz., kūnas metamas stačiai aukštyn pradiniu greičiu v_0. Jei koordinačių ašį nukreipsime stačiai aukštyn, tai pradinio greičio modulis v_0 bus teigiamas, o laisvojo kritimo modulis g – neigiamas.

Ieškomo vektorinio dydžio modulio patartina ieškoti kaip teigiamo dydžio, t. y. darant prielaidą, kad jis nukreiptas teigiama koordinatės kryptimi. Tada savaime bus gautas atsakymas: prielaida teisinga, jei ieškomo dydžio modulio vertė teigiama; neigiama ieškomo dydžio modulio vertė rodo, kad jo vektorius nukreiptas priešinga kryptimi.

4. Reikia prisiminti, kad bendru atveju kelias ir poslinkis nesutampa.

5. Gavus skaitinę reikšmę, reikia įvertinti jos realumą. Tarkime, gavus atsakymą, kad žmogus nusviedė akmenį 900 m, akivaizdu, kad kažkur suklysta.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

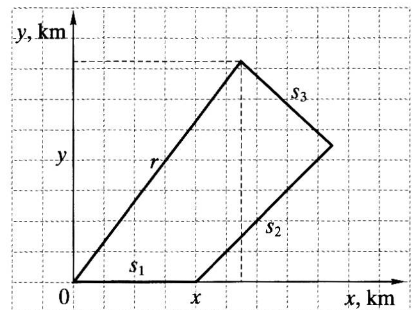
1.1. Tiesiaeigis tolyginis judėjimas

1.1.1 pavyzdys. Turistai pastoviu 5,0 km/h greičiu ėjo iš vienos bazės į kitą. 2,0 h jie ėjo į rytus, vėliau 3,0 h – į šiaurės rytus ir 2,0 h – į šiaurės vakarus. Koks atstumas tarp bazių? Kokį kelią jie nuėjo? Kokiu vidutiniu greičiu jie ėjo?

Duota: greitis $v = 5{,}0$ km/h; ėjimo trukmės $t_1 = 2{,}0$ h, $t_2 = 3{,}0$ h ir $t_3 = 2{,}0$ h.

Rasti: nueitą kelią s; atstumą tarp bazių r; vidutinį ėjimo greitį v_{vid}.

Sprendimas



Braižome judėjimo schemą. Turistai į rytus nuėjo kelią s_1, po to į šiaurės rytus – kelią s_2 ir į šiaurės vakarus – kelią s_3. Atstumas tarp bazių (poslinkis) r.

$s_1 = vt_1 = 10$ km;

$s_2 = vt_2 = 15$ km;

$s_3 = vt_3 = 10$ km.

$s = s_1 + s_2 + s_3 = 35$ km.

Turistai gulsčiąja kryptimi įveikė atstumą x, stačiąja – atstumą y. Naudodamiesi schema galime užrašyti:

$r_{2x} = r_{2y} = s_2 \cos 45^\circ = 10{,}6$ m; $r_{3x} = r_{3y} = s_3 \cos 45^\circ = 7{,}1$ m.

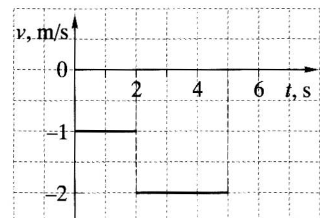
$x = s_1 + r_{2x} - r_{3x} = 13{,}5$ km; $y = r_{2y} + r_{3y} = 17{,}7$ km;

$r = (x^2 + y^2)^{1/2} = 22$ km.

$v_{\text{vid}} = r/t = r/(t_1 + t_2 + t_3) = 3{,}1$ km/h.

Ats. 35 km; 22 km; 3,1 km/h.

1.1.2 pavyzdys. Diagramoje pavaizduotas greičio priklausomybės nuo laiko grafikas. Reikia nubraižyti koordinatės ir kelio priklausomybės nuo laiko grafikus ir nustatyti poslinkį per visą judėjimo laiką. Pradinė koordinatė $x_0 = 2$ m.

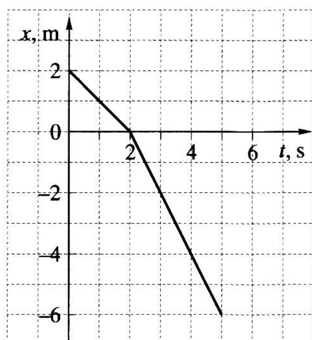


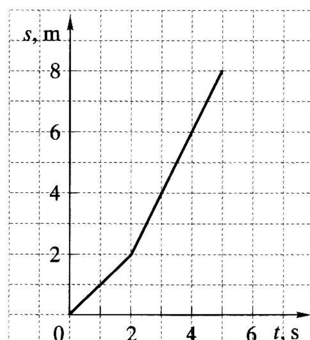
Duota: greičio priklausomybės nuo laiko grafikas; pradinė koordinatė $x_0 = 2$ m.

Rasti: koordinatės x ir kelio s grafikus $x = f(t)$ ir $s = f(t)$; poslinkį per visą judėjimo laiką r_x.

Sprendimas

Grafikus braižome naudodamiesi sąryšiais (1.1)–(1.4), juos nuosekliai taikydami abiem greičio atkarpoms.





$r_x = x - x_0 = -6 - 2 = -8$ m.

Ats. –8 m.

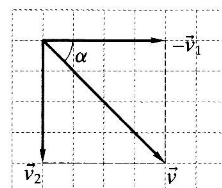
1.1.3 pavyzdys. Vairuotojas pastebėjo, kad lietaus lašai nebepalieka pėdsako ant užpakalinio stiklo, kai automobilio greitis didesnis kaip 50 km/h. Užpakalinis stiklas sudaro 45° kampą su gulsčiąja ašimi. Koks stačiai žemyn krintančių lašų greitis?

Duota: automobilio greitis $v_1 = 50$ km/h $= 13{,}9$ m/s; automobilio užpakalinio stiklo pasvirimo kampas $\alpha = 45°$.

Rasti: lietaus lašų kritimo greitį v_2.

Sprendimas

Tam, kad lietaus lašai nebepaliktų pėdsako ant užpakalinio automobilio stiklo, jie turi kristi lygiagrečiai stiklui. Atskaitos sistemoje, susietoje su automobiliu, lašo greitis susideda iš stačiosios dedamosios, lygios lašo kritimo greičiui v_2, ir gulsčiosios dedamosios, lygios automobilio greičiui, tik priešingos krypties $-v_1$. Tai parodyta diagramoje. Iš greičių trikampio galima apskaičiuoti:



$v_2 = v_1 \operatorname{tg} \alpha = 13{,}9$ m/s.

Ats. 13,9 m/s.

1.1.4 pavyzdys. Į upę, kurios srovės greitis 1,0 m/s, įmestas akmuo įkrito į vandenį už 10 m nuo kranto. Per kiek laiko akmens sukelta banga pasieks krantą ties ta vieta, iš kurios mestas akmuo? Bangos greitis 2,0 m/s.

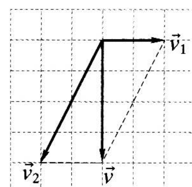
Duota: srovės greitis $v_1 = 1{,}0$ m/s; bangos greitis $v_2 = 2{,}0$ m/s; atstumas nuo tos vietos, kur akmuo įkrito į upę, iki kranto $r = 10$ m.

Rasti: laikotarpį t, per kurį akmens sukelta banga pasieks krantą.

Sprendimas

Kartu su upės tėkme kranto atžvilgiu slenka ir akmens sukelta banga. Bangos ir upės srovės greičius sudedame geometriškai. Kaip matyti pateiktoje judėjimo schemoje, statmenai krantui banga sklis greičiu $v = (v_2^2 - v_1^2)^{1/2}$. Tad banga pasieks krantą per laiką

$t = r/v = r/(v_2^2 - v_1^2)^{1/2} = 5{,}8$ s.



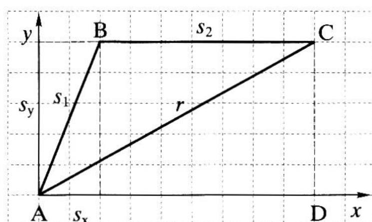
Ats. 5,8 s.

1.1.5 pavyzdys. Malūnsparnis pastoviu 180 km/h greičiu 1,0 h skrido į šiaurę, po to 1,0 h – į rytus. Tuo pat metu pūtė stiprus 20 m/s greičio vakarų vėjas. Kokį kelią nuskrido malūnsparnis? Kiek jis nutolo nuo starto vietos? Kokiu vidutiniu greičiu jis skrido?

Duota: malūnsparnio greitis $v_1 = 180$ km/h; skrydžio trukmės $t_1 = t_2 = 1{,}0$ h; vėjo greitis $v_2 = 20$ m/s $= 72$ km/h.

Rasti: kelią s; poslinkį r; vidutinį greitį v_{vid}.

Sprendimas



Braižome judėjimo schemą. Malūnsparnis skrido į šiaurę, bet tuo pat metu buvo vėjo nešamas į rytus. Todėl jis skrido ne tiksliai į šiaurę, o kryptimi AB, ir per pirmą valandą nuskrido kelią $s_1 =$ AB. Šį kelią galima išskaidyti į kelią s_y, kurį greičiu v_1 į šiaurę nuskrido malūnsparnis, ir kelią s_x, kurį per tą patį laiką į rytus greičiu v_2 jį nunešė vėjas. Kelią $s_2 =$ BC malūnsparnis skrido pavėjui greičiu $v = v_1 + v_2$. Naudodamiesi schema galime užrašyti:

$s_1 = (s_x^2 + s_y^2)^{1/2} = t(v_2^2 + v_1^2)^{1/2} = 194$ km;

$s_2 = vt_2 = (v_1 + v_2)t_2 = 252$ km;

$s = s_1 + s_2 = 446$ km.

Atstumą, kurį malūnsparnis nutolo nuo starto vietos, t. y. poslinkį r, paprasčiausia rasti naudojantis trikampiu ACD:

AD $= s_x + s_2 = v_2 t_1 + s_2 = 324$ km; CD $= s_y = v_1 t_1 = 180$ km;

$r = \text{AC} = (\text{AD}^2 + \text{CD}^2)^{1/2} = 370$ km.

$v_{\text{vid}} = s/t = s/(t_1 + t_2) = 223$ km/h.

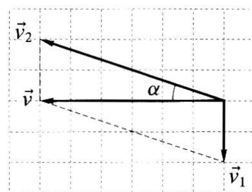
Ats. 446 km; 370 km; 223 km/h.

1.1.6 pavyzdys. Malūnsparnis skrenda iš Panevėžio į Klaipėdą ir atgal. Reikia rasti skrydžių trukmių santykį, kai pučia 10 m/s greičio vakarų vėjas ir kai tokiu pat greičiu pučia šiaurės vėjas. Malūnsparnio greitis oro atžvilgiu abiem atvejais vienodas ir lygus 30 m/s.

Duota: vėjo greitis $v_1 = 10$ m/s; malūnsparnio greitis oro atžvilgiu $v_2 = 30$ m/s.

Rasti: skrydžių trukmių santykį t_1/t_2.

Sprendimas



a) kai pučia vakarų vėjas.

Skrendant į Klaipėdą (prieš vėją) malūnsparnio greitis bus $(v_2 - v_1)$, o grįžtant (pavėjui) – $(v_2 + v_1)$. Todėl skrydžio trukmė bus:

$t_1 = t_1' + t_1'' = s/(v_2 - v_1) + s/(v_2 + v_1) = 2v_1 s/(v_2^2 - v_1^2)$,

čia s – atstumas tarp Panevėžio ir Klaipėdos.

b) kai pučia šiaurės vėjas.

Pasinaudokime 1.1.4 pavyzdžiu:

$t_2 = t_2' + t_2'' = s/(v_2^2 - v_1^2)^{1/2} + s/(v_2^2 - v_1^2)^{1/2} = 2s/(v_2^2 - v_1^2)^{1/2}$.

Skrydžių trukmių santykis

$t_1/t_2 = v_1/(v_2^2 - v_1^2)^{1/2} = 1{,}06$.

Ats. 1,06.

1.1.7 pavyzdys. 1500 m bėgimo rungtyje startavo du bėgikai. Pirmasis bėgikas pirmąją pusę viso bėgimo laiko nubėgo greičiu 4,0 m/s, o antrąją – greičiu 6,0 m/s. Antrasis bėgikas pirmąją kelio pusę nubėgo greičiu 4,0 m/s, o antrąją – greičiu 6,0 m/s. Kuris bėgikas pirmasis pasieks finišą? Kokiu atstumu jis aplenks savo varžovą?

Duota: bėgimo nuotolis $s = 1500$ m; bėgimo greičiai $v_1 = 4{,}0$ m/s ir $v_2 = 6{,}0$ m/s.

Rasti: atstumą l, kuriuo vienas bėgikas aplenks kitą.

Sprendimas

1) Skaičiuojame pirmojo bėgiko laiką $t_1' = t_1'' = t_1/2$, čia t_1 – pirmojo bėgiko visas bėgimo laikas.

$s_1 = v_1 t_1' = v_1 t/2$; $s_2 = v_2 t_1'' = v_2 t/2$; $s = s_1 + s_2 = (v_1 + v_2)t_1/2$.

$t_1 = 2s/(v_1 + v_2) = 300$ s.

2) Skaičiuojame antrojo bėgiko laiką. Distancijos atkarpos, nubėgtos greičiais v_1 ir v_2, yra $s_1 = s_2 = s/2$.

$t_2' = s_1/v_1 = s/2v_1$; $t_2'' = s_2/v_2 = s/2v_2$; $t_2 = t_2' + t_2''$.

$t_2 = s/2v_1 + s/2v_2 = s(v_1 + v_2)/2v_1v_2 = 312{,}5$ s.

Finišą pirmas pasiekė pirmasis bėgikas. Kadangi rungtį abu bėgikai baigė tuo pačiu greičiu $v_2 = 6$ m/s, tai atstumas, kuriuo pirmasis aplenkė varžovą,

$l = v_2(t_2 - t_1) = v_2(s(v_1 + v_2)/2v_1v_2 - 2s/(v_1 + v_2)) = s(v_2 - v_1)^2/2v_1(v_1 + v_2) = 75$ m.

Ats. Pirmasis bėgikas; 75 m.

1.1.8 pavyzdys. Jūrų mūšio metu iš taško B paleidžiama torpeda tuo momentu, kai priešo laivas yra taške A ir juda 50 km/h greičiu, 60° kampu linijos AB atžvilgiu. Torpedos greitis yra 100 km/h. Kokiu kampu linijos AB atžvilgiu reikia paleisti torpedą, kad ji pataikytų į priešo laivą?

Duota: laivo greitis $v_1 = 50$ km/h; torpedos greitis $v_2 = 100$ km/h; kampas tarp laivo judėjimo krypties ir linijos AB $\alpha = 60°$.

Rasti: kampą β tarp torpedos judėjimo krypties ir linijos BA.



Sprendimas

Kadangi torpeda ir priešo laivas nuo torpedos paleidimo iki susidūrimo judės tą patį laiką, tai iki susidūrimo priešo laivas nuplauks atstumą $s_1 = v_1 t$, o torpeda – atstumą $s_2 = v_2 t$. Naudodamiesi schema galime užrašyti:

$v_1 t \sin\alpha = v_2 t \sin\beta$; $sin\beta = v_1 \sin\alpha / v_2 = 0{,}34$; $\beta = 25{,}5°$.

Ats. 25,5°.

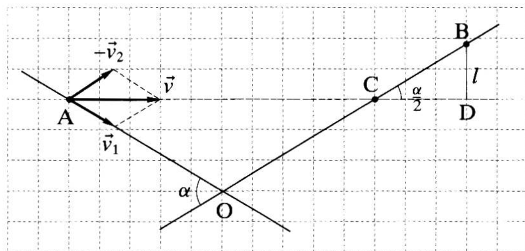
1.1.9 pavyzdys. Du automobiliai vienodais 90 km/h greičiais dviem tiesiais keliais, susikertančiais 60° kampu, važiuoja sankryžos link. Koks bus mažiausias atstumas tarp automobilių ir po kiek laiko tai atsitiks, jei pradiniu momentu vienas automobilis yra 1,0 km, o kitas – 1,5 km atstumu nuo sankryžos?

Duota: automobilių greičiai $v_1 = v_2 = 90$ km/h $= 25$ m/s; $\alpha = 60°$ – kampas, kuriuo susikerta keliai; automobilių atstumai iki sankryžos $l_1 = 1{,}0$ km $= 1000$ m ir $l_2 = 1{,}5$ km $=$ 1500 m/s.

Rasti: mažiausią atstumą tarp automobilių l; laiką t, per kurį atstumas tarp automobilių pasidarys mažiausias.

Sprendimas

Braižome judėjimo schemą. Pirmojo automobilio judėjimą nagrinėsime atskaitos sistemos, susietos su antruoju automobiliu, atžvilgiu. Toje atskaitos sistemoje pirmasis automobilis dalyvauja dviejuose judėjimuose, kurių greičio vektoriai $\vec{v}_1$ ir $-\vec{v}_2$. Kampas tarp tų vektorių α, jų moduliai vienodi. Pirmasis automobilis juda suminio vektoriaus v kryptimi ir atstumu l pravažiuoja pro antrąjį automobilį.



Kadangi automobilių greičių moduliai vienodi, tai OA = OC; BC = OB − OA = $l_2 - l_1$;
$l = \mathrm{BC}\sin\alpha/2 = (l_2 - l_1)\sin\alpha/2 = 250$ m.

Per laiką t atskaitos sistemoje, susietoje su antruoju automobiliu, pirmasis automobilis nuvažiuos kelią AD. Naudodamiesi schema galime užrašyti: AD = AC + CD = (2OA + BC) $\cos\alpha/2 = (l_1 + l_2)\cos\alpha/2$. Pirmojo automobilio greitis toje atskaitos sistemoje $v = 2v_1\cos\alpha/2$. Laikas
$t = \mathrm{AD}/v = (l_1 + l_2)/2v_1 = 50$ s.

Ats. 250 m; 50 s.

1.1.10 pavyzdys. Du berniukai, artėdami vienas prie kito, mėto kits kitam kamuolį. Kokį kelią iš viso nuskrieja kamuolys, kol atstumas tarp berniukų sumažėja nuo 20 m iki 2 m? Pirmojo berniuko greitis 3,6 km/h, antrojo – 5,4 km/h, kamuolio – 10 m/s. Kamuolys skrieja gulsčiai, 10% viso laiko kamuolys išbūna berniukų rankose.

Duota: pradinis ir galutinis atstumai tarp berniukų $l_1 = 20$ m ir $l_2 = 2$ m; pirmojo ir antrojo berniuko greičiai atitinkamai $v_1 = 3{,}6$ km/h $= 1{,}0$ m/s ir $v_2 = 5{,}4$ km/h $= 1{,}5$ m/s; kamuolio greitis $v = 10$ m/s; laikas, kurį kamuolys išbuvo berniukų rankose $t_{\mathrm{P}} = 0{,}1t$; čia t – laikas, kurį berniukai artėjo vienas prie kito.

Rasti: kamuolio nuskrietą kelią s.

Sprendimas

Kamuolys nuskriejo kelią $s = vt_{\mathrm{K}}$, čia t_{K} – laikas, kurį kamuolys išbuvo ore. Berniukai, artėdami vienas prie kito greičiu $(v_1 + v_2)$, įveikė kelią $l = l_1 - l_2$, tam sugaišdami laiką $t = l/(v_1 + v_2) = (l_1 - l_2)/(v_1 + v_2)$.

Kamuolys išbuvo ore laiką $t_{\mathrm{K}} = t - t_P = 0{,}9t$. Per tą laiką kamuolys nuskriejo kelią
$s = vt_{\mathrm{K}} = 0{,}9v(l_1 - l_2)/(v_1 + v_2) = 65$ m.

Ats. 65 m.

1.1.11 pavyzdys. Vieno materialiojo taško judėjimą aprašo lygtys $x_1 = 1 + t$, $y_1 = 4 + t$, kito – $x_2 = 2t$, $y_2 = 5t$. Kokie šių taškų greičiai? Po kiek laiko ir kur susitiks šie taškai?

Duota: dviejų taškų judėjimo lygtys (jos užrašytos uždavinio sąlygoje).

Rasti: pirmojo ir antrojo taško greičius v_1 ir v_2; susitikimo vietos koordinates x ir y; susitikimo laiką t.

Sprendimas

Palyginus taškų judėjimo lygtis su (1.4) formule matyti, kad $v_{1x} = 1$ m/s, $v_{1y} = 1$ m/s, $v_{2x} = 2$ m/s, $v_{2y} = 5$ m/s. Kadangi greičio dedamosios v_x ir v_y yra statmenos viena kitai, tai pagal Pitagoro teoremą

$v_1 = (v_{x1}^2 + v_{y1}^2)^{1/2} = 1{,}4$ m/s; $v_2 = (v_{x2}^2 + v_{y2}^2)^{1/2} = 5{,}4$ m/s.

Iš judėjimo lygčių eliminavę laiką, gauname materialiųjų taškų judėjimo lygtis: $y_1 = 3 + x_1$ ir $y_2 = 2{,}5x_2$.

Susitikimo metu $x_1 = x_2 = x$, $y_1 = y_2 = y$. Todėl $3 + x = 2{,}5x$; $x = 2$ m. Iš abiejų trajektorijos lygčių gauname, kad $y = 5$ m.

Įrašę į bet kurią judėjimo lygtį susitikimo vietos koordinates $x = 2$ m ir $y = 5$ m, gauname: $t = 1$ s.

Ats. 1,4 m/s; 5,4 m/s; $x = 2$ m; $y = 5$ m; 1 s.

1.2. Tolygiai kintantis judėjimas

1.2.1 pavyzdys. Traukinys, važiavęs 72 km/h greičiu, nuo stabdymo pradžios iki sustojimo nuvažiavo 1,0 km. Raskime jo judėjimo pagreitį ir greitį stabdymo kelio viduriniame taške.

Duota: traukinio pradinis greitis $v_0 = 72$ km/h $= 20$ m/s; traukinio galutinis greitis $v = 0$; stabdymo kelio pusiaukelė $s_1 = s/2$.

Rasti: stabdymo pagreitį a; traukinio greitį stabdymo pusiaukelėje v_1.

Sprendimas

Judėjimas yra tolygiai lėtėjantis. Taikome (1.6) ir (1.7) lygtis.

a) Randame traukinio stabdymo pagreitį:

$v = v_0 + at = 0$; $s = v_0 t + at^2/2$. Iš greičio lygties išreikštą laiką $t = -v_0/a$ įrašę į kelio lygtį, gauname:

$a = -v_0^2/2$ s $= -0{,}20$ m/s^2.

Minuso ženklas rodo, kad tai yra stabdymo pagreitis.

b) Kad galėtume nustatyti traukinio greitį stabdymo kelio viduryje, samprotaujame šitaip: reikia sužinoti, koks turi būti traukinio greitis v_1, kad traukinio stabdymo kelias s_1 būtų perpus trumpesnis. Pritaikę dalyje a) gautą pagreičio išraišką ir vietoj v_0 ir s įrašę v_1 ir s_1, gauname: $a = -v_1^2/2s_1$. Tada

$v_1 = (-2as_1)^{1/2} = (-as)^{1/2} = 14$ m/s.

Ats. –0,20 m/s^2; 14 m/s.

1.2.2 pavyzdys. Ėmęs stabdyti motociklininkas tiesiu, horizontaliu keliu per 2,0 s nuvažiavo pusę stabdymo kelio. Apskaičiuokime visą stabdymo laiką.

Duota: pusė stabdymo kelio $s_1 = s/2$; pirmosios stabdymo kelio pusės trukmė $t_1 = 2$ s.

Rasti: stabdymo laiką t.

Sprendimas

Pažymėkime antrosios stabdymo kelio pusės trukmę t_2. Aišku, kad $t = t_1 + t_2$. Keliui skaičiuoti pasinaudosime greičio ir poslinkio lygtimi (1.6) ir (1.7), nes šiuo atveju kelias ir poslinkis sutampa:

$s = v_0t - at^2/2$; $v = v_0 - at = 0$ (nes galutinis greitis lygus nuliui).

Iš šių dviejų lygčių sistemos rastas stabdymo kelias lygus $s = at^2/2$.

Analogiškai kitai stabdymo kelio pusei s_2 (galutinis greitis taip pat lygus nuliui) turėtų tikti ta pati lygtis, tik laiko reikšmė būtų t_2: $s_2 = s/2 = at_2^2/2$; $s = at_2^2$; $at^2/2 = at_2^2$; $t_2 = t/2^{1/2}$.

$t_1 = t - t_2 = t(1 - 1/2^{1/2})$; $t = t_1/(1 - 1/2^{1/2}) = 6{,}7$ s.

Ats. 6,7 s.

1.2.3 pavyzdys. Kūno nueitas kelias pirmąją judėjimo sekundę lygus 11 m, antrąją – 13 m. Kokio dydžio pastoviu pagreičiu judėjo kūnas?

Duota: judėjimo trukmės $t_1 = t_2 = 1$ s; per atitinkamus laiko tarpus nueiti keliai $s_1 = 11$ m ir $s_2 = 13$ m.

Rasti: kūno pagreitį a.

Sprendimas

Iš sąlygos aišku, kad pradinis greitis v_0 nelygus nuliui, nes labai jau nežymus kelio prieaugis per antrąją sekundę (galima įsitikinti, kad tuo atveju, kai pradinis greitis lygus nuliui, kūnas per antrąją sekundę įveikia triskart ilgesnį kelią).

Šiuo atveju kelias ir poslinkis sutampa, tad poslinkio formulė (1.7) tinka keliui skaičiuoti:

$s_1 = v_0t_1 + at_1^2/2$; $s_1 + s_2 = v_0(t_1 + t_2) + a(t_1 + t_2)^2/2$.

Kadangi $t_1 = t_2 = t$, lygtys tampa paprastesnės: $s_1 = v_0t + at^2/2$; $s_1 + s_2 = 2v_0t + 2at^2$.

Išsprendę pastarąją lygčių sistemą, gauname:

$a = (s_2 - s_1)/t^2 = 2$ m/s^2.

Ats. 2 m/s^2.

1.2.4 pavyzdys. Kūno judėjimo lygtis $x = 6 - 3t + 2t^2$; koordinatė x matuojama centimetrais, laikas t – sekundėmis). Nubraižykime poslinkio ir greičio grafikus, taip pat raskime pradinę koordinatę, pagreitį ir pradinį greitį bei greitį, poslinkį ir kelią per pirmąsias 5,0 s.

Duota: kūno judėjimo lygtis (ji užrašyta uždavinio sąlygoje); judėjimo laikas $t = 5{,}0$ s.

Rasti: poslinkio r_x ir greičio v_x grafikus $r_x = f(t)$ ir $v_x = f(t)$; pradinę koordinatę x_0; pagreitį a_x; pradinį greitį v_{x0}; greitį v_x, poslinkį r_x ir kelią s po t s.

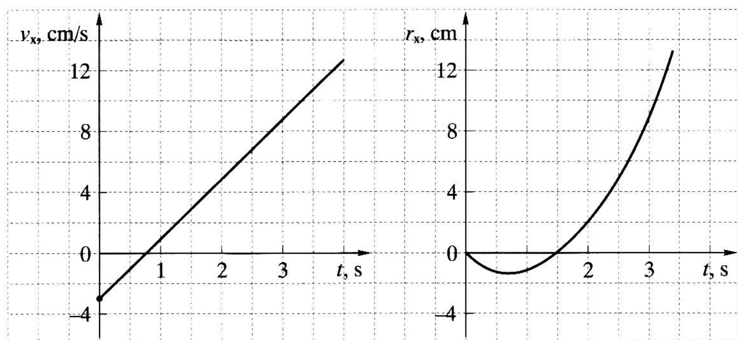
Sprendimas

Palyginę duotą judėjimo lygtį su teorinės dalies (1.8) formule matome, kad $x_0 = 6$ cm; $a_x = 4$ cm/s^2; $v_{x0} = -3$ cm/s;

Remiantis (1.6) ir (1.7) formulėmis, $v_x = -3 + 4t$, o $r_x = -3t + 2t^2$.

Į pastarąsias lygtis nuosekliai įrašę skirtingas t reikšmes, gausime duomenis $v_x = f(t)$ ir $r_x = f(t)$ grafikams braižyti. Kai $t = 5{,}0$ s, $v_x = 17$ cm/s, $r_x = 35$ cm.

Greičio ir poslinkio grafikai atspindi, kad kurį laiką kūnas judėjo kairėn (neigiama x ašies kryptimi) lėtėdamas, o po to – dešinėn greitėdamas. Nueitas kelias bus poslinkių kairėn ir dešinėn suma.



Prilyginę greičio lygtį nuliui randame laiką t_1, kurį kūnas judėjo kairėn: $v_x = -3 + 4t_1 = 0$; $t_1 = 0{,}75$ s.

Įrašę laiko reikšmę $t_1 = 0{,}75$ s į poslinkio lygtį gauname, kad poslinkis $r_{x1} = -1{,}125$ cm. Minuso ženklas rodo, kad judėta neigiama x ašies kryptimi.

Likusias $t_2 = t - t_1 = 4{,}25$ s kūnas be pradinio greičio greitėdamas judėjo dešinėn ir pasislinko $r_{x2} = a_x t_2^2/2 = 36{,}125$ cm.

Nueitas kelias yra poslinkių r_{x1} ir r_{x2} absoliutinių verčių suma: $s = |r_{x1}| + |r_{x2}| = 37{,}25$ cm.

Ats. 6 cm; 4 cm/s^2; –3 cm/s; 17 cm/s; 35 cm; 37,25 cm.

1.2.5 pavyzdys. Reikia nubraižyti kūno greičio grafiką ir rasti jo nueitą kelią. Žinoma, kad kūno pradinis greitis 5,0 m/s, pirmąsias 3,0 s jis judėjo greitėdamas pagreičiu 1,0 m/s^2, po to 4,0 s – lėtėdamas pagreičiu –2,0 m/s^2 ir paskutines 3,0 s – vėl greitėdamas pagreičiu 2,0 m/s^2.

Duota: pradinis kūno greitis $v_0 = 5{,}0$ m/s; judėjimo laikai: $t_1 = 3{,}0$ s, $t_2 = 4{,}0$ s, $t_3 = 3{,}0$ s; kūno pagreičiai: $a_1 = 1{,}0$ m/s^2, $a_2 = -2{,}0$ m/s^2, $a_3 = 2{,}0$ m/s^2.

Rasti: greičio grafiką $v = f(t)$; kūno nueitą kelią s.

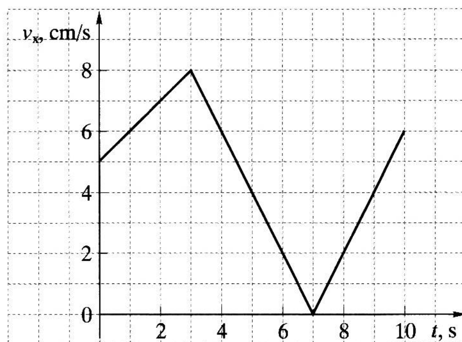
Sprendimas

Visą judėjimą suskirstome į tris atkarpas. Remdamiesi (1.6) formule, kiekvienai judėjimo atkarpai sudarome greičio lygtis:

1) $v = 5{,}0 + 1{,}0t$;

2) pradiniu greičiu laikysime greitį, kurį kūnas įgavo per pirmąsias 3,0 s: $v_{02} = 5{,}0 + 1{,}0 \cdot 3{,}0 = 8{,}0$ m/s ir greičio lygtis bus $v = 8{,}0 - 2{,}0t$;

3) pradiniu greičiu laikysime greitį, kuriuo kūnas judėjo antros atkarpos pabaigoje: $v_{03} = 8{,}0 - 2 \cdot 4 = 0$, taigi greičio lygtis bus $v = 2t$.



Greičio grafiką kiekvienai judėjimo atkarpai braižome atskirai pagal atitinkamas greičio lygtis. Kiekvienoje atkarpoje laikas skaičiuojamas iš naujo.

Iš greičio grafiko aišku, kad judėta tik teigiama x ašies kryptimi, tad poslinkis ir kelias sutampa. Kelias $s = s_1 + s_2 + s_3$, čia s_1, s_2, s_3 – keliai, nueiti atitinkamose judėjimo atkarpose.

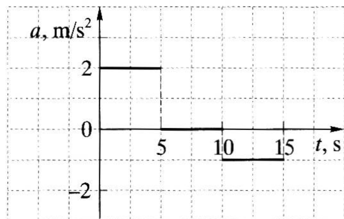
$s_1 = v_0 t_1 + a_1 t_1^2/2 = 19{,}5$ m; $s_2 = v_{02} t_2 + a_2 t_2^2/2 = 16$ m; $s_3 = a_3 t_3^2/2 = 9$ m; $s = 44{,}5$ m.

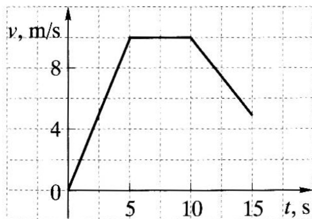
Ats. 44,5 m.

1.2.6 pavyzdys. Diagramoje pateiktas pagreičio grafikas. Remdamiesi juo nubraižykime greičio grafiką. Raskime kūno nueitą kelią ir poslinkį. Pradinis greitis lygus nuliui.

Duota: pagreičio grafikas; pradinis greitis $v_0 = 0$.

Rasti: greičio grafiką $v = f(t)$; kūno nueitą kelią s; kūno poslinkį r_x.





Sprendimas

Visą judėjimą išskaidome į tris 5 s trukmės atkarpas.

Naudodamiesi grafike pateiktomis pagreičių reikšmėmis pagal (1.6) formulę sudarome greičio lygtis kiekvienai atkarpai: 1) $v_0 = 0$, $a_1 = 2$ m/s^2, tad $v = 2t$; 2) $a_2 = 0$, tad šioje atkarpoje turime tolyginį tiesiaeigį judėjimą pastoviu greičiu, kurį kūnas įgijo pirmosios atkarpos gale, t. y. $v_2 = 2 \cdot 5 = 10$ m/s; 3) $v_{03} = v_2 = 10$ m/s; $a_3 = -1$ m/s^2 ir $v = 10 - t$. Pagal gautas greičio lygtis braižome greičio grafiką, kiekvienoje atkarpoje laiką skaičiuodami iš naujo.

Poslinkis r_x yra atskirų judėjimo atkarpų poslinkių suma: $r_x = r_{x1} + r_{x2} + r_{x3}$.

1) $v_0 = 0$; $a_1 = 2$ m/s^2; $t_1 = 5$ s ir $r_{x1} = a_1 t_1^2/2 = 25$ m;

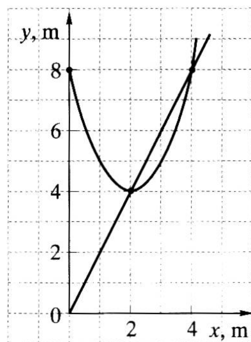
2) $a_2 = 0$; $v_2 = 10$ m/s; $t_2 = 5$ s ir $r_{x2} = v_2 t_2 = 50$ m;

3) $v_{03} = 10$ m/s; $a_3 = -1$ m/s^2; $t_3 = 5$ s ir $r_{x3} = v_{03} t_3 + a_3 t_3^2/2 = 37{,}5$ m; $r_x = 112{,}5$ m.

Nueitas kelias yra atskirų atkarpų kelių suma: $s = s_1 + s_2 + s_3$. Visose atkarpose kelias sutampa su poslinkiu. Tad nueitas kelias yra lygus poslinkiui: $s = r_x = 112{,}5$ m.

Ats. 112,5 m; 112,5 m.

1.2.7 pavyzdys. Vienos dalelės judėjimo lygtys yra $x_1 = 2t$ ir $y_1 = 4t$, o kitos – $x_2 = 2 + t$ ir $y_2 = 4 + t^2$. Ar susitiks tos dvi dalelės?



Duota: dviejų dalelių judėjimo lygtys (jos užrašytos uždavinio sąlygoje).

Rasti: dalelių susitikimo vietos koordinates.

Sprendimas

Užrašykime dalelių trajektorijos lygtis, išreiškę y kaip x funkciją: $y = f(x)$.

Pirmosios dalelės $y_1 = 2x$; antrosios dalelės $y_2 = x^2 - 4x + 8$.

Susitikimo vietoje: $y_1 = y_2$; $2x = x^2 - 4x + 8$; $x^2 - 6x + 8 = 0$.

Šios lygties sprendiniai yra tokie: $x' = 2$ m ir $x'' = 4$ m.

Iš y_1 ir iš y_2 lygčių randame koordinates: $y' = 4$ m ir $y'' = 8$ m.

Taigi dalelės susitiks du kartus: pirmą kartą taške, kurio koordinatės $x' = 2$ m ir $y' = 4$ m, ir dar kartą taške, kurio koordinatės $x'' = 4$ m ir $y'' = 8$ m.

Ats. Susitiks du kartus: taške (2;4) ir taške (4;8).

1.3. Laisvasis kūnų kritimas

1.3.1 pavyzdys. Kūnas metamas aukštyn 20 m/s greičiu. Po kiek laiko jis nukris atgal? Kiek laiko jis kilo? Kiek laiko krito? Kokiu greičiu nukrito? Oro pasipriešinimo galima nepaisyti.

Duota: greitis $v_0 = 20$ m/s, kuriuo kūnas išmestas aukštyn; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: laiką t, po kurio kūnas nukris atgal; kilimo ir kritimo laikus t_1 ir t_2; greitį v, kuriuo kūnas nukris.

Sprendimas

Remsimės (1.9) sąryšiais.

Laiką, po kurio kūnas nukris atgal, rasime prilyginę koordinatę y nuliui:

$y = v_0t + gt^2/2 = 0$; $v_0 + gt/2 = 0$; $t = -2v_0/g = 4$ s.

Į gautą t išraišką įrašėme $g = -10$ m/s^2, nes kūnas mestas aukštyn, taigi kilo lėtėjančiai.

Kad nustatytume, kiek laiko kūnas kilo, kūno greitį aukščiausiame pakilimo taške prilyginsime nuliui:

$v = v_0 + gt_1 = 0$; $t_1 = -v_0/g = 2$ s; $t_2 = t - t_1 = 2$ s.

Iš gautų reikšmių išplaukia svarbi išvada: jei nėra oro pasipriešinimo, tai kiek laiko kūnas kilo, tiek ir krito: $t_1 = t_2 = t/2$. Šia išvada dar ne kartą pasiremsime (spręsdami uždavinius, kuriuose oro pasipriešinimo galima nepaisyti).

Iš aukščiausio trajektorijos taško kūnas be pradinio greičio krito laiką t_2. Krisdamas jis įgavo greitį $v = gt_2 = 20$ m/s $= v_0$.

Dabar g reikšmė teigiama, nes judėjimas greitėjantis.

Dar viena svarbi išvada apie kūnų laisvąjį kritimą: kokiu greičiu kūnas mestas aukštyn, tokiu pat greičiu (pagal modulį) ir nukrito.

Ats. 4 s; 2 s; 2 s; 20 m/s.

1.3.2 pavyzdys. Laisvai krintantis kūnas per paskutinę kritimo sekundę nulėkė 1/3 viso kritimo aukščio. Reikia rasti jo kritimo laiką ir aukštį. Koks buvo kūno greitis, kai jis atsitrenkė į žemę? Oro pasipriešinimo galima nepaisyti.

Duota: paskutinė kritimo sekundė $t_p = 1$ s; kritimo aukštis, kurį kūnas nukrito per paskutinę sekundę, $h_1 = h/3$; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: kritimo laiką t; kritimo aukštį h; greitį v, kuriuo krisdamas kūnas atsitrenkė į žemę.

Sprendimas

Pasinaudosime (1.9) sąryšiais.

Per visą kritimo laiką kūnas nukrito atstumą $h = gt^2/2$ (nes pradinio greičio nėra), o per viena sekunde trumpesnį laikotarpį $(t - t_p)$ jis nukrito atstumą $h_2 = h - h/3 = 2h/3 = g(t - t_p)^2/2 = gt^2/3$.

Pertvarkę paskutinę lygtį gauname kvadratinę lygtį $t^2 - 6t_pt + 3t_p^2 = 0$, kuri, įrašius t_p reikšmę, įgauna tokį pavidalą: $t^2 - 6t + 3 = 0$.

Šios lygties sprendiniai yra 5,45 ir 0,55. Mažesnioji t reikšmė neturi fizikinės prasmės, nes kūnas negali du pirmuosius trečdalius kelio kristi trumpiau nei paskutinį trečdalį. Tad kūnas krito $t = 5{,}45$ s. Per tą laiką jis nukrito atstumą $h = 10 \cdot 5{,}45^2/2 = 148$ m.

Kadangi pradinio greičio nėra, tai kūnas atsitrenks į žemę greičiu $v = gt = 54{,}5$ m/s.

Ats. 5,45 s; 148 m; 54,5 m/s.

1.3.3 pavyzdys. Kūnas, mestas stačiai aukštyn, 15 m aukštį buvo pasiekęs du kartus; laiko tarpas tarp tų momentų lygus 2 s. Kokiu greičiu mestas kūnas? Oro pasipriešinimo galima nepaisyti.

Duota: aukštis $h_1 = 15$ m, kuriame kūnas pabuvojo du kartus; tuos du momentus skiriantis laiko tarpas $\Delta t = 2$ s; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: greitį v_0, kuriuo kūnas mestas aukštyn.

Sprendimas

Per tą 2,0 s laiko tarpą kūnas $t_1 = \Delta t/2 = 1$ s kilo ir tiek pat laiko krito; kokiu greičiu jis iš 15 m aukščio ėmė kilti, tokiu pat greičiu į tą aukštį ir grįžo (žr. 1.3.1 pavyzdį). Remdamiesi (1.9) sąryšiais rasime, kokį atstumą per 1,0 s nukrito (taip pat ir pakilo) kūnas: $h_2 = gt_1^2/2 = g\Delta t^2/8$.

Tad kūnas pakilo į aukštį $h = h_1 + h_2 = h_1 + g\Delta t^2/8$. Iš tokio pat aukščio jis be pradinio greičio krito. Iš tų pačių (1.9) sąryšių išplaukia: $h = gt^2/2$; $v_0 = gt$ (greitis, kuriuo kūnas nukrito, yra lygus greičiui v_0, kuriuo kūnas mestas aukštyn). Taigi

$v_0 = (2gh)^{1/2} = (2gh_1 + g^2\Delta t^2/4)^{1/2} = 20$ m/s.

Ats. 20 m/s.

1.3.4 pavyzdys. Kokiu greičiu stačiai žemyn mestas kūnas, jei per trečiąją sekundę nukrito 48 m? Iš kokio aukščio mestas kūnas, jei nukrito 60 m/s greičiu? Kiek laiko krito kūnas? Oro pasipriešinimo galima nepaisyti.

Duota: trečioji kritimo sekundė $\Delta t = t_2 - t_1 = 1$ s; čia $t_1 = 2$ s, $t_2 = 3$ s; atstumas, kurį kūnas nukrito per trečiąją sekundę, $\Delta h = h_2 - h_1 = 48$ m, čia h_1 ir h_2 – atstumai, kuriuos kūnas nukrito per pirmąsias dvi ir tris sekundes; galinis kūno greitis $v = 60$ m/s; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: pradinį kūno greitį v_0; kūno kritimo aukštį h; kūno kritimo laiką t.

Sprendimas

Pasinaudosime (1.9) formulėmis.

$h_1 = v_0 t_1 + gt_1^2/2$; $h_2 = v_0 t_2 + gt_2^2/2$; $\Delta h = v_0(t_2 - t_1) + g(t_2^2 - t_1^2)/2 = v_0\Delta t + g\Delta t(t_1 + t_2)/2$.

$v_0 = \Delta h/\Delta t - g(t_1 + t_2)/2 = 23$ m/s.

$h = v_0 t + gt^2/2$; $v = v_0 + gt$; $t = (v - v_0)/g$;

$h = (v^2 - v_0^2)/2g = 154$ m.

$v = v_0 + gt$; $t = (v - v_0)/g = 3{,}7$ s.

Ats. 23 m/s; 154 m; 3,7 s.

1.3.5 pavyzdys. Raketa kyla stačiai aukštyn. 10 s veikė variklis, suteikęs raketai pastovų 20 m/s^2 pagreitį. Raskime raketos pakilimo aukštį ir jos greitį nukritimo į Žemę momentu. Oro pasipriešinimo galima nepaisyti.

Duota: variklio veikimo trukmė $t = 10$ s; variklio raketai suteiktas pagreitis $a = 20$ m/s^2; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: raketos pakilimo aukštį h; raketos greitį v tuo momentu, kai ji nukrito į Žemę.

Sprendimas

Kol veikė variklis, raketa kilo greitėdama ir pakilo į aukštį h_1, o išsijungus varikliui kilo lėtėdama ir dar pakilo aukštį h_2. Akivaizdu, kad $h = h_1 + h_2$. Kadangi pradinio greičio raketa neturėjo, tai ji, kol veikė variklis, pakilo į aukštį $h_1 = at^2/2$ ir įgijo greitį $v_0 = at$. Toliau raketa laiką t_2 dar kilo lėtėdama su pagreičiu g, kol greitis sumažėjo iki nulio, ir dar pakilo aukštį $h_2 = v_0 t_2 - g t_2^2/2$. Iš greičio lygties $v_0 - g t_2 = 0$ randame laiką $t_2 = v_0/g = at/g$. Įrašome t_2 išraišką į h_2 lygtį. Gauname: $h_2 = a^2 t^2/2g$.

Pakilimo aukštis

$h = at^2/2 + a^2t^2/2g = at^2(1 + a/g)/2 = 3000$ m.

Raketa krinta be pradinio greičio. Jei kritimo laikas t_1, tai $h = g t_1^2/2$ ir $v = g t_1$. Taigi

$v = (2gh)^{1/2} = 245$ m/s.

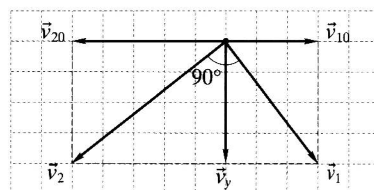
Ats. 3000 m; 245 m/s.

1.3.6 pavyzdys. Iš vieno taško tuo pat metu priešingomis kryptimis gulsčiai išlekia dvi dalelės; jų greičiai 9 m/s ir 16 m/s. Po kiek laiko kampas tarp dalelių greičių bus lygus 90°?

Duota: dalelių pradiniai greičiai $v_{10} = 9$ m/s ir $v_{20} = 16$ m/s; kampas tarp dalelių greičių krypčių $\alpha = 90°$; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: laiką t, po kurio kampas tarp dalelių taps 90°.

Sprendimas



Per laiką t dalelės, krisdamos žemyn, įgauna vienodus greičius $v_y = gt$. Iš judėjimo schemos matyti, kad

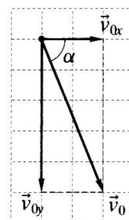
$(v_{10} + v_{20})^2 = v_1^2 + v_2^2$;

$v_1^2 = v_{10}^2 + v_y^2 = v_{10}^2 + g^2t^2$; $v_2^2 = v_{20}^2 + v_y^2 = v_{20}^2 + g^2t^2$;

$v_{10}^2 + 2v_{10}v_{20} + v_{20}^2 = v_{10}^2 + g^2t^2 + v_{20}^2 + g^2t^2$; $v_{10}v_{20} = g^2t^2$; $t = (v_{10}v_{20})^{1/2}/g = 1{,}2$ s.

Ats. 1,2 s.

1.3.7 pavyzdys. Bombonešis pikiruoja į taikinį 540 km/h greičiu ir sudaro 60° kampą su horizontu. Jis išmeta bombą 600 m aukštyje. Kokiu atstumu nuo taikinio (gulsčia kryptimi) turi būti išmesta bomba, kad pataikytų į taikinį?



Duota: kampas tarp bombonešio pikiravimo krypties ir gulsčiosios $\alpha = 60°$; bombonešio greitis $v_0 = 540$ km/h $= 150$ m/s; aukštis, kuriame buvo išmesta bomba, $h = 600$ m; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: atstumą gulsčiąja kryptimi l nuo bombos išmetimo vietos iki taikinio.

Sprendimas

Išmetimo momentu bombos kritimo greičio gulsčioji dedamoji $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ ir stačioji $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. Bombai krintant, jos greičio gulsčioji dedamoji v_{0x} nekinta, o stačioji didėja pagal dėsnį $v_y = v_{0y} + gt$.

Bombos kritimo laiką galima rasti iš poslinkio formulės (1.9):

$h = v_{0y}t + gt^2/2$; $t^2 + (2v_0 \sin\alpha/g)t - 2h/g = 0$.

Prasmę turi tik gautos kvadratinės lygties teigiamas sprendinys

$t = -v_0 \sin\alpha/g + (v_0^2 \sin^2\alpha/g^2 + 2h/g)^{1/2} = 4{,}0$ s.

Per tą laiką bomba gulsčiąja kryptimi nuskries atstumą
$l = v_{0x}t = v_0 t\cos\alpha = 300$ m.

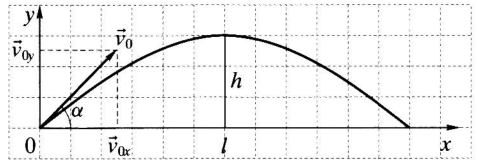
Ats. 300 m.

1.3.8 pavyzdys. Pievelėms laistyti naudojamas čiaupas, įrengtas žemės paviršiuje. Vandens srovė trykšta iš čiaupo 15 m/s greičiu. Kokį didžiausią plotą galima laistyti šiuo įrenginiu?

Duota: vandens čiurkšlės greitis $v_0 = 15$ m/s; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: laistomą pievelės plotą S.

Sprendimas



Kampu α į horizontą nukreiptą čiurkšlės greitį išskaidome į gulsčiąją ir stačiąją dedamąsias:

$v_{0x} = v_0\cos\alpha$; $v_{0y} = v_0\sin\alpha$.

Atstumas, kurį ištrykš vanduo, $l = v_{0x}t$. Vandens lėkio laiką t rasime iš stačiojo čiurkšlės judėjimo. Per laiką t ji turi pakilti į didžiausią aukštį h ir nukristi, t. y. jos poslinkis per laiką t lygus nuliui. Todėl

$h = v_{0y}t + gt^2/2 = 0$; $t = 2v_{0y}/g$; $l = 2v_{0x}v_{0y}/g$;

$l = 2v_0^2\sin\alpha\cos\alpha/g = v_0^2\sin 2\alpha/g$.

Iš gautos l išraiškos matyti, kad atstumas didžiausias, kai $\sin 2\alpha = 1$, t. y. kai $\alpha = 45°$. Todėl $l_{max} = v_0^2/g$.

Didžiausias laistomas plotas $S = \pi l_{max}^2 = \pi v_0^4/g^2 = 1{,}6\cdot 10^3$ m^2.

Ats. $1{,}6\cdot 10^3$ m^2.

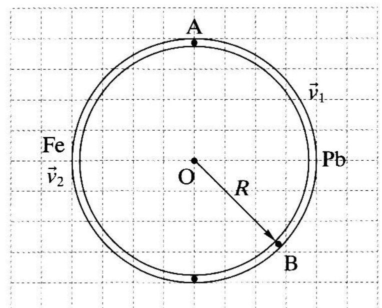
1.4. Tolygus sukimasis

1.4.1 pavyzdys. Ploni švino ir plieno pusžiedžiai sujungti į 0,25 m spindulio žiedą. Garso greitis švine 1300 m/s, pliene – 5100 m/s. Po kiek laiko susitiks garso bangos, jei sužadinsime jas ties pusžiedžių sujungimu?

Duota: žiedo spindulys $R = 0{,}25$ m; garso greitis švine $v_1 = 1300$ m/s; garso greitis pliene $v_2 = 5100$ m/s.

Rasti: laiką t, po kurio bangos susitiks.

Sprendimas



Tarkime, kad bangos sužadinamos taške A. Kadangi garsas pliene sklinda greičiau, tai jos susitiks švine, tarkime, taške B. Dešinėje (švine) jos nueis kelią $s_1 = v_1 t$, o kairėje – kelią $s_2 = v_1 t_1 + v_2 t_2$, čia t_1 – laikas, kurį garsas sklis apatiniame švino segmente, t_2 – laikas, kurį garsas sklis plieniniame pusžiedyje. Akivaizdu, kad $t = t_1 + t_2$. Apskritimo ilgis yra $2\pi R$, taigi pusžiedžio ilgis bus πR. Todėl

$t_2 = \pi R/v_2$; $t_1 = (\pi R - s_1)/v_1 = (\pi R - v_1 t)/v_1$ ir

$t = (\pi R - v_1 t)/v_1 + \pi R/v_2$.

Pertvarkę gauname:

$t = \pi R(v_1 + v_2)/2v_1 v_2 = 3{,}8 \cdot 10^{-4}$ s $= 0{,}38$ ms.

Ats. 0,38 ms.

1.4.2 pavyzdys. Laivas plaukia pastoviu 36 km/h greičiu. Jame jūreivis priešinga laivo judėjimui kryptimi 2,0 m/s greičiu stumia vežimėlį. Kokiu momentiniu greičiu laivo ir vandens atžvilgiu juda: 1) vežimėlio rato viršutinis taškas; 2) jo apatinis taškas; 3) priekinis rato taškas; 4) užpakalinis rato taškas?

Duota: laivo greitis $v_L = 36$ km/h $= 10$ m/s; vežimėlio greitis $v_V = 2{,}0$ m/s.

Rasti: vežimėlio rato atitinkamų taškų greičius laivo atžvilgiu v_1, v_2, v_3, v_4; vežimėlio rato atitinkamų taškų greičius vandens atžvilgiu v_1', v_2', v_3', v_4'.

Sprendimas

Schema atspindi atskaitos sistemos, susietos su laivu, padėtį. Ratas sukasi kairėn, tad rato ašis O ir visi kiti jo taškai slenka kairėn greičiu v_V. Dėl to, kad ratas sukasi, įvairūs jo taškai to paties modulio greičiu v_V juda skirtingomis kryptimis (tai aptarta teorinėje dalyje).

Taškas 1 juda kairėn greičiu $v_1 = 2v_V = 4{,}0$ m/s, nes ratas rieda, t. y. ir slenka kairėn greičiu v_V, ir dar ta pačia kryptimi sukasi greičiu v_V.

Taškas 2 nejuda, nes dalyvauja dviejuose priešingų krypčių judėjimuose – kartu su ratu slenka kairėn greičiu v_V ir drauge sukasi dešinėn tuo pačiu greičiu: $v_2 = v_V - v_V = 0$.

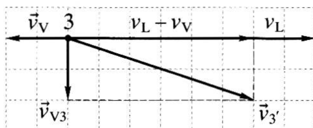
Taškai 3 ir 4 tuo pačiu metu dalyvauja dviejuose vienas kitam statmenuose judėjimuose, todėl $v_3 = v_4 = (v_V^2 + v_V^2)^{1/2} = v_V 2^{1/2} = 2{,}8$ m/s.

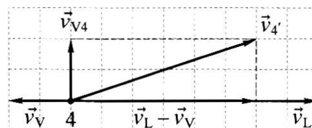
Kadangi laivas plaukia, tai skaičiuojant rato taškų greitį vandens atžvilgiu, prie gautų greičio reikšmių reikia pridėti dešinėn nukreiptą laivo greitį v_L:

1) Greičių v_L ir v_1 kryptys yra priešingos, tad $v_1' = v_L - v_1 = v_L - 2v_V = 6{,}0$ m/s;

2) Kadangi $v_2 = 0$, $v_2' = v_L = 10$ m/s;

3) Ratlankio taškas 3 dalyvauja trijuose judėjimuose: greičiu v_L dešinėn, greičiu v_V kairėn ir to paties modulio greičiu $|v_{V3}| = v_V$ – žemyn. Susumavus tuos greičius gaunamas greitis $v_3' = (v_V^2 + (v_L - v_V)^2)^{1/2} = 8{,}3$ m/s.



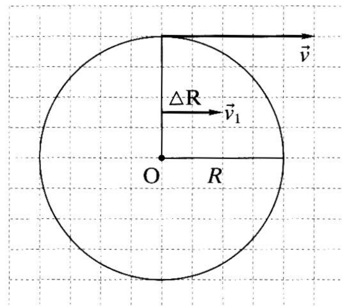


4) Greičio v_4' skaičiavimas analogiškas v_3' skaičiavimui. Kadangi ratlankio sukimosi greitis, kurio modulis $|v_{V4}| = v_V$, nukreiptas aukštyn, skiriasi tik greičio v_4' kryptis, o modulis toks pat, kaip ir v_3': $v_4' = v_3' = 8{,}3$ m/s.

Ats. 4 m/s; 0; 2,8 m/s; 2,8 m/s ir 6,0 m/s; 10 m/s; 8,3 m/s; 8,3 m/s.

1.4.3 pavyzdys. Koks besisukančio rato spindulys, jei jo ratlankio taškų linijinis greitis 3 kartus didesnis, negu taškų, esančių 4,0 cm arčiau sukimosi ašies? Koks bus sukimosi dažnis ir ratlankio įcentrinis pagreitis, jei ratlankis sukasi 1,2 m/s linijiniu greičiu?

Duota: santykis tarp ratlankio ir taško, esančio arčiau sukimosi ašies, greičių $v/v_1 = 3$; atstumas nuo ratlankio iki taško, esančio arčiau sukimosi ašies, $\Delta R = 4{,}0$ cm; ratlankio linijinis greitis $v = 1{,}2$ m/s.



Rasti: ratlankio spindulį R; rato sukimosi dažnį n; ratlankio įcentrinį pagreitį a.

Sprendimas

Spręsdami remsimės (1.10) ir (1.11) formulėmis:

$v = 2\pi R/T$; $v_1 = 2\pi(R - \Delta R)/T$;

$v/v_1 = R/(R - \Delta R) = 3.$

$R = 1{,}5\Delta R = 6{,}0 \text{ cm} = 0{,}06 \text{ m}.$

$T = 2\pi R/v$; $n = 1/T = v/2\pi R = v/3\pi \Delta R = 3{,}2 s^{-1}.$

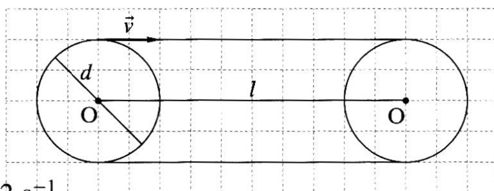
$a = v^2/R = v^2/1{,}5\Delta R = 24 \text{ m/s}^2.$

Ats. 0,06 m; 3,2 s^{-1}; 24 m/s^2.

1.4.4 pavyzdys. Kokiu dažniu turi suktis transmisijos veleno skriemulys, kurio skersmuo 400 mm, kad uždėta ant jo pavaros juosta judėtų 15 m/s greičiu? Skriemulys suka kitą tokio pat skersmens skriemulį. Atstumas tarp skriemulių ašių 10 m. Per kiek laiko pavaros juosta padaro vieną apsisukimą ir kiek kartų per tą laiką apsisuka skriemuliai?

Duota: skriemulių skersmuo $d = 400$ mm $= 0{,}40$ m; pavaros juostos greitis $v = 15$ m/s; atstumas tarp skriemulių ašių $l = 10$ m.

Rasti: skriemulio sukimosi dažnį n; pavaros juostos vieno apsisukimo trukmę t; skriemulių apsisukimų per laiką t skaičių N.



Sprendimas

Pasinaudosime (1.10) formule:

$v = 2\pi R/T = 2\pi Rn$; $n = v/2\pi R = v/\pi d = 12 \text{ s}^{-1}$.

Juostos ilgis $s = 2l + 2\pi R = 2l + \pi d$. Tad vieno juostos apsisukimo trukmė

$t = s/v = (2l + \pi d)/v = 1{,}4$ s.

Apsisukimų skaičių N rasime padauginę juostos apsisukimo trukmę t iš skriemulio sukimosi dažnio n:

$N = tn = (2l + \pi d)/\pi d = 17.$

Ats. 12 s^{-1}; 1,4 s; 17.

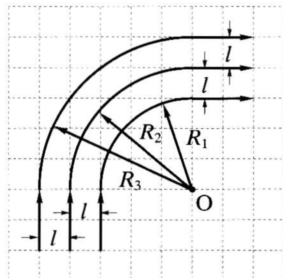
1.4.5 pavyzdys. Trys lėktuvai, skrisdami greta tame pačiame aukštyje 60 m atstumu vienas nuo kito, pasuka į dešinę 90° kampu ir vėl skrenda greta, nutolę tuo pačiu atstumu. Vidurinis lėktuvas skrenda 360 km/h greičiu. Jo posūkio kreivumo spindulys 600 m. Reikia apskaičiuoti kiekvieno lėktuvo greitį posūkyje ir įcentrinį pagreitį.

Duota: atstumas tarp lėktuvų $l = 60$ m; vidurinio lėktuvo greitis $v_2 = 360$ km/h $= 100$ m/s, posūkio kreivumo spindulys $R_2 = 600$ m.

Rasti: pirmojo ir antrojo lėktuvų greičius darant posūkį v_1 ir v_3; lėktuvų įcentrinius pagreičius a_1, a_2, a_3.

Sprendimas

Iš judėjimo schemos matyti, kad $R_1 = R_2 - l$; $R_3 = R_2 + l$. Kad atlikę posūkį vėl skristų greta, visų lėktuvų sukimosi periodai turi būti vienodi: $T_1 = T_2 = T_3 = T$. Iš (1.10) formulės $v_1 = 2\pi R_1/T = 2\pi(R_2 - l)/T$; $v_2 = 2\pi R_2/T$; $v_3 = 2\pi R_3/T = 2\pi(R_2 + l)/T$. $v_1 = v_2(R_2 - l)/R_2 = 90$ m/s; $v_3 = v_2(R_2 + l)/R_2 = 110$ m/s. Pagal (1.11) formulę



$a_1 = v_1^2/R_1 = v_2^2(R_2 - l)/R_2^2 = 15{,}0$ m/s^2;

$a_2 = v_2^2/R_2 = 16{,}7$ m/s^2;

$a_3 = v_3^2/R_3 = v_2^2(R_2 + l)/R_2^2 = 18{,}3$ m/s^2.

Ats. 90 m/s; 110 m/s; 15,0 m/s^2; 16,7 m/s^2; 18,3 m/s^2.

1.4.6 pavyzdys. 20 cm spindulio cilindras sukasi apie savo ašį 20 min^{-1} dažniu. Cilindro sudaromosios kryptimi šliaužia kūnas pastoviu greičiu 30 cm/s paviršiaus atžvilgiu. Raskime kūno greitį ir pagreitį nejudančios atskaitos sistemos atžvilgiu.

Duota: cilindro spindulys $R = 20$ cm $= 0{,}20$ m; cilindro sukimosi dažnis $n = 20$ min^{-1} $= 0{,}33$ s^{-1}; kūno greitis $v_1 = 30$ cm/s $= 0{,}30$ m/s.

Rasti: kūno greitį v ir pagreitį a nejudančios atskaitos sistemos atžvilgiu.

Sprendimas

Remsimės (1.10) ir (1.11) formulėmis.

Cilindro paviršiaus taškų linijinis greitis $v_2 = 2\pi R/T = 2\pi Rn$.

Greičiai v_1 ir v_2 yra vienas kitam statmeni. Todėl

$v = (v_1^2 + v_2^2)^{1/2} = (v_1^2 + 4\pi^2 R^2 n^2)^{1/2} = 0{,}51$ m/s.

Kadangi kūnas šliaužia pastoviu greičiu, jis turi tik įcentrinį pagreitį, atsirandantį dėl cilindro sukimosi:

$a = a_{\text{įc}} = 4\pi^2 n^2 R = 0{,}88$ m/s^2.

Ats. 0,51 m/s; 0, 88 m/s^2.

1.4.7 pavyzdys. R spindulio lygaus paviršiaus diskas sukasi apie stačiąją ašį dažniu 40 min^{-1}. $R/2$ atstumu nuo sukimosi ašies atitrūksta veržlė, kuri be trinties slysta disko paviršiumi. Po kiek laiko ji nuslys nuo disko?

Duota: disko sukimosi dažnis $n = 40$ min^{-1} $= 0{,}67$ s^{-1}; atstumas nuo sukimosi ašies iki veržlės atitrūkimo vietos $r = R/2$.

Rasti: laiką t, per kurį veržlė nuslysta nuo disko.

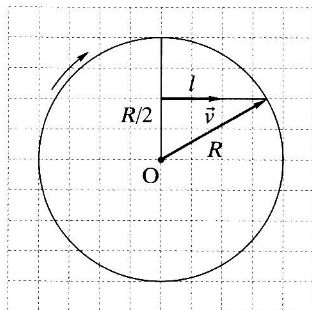
Sprendimas

Veržlės greitis atitrūkimo momentu $v = 2\pi r/T = 2\pi rn = \pi Rn$.

Atitrūkusi veržlė juda trajektorijos liestinės – disko stygos – kryptimi ir disku nuslysta atstumą

$l = (R^2 - r^2)^{1/2} = (R^2 - R^2/4)^{1/2} = 3^{1/2}R/2$.

$t = l/v = 3^{1/2}R/2\pi Rn = 3^{1/2}/2\pi n = 0{,}41$ s.



Ats. 0,41 s.

1.4.8 pavyzdys. Ant apvalaus rąsto, kurio skersmuo 30 cm, padėta 6,0 m ilgio lenta, kurią žmogus, einantis 0,40 m/s greičiu, stumia gulsčia kryptimi. Per kiek laiko žmogus pasieks rąstą? Kiek apsisukimų per tą laiką padaro rąstas?

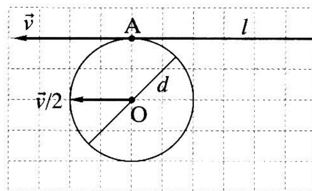
Duota: rąsto skersmuo $d = 30$ cm $= 0{,}30$ m; lentos ilgis $l = 6{,}0$ m; žmogaus greitis $v = 0{,}40$ m/s.

Rasti: laiką t, per kurį žmogus pasieks rąstą; rąsto apsisukimų skaičių N.

Sprendimas

Rąstui riedant jo viršutinis taškas A žemės atžvilgiu slenka dvigubai didesniu greičiu, nei jo ašis O (žr. 1.4.2 pavyzdį). Todėl rąstas rieda du kartus lėčiau, nei eina žmogus. Žmogus pasieks rąstą tuo momentu, kai ties tašku A bus lentos vidurys. Tad

$t = l/2v = 7{,}5$ s.



Kadangi n – sukimosi dažnis arba apsisukimų skaičius per laiko vienetą, tai per laiką t apsisukimų skaičius $N = nt$.

Iš (1.10) formulės išplaukia, kad $n = v/2\pi R = v/\pi d$. Taigi $N = vt/\pi d = l/2\pi d = 3{,}2$.

Ats. 7,5 s; 3,2.

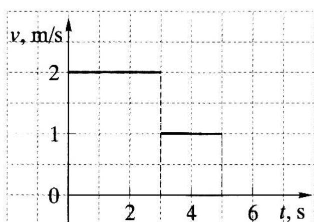
1.5. Užduotys

1.5.1. Žmogus tiesiu keliu nuėjo 3 km. Po to pasuko 90° kampu ir dar nuėjo 4 km. Apskaičiuokite žmogaus kelią ir poslinkį.

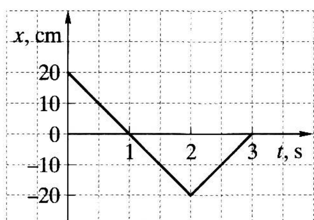
1.5.2. Lėktuvas iš pradžių nuskrido 400 km į šiaurės rytus, o po to dar 200 km į šiaurę. Raskite lėktuvo nuskristą kelią ir poslinkį.

1.5.3. Iš oro uosto lėktuvas kyla 360 km/h greičiu 30° kampu su gulsčiąja kryptimi. Kokį aukštį jis pasieks per 10 s ir kokį atstumą (gulsčiąja kryptimi) jis nutols nuo pakilimo vietos?

1.5.4. Diagramoje parodytas kūno greičio priklausomybės nuo laiko grafikas. Nubraižykite koordinatės ir kelio grafikus. Kokį kelią kūnas nuėjo ir koks jo poslinkis per visą judėjimo laiką? Pradinė kūno koordinatė $x_0 = -2$ m.



1.5.5. Diagramoje pateiktas koordinatės priklausomybės nuo laiko grafikas. Nubraižykite kelio ir greičio grafikus. Koks yra poslinkis ir koks kelias nueitas per visą judėjimo laiką?



1.5.6. Paukštis skrenda 36 km/h greičiu Žemės atžvilgiu. Ta pačia kryptimi pučia vėjas greičiu 5,0 m/s. Kokiu greičiu juda oras paukščio atžvilgiu?

1.5.7. Metro eskalatorius juda 1,0 m/s greičiu. Per kiek laiko keleivis, einantis eskalatoriaus judėjimo kryptimi 1,8 km/h greičiu, pasistūmės 90 m?

1.5.8. Ekrane 72 km/h greičiu vilkas vejasi zuikį, bėgantį 15 m/s greičiu. Ar pavys vilkas zuikį, jei atstumas tarp jų 20 m, o filmas baigiasi po 5 s? Jei pavys, tai kokį atstumą iki pavys nubėgs vilkas ir kokį zuikis?

1.5.9. Keleivinis traukinys važiuoja 108 km/h greičiu. Jis pasiveja gretimais bėgiais 54 km/h greičiu važiuojantį prekinį traukinį. Keleivinio traukinio keleivis pastebi, kad jis pro prekinį traukinį pravažiavo per 40 s. Koks prekinio traukinio ilgis?

1.5.10. Dviem lygiagrečiais keliais ta pačia kryptimi važiuoja du traukiniai: 200 m ilgio keleivinis 72 km/h greičiu ir 400 m ilgio prekinis 45 km/h greičiu. Kiek laiko truks, kol keleivinis traukinys aplenks prekinį? Kokį kelią per tą laiką nuvažiuos kiekvienas traukinys?

1.5.11. Valties judėjimo greitis vandens atžvilgiu 3 kartus didesnis už upės srovės greitį. Kiek kartų ilgiau teks plaukti valtimi tarp dviejų punktų prieš srovę negu pasroviui?

1.5.12. Kateris nuplaukė iš punkto A į punktą B per 3 h, o plaustas – per 12 h. Kiek laiko sugaiš kateris, kol grįš atgal?

1.5.13. Per upę statmenai jos srovei 3,0 m/s greičiu plaukia valtis. Upės plotis 300 m, srovės greitis 2,0 m/s. Koks valties greitis kranto atžvilgiu? Kiek metrų valtį nuneš srovė? Kokį kelią nuplaukė valtis vandens atžvilgiu ir kokį – kranto atžvilgiu?

1.5.14. Nuo vagono, važiuojančio 24 m/s greičiu, lubų krinta vandens lašas. Jo greitis bėgių atžvilgiu lygus 26 m/s. Kokiu greičiu lašas krinta vagono atžvilgiu? Per kiek laiko jis nukris, jei vagono aukštis 2,3 m? Kokį kelią per tą laiką nulėks lašas bėgių atžvilgiu?

1.5.15. Kai vėjas pučia 10 m/s greičiu, lietaus lašai krinta, sudarydami su stačiąja kryptimi 30° kampą. Kokiu greičiu turi pūsti vėjas, kad lašai kristų 45° kampu?

1.5.16. Srovės greitis 3,0 m/s, valties – 5,0 m/s. Upės plotis 40 m. Per kiek laiko valtis: a) statmenai perplauks upę ir grįš atgal; b) nusileis pasroviui 40 m ir grįš atgal?

1.5.17. Malūnsparnis 108 km/h greičiu skrenda šiaurės kryptimi, nesant vėjo. Kokiu greičiu skris malūnsparnis, jei jį ims nešti vakarų vėjas, pučiantis 15 m/s greičiu? Kokiu kampu jis nukryps nuo šiaurės krypties?

1.5.18. Malūnsparnis skrenda tiesiai iš Šiaulių į Palangą, esančią 140 km į vakarus. Kiek laiko skrido malūnsparnis, jei skrydžio metu pūtė stiprus 20 m/s greičio šiaurės vėjas? Kai nėra vėjo, malūnsparnio greitis yra 180 km/h. Kiek laiko būtų trukęs skrydis, jei nebūtų vėjo?

1.5.19. Kateris, plaukdamas upe žemyn, aplenkia gelbėjimosi ratą. Po 30 min kateris pasuka atgal ir vėl sutinka ratą, tik 5,0 km žemiau. Raskite upės tėkmės greitį.

1.5.20. Motociklininkų baikerių kolona važiuoja 45 km/h greičiu. Kolonos ilgis 600 m. Nuo kolonos pradžios ir galo vienu metu išvažiuoja du baikeriai, iš kolonos pradžios greičiu 15 m/s, iš kolonos galo greičiu 18 m/s. Po kiek laiko vienas baikeris pasieks kolonos galą, o kitas – pradžią? Po kiek laiko ir kurioje vietoje nuo kolonos pradžios jie susitiks?

1.5.21. Jūrinio lainerio ilgis 200 m, plaukimo greitis pastovus. Jį pasivijęs kateris per 40 s 80 km/h greičiu nuplaukia nuo laivagalio iki pirmagalio ir sugrįžta atgal. Koks laivo greitis? Kiek laiko sugaišo kateris plaukdamas pirmyn ir atgal?

1.5.22. Metro eskalatorius ant jo stovintį keleivį pakelia per 2,0 min. Eidamas nejudančiu eskalatoriumi, keleivis užlipa iki jo viršaus per 3,0 min. Per kiek laiko keleivis nusileis eidamas judančiu žemyn eskalatoriumi?

1.5.23. Metro eskalatorius ant jo stovintį keleivį pakelia per 3,0 min. Bėgdamas nejudančiu eskalatoriumi keleivis nusileidžia per 2,0 min. Per kiek laiko keleivis nusileis bėgdamas judančiu aukštyn eskalatoriumi?

1.5.24. Upės srovės greitis 2,0 m/s. Pusę kelio valtininkas plaukė tik srovės nešamas, o kitą pusę – pasroviui irkluodamas 3,0 m/s greičiu vandens atžvilgiu. Kokiu vidutiniu greičiu plaukė valtis?

1.5.25. Traukinys atstumą nuo stoties A iki stoties B važiuoja 30 km/h greičiu. Kokiu greičiu jis turi grįžti, kad vidutinis greitis būtų 1,5 karto didesnis?

1.5.26. Į sankryžą statmenomis kryptimis artėja du automobiliai: pirmasis greičiu 40 m/s, antrasis – 30 m/s. Tuo momentu, kai pirmasis automobilis yra 900 m atstumu nuo sankryžos, antrasis yra 1200 m atstumu. Kokiu mažiausiu atstumu suartėja automobiliai?

1.5.27. Iš sankryžos du automobiliai juda greičiais 20 m/s ir 15 m/s tarpusavyje statmenomis kryptimis. Kokiu greičiu jie tolsta vienas nuo kito? Kiek pasislinks automobiliai vienas kito atžvilgiu per 20 s?

1.5.28. Vikšrinis traktorius važiuoja 9,0 km/h greičiu. Kokiu greičiu traktoriaus ir žemės atžvilgiu juda: 1) viršutinė vikšro dalis; 2) apatinė vikšro dalis; 3) vikšro dalys, kurios duotu momentu juda traktoriaus atžvilgiu stačiai aukštyn ir stačiai žemyn?

1.5.29. Koks yra materialiojo taško, kurio judėjimo lygtys yra $x = -4 + 3t$ ir $y = 3 - 4t$, greitis? Kiek taškas pasislinko per pirmąsias 4,0 s?

1.5.30. Kūno greičio lygtis yra $v = 15 + 0{,}8t$. Raskite kūno pradinį greitį ir pagreitį. Taip pat apskaičiuokite, kokį greitį kūnas įgys ir kokį kelią jis nueis per pirmąsias 5 s?

1.5.31. Dalelės koordinatės priklausomybės nuo laiko lygtis yra $x = 5 + 4t + t^2$ (m). Raskite dalelės pagreitį, pradinį greitį ir greitį po 4 s bei per tą laiką nueitą kelią.

1.5.32. Žinodami judėjimo lygtį $x = 3t + 0{,}5t^2$ (x ir t matuojami SI vienetais), gaukite poslinkio, greičio ir pagreičio priklausomybės nuo laiko lygtis ir nubrėžkite jų grafikus.

1.5.33. Pradėjęs važiuoti motociklininkas 1,0 km ruožą pravažiavo pastoviu 0,80 m/s^2 pagreičiu. Kiek laiko jis važiavo? Kokį pasiekė greitį?

1.5.34. Jūs važiuojate tiesiu keliu 90 km/h greičiu. Staiga 60 m atstumu prieš jus į kelio vidurį išbėga stirna. Stabdote savo automobilį 6,0 m/s^2 pagreičiu. Ar pavyks sustoti nepartrenkus stirnos?

1.5.35. Rutuliukas 1,0 s rieda nuožulniu loveliu 4,0 m/s^2 pagreičiu. Apskaičiuokite galinio greičio gulsčiąją ir stačiąją projekcijas, jei lovelis su gulsčiąja kryptimi sudaro 30° kampą. Kokį kelią nuriedėjo rutuliukas? Raskite kelio gulsčiąją ir stačiąją dedamąsias.

1.5.36. Kulka, lekianti tam tikru greičiu, įsminga į sieną 10 cm. Kaip giliai į tą pačią sieną įsmigs kulka, jei jos greitis bus du kartus didesnis?

1.5.37. Automobilis, tolygiai greitėdamas, įgijo 72 km/h greitį. Kokį greitį jis turėjo pusiaukelėje?

1.5.38. Kūnas, judantis tolygiai greitėjančiai, per pirmąsias 5,0 s pasislinko 100 m, o per pirmųjų 10 s – 300 m. Koks buvo pradinis greitis?

1.5.39. Du dviratininkai važiuoja priešpriešiais. Pradiniu laiko momentu vieno dviratininko greitis 7,2 km/h ir jis pagreičiu 0,30 m/s^2 važiuoja pakalnėn, kito greitis 36 km/h ir jis pagreičiu –0,20 m/s^2 važiuoja įkalnėn. Koks buvo atstumas tarp jų, jei jie susitiko po 0,5 min?

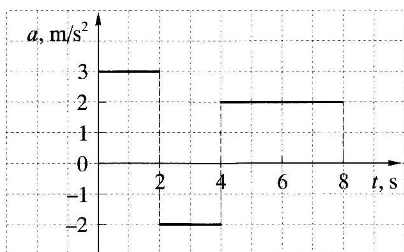
1.5.40. Kūnas pradeda judėti tolygiai greitėdamas ir per 4-ąją judėjimo sekundę nueina 7,0 m. Kokį kelią nuėjo ir kokį greitį pasiekė kūnas per pirmąsias 10 s? Koks vidutinis judėjimo greitis?

1.5.41. Liftas pradeda judėti pastoviu pagreičiu ir per 2,0 s pasiekia 4,0 m/s greitį. Šiuo greičiu liftas juda dar 4,0 s, o toliau tolygiai lėtėdamas per 3,0 s sustoja. Į kokį aukštį pakilo liftas? Kokiu vidutiniu greičiu jis judėjo?

1.5.42. Per 20 min traukinio greitis sumažėjo nuo 20 m/s iki 10 m/s. Toliau jis 30 s važiavo tolygiai, po to pradėjo stabdyti ir, nuvažiavęs dar 400 m, sustojo. Koks traukinio vidutinis greitis kelyje?

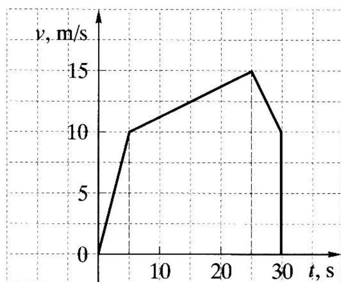
1.5.43. Sunkvežimis per 10 s padidino greitį nuo 36 km/h iki 54 km/h. Po to 0,3 min jis važiavo pastoviu greičiu. Raskite sunkvežimio nuvažiuotą kelią ir vidutinį greitį.

1.5.44. Diagramoje parodytas pagreičio grafikas.

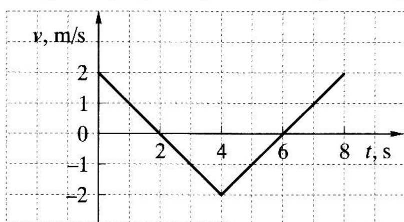


Nubrėžkite greičio grafiką ir apskaičiuokite nueitą kelią. Pradinis greitis lygus nuliui.

1.5.45. Diagramoje parodytas greičio grafikas. Raskite kūno poslinkį ir nueitą kelią.



1.5.46. Diagramoje parodytas kūno greičio grafikas.



Kokiu atstumu kūnas nutolo nuo pradinės padėties, kokį kelią jis nuėjo?

1.5.47. Judančio kūno koordinačių lygtys yra $x = 3t$ ir $y = 6 - t^2$ (x, y ir t matuojami SI vienetais). Nubraižykite kūno trajektoriją per pirmąsias 6 sekundes. Raskite pradinį greitį, pagreitį bei jų kryptį.

1.5.48. Sakalas keleivis, puldamas iš viršaus savo grobį, pasiekė 360 km/h greitį. Iš kokio aukščio puolė grobuonis? Kiek laiko jis krito? Jo kritimą laikykite laisvuoju.

1.5.49. Iš sraigtasparnio, esančio 300 m aukštyje, išmetė krovinį. Per kiek laiko ir kokiu greičiu nukris krovinys, jei sraigtasparnis: a) nejudėjo; b) leidosi 10 m/s greičiu? c) kilo 10 m/s greičiu?

1.5.50. Kūnas, laisvai krintantis iš rimties būsenos, pirmosios kelio pusės gale pasiekė 20 m/s greitį. Kokiu greičiu kūnas pasiekė žemę? Iš kokio aukščio ir kiek laiko jis krito?

1.5.51. Kūnas laisvai krinta iš 45 m aukščio. Padalykite šį aukštį į tokias 3 dalis, kurių kiekvieną kūnas įveiktų per vienodus laiko tarpus.

1.5.52. Aerostatas kyla iš Žemės stačiai aukštyn 2,5 m/s^2 pagreičiu. Po 8,0 s nuo judėjimo pradžios iš aerostato išmetė balastą. Po kiek laiko ir kokiu greičiu balastas nukris ant Žemės? Balastui krintant oro pasipriešinimo nepaisome.

1.5.53. Plaukikas šoko nuo 5,0 m aukščio bokštelio ir paniro į 2,0 m gylį. Kiek laiko jis krito ir kokį greitį pasiekė? Kokiu pagreičiu ir kiek laiko jis nirdamas judėjo vandenyje? Oro pasipriešinimo nepaisome.

1.5.54. Sportininkas įsibėgėja ir šoka gulsčiąja kryptimi nuo 10 m aukščio bokšto. Jis neria į vandenį 7,0 m atstumu nuo bokšto pagrindo. Raskite sportininko greitį atsispyrimo metu ir tuo momentu, kai jis pasiekė vandens paviršių. Kokiu kampu į horizontą sportininkas nėrė į vandenį? Oro pasipriešinimo nepaisome.

1.5.55. Iš lėktuvo, skrendančio 250 m aukštyje 180 km/h greičiu, išmetė krovinį. Kiek laiko krito krovinys ir kokiu greičiu jis nukrito? Kokį kampą su gulsčiąja kryptimi smūgio į žemę metu sudarė krovinio greitis? Oro pasipriešinimo nepaisome.

1.5.56. Kokiu kampu į horizontą reikia mesti kūną, kad jo pakilimo aukštis būtų lygus lėkio toliui? Oro pasipriešinimo nepaisome.

1.5.57. Du kūnai iš tos pačios vietos mesti kampais 15° ir 45° į horizontą. Raskite kūnų pradinių greičių santykį, jei jie nukrito toje pačioje vietoje. Oro pasipriešinimo nepaisome.

1.5.58. Maskvos kremliaus Spaso bokšto kurantų minučių ir valandų rodyklės yra 3,3 m ir 3,0 m ilgio. Raskite rodyklių galų linijinius greičius.Kokį kelią per parą nueina rodyklių galai?

1.5.59. Vilkelis, sukdamasis 40 s^{-1} dažniu, ima laisvai kristi iš 20 m aukščio. Kiek kartų vilkelis suspės apsisukti, kol nukris? Oro pasipriešinimo nepaisome.

1.5.60. Staklėmis gręžiama 20 mm skersmens skylė. Grąžto išoriniai taškai juda 400 mm/s greičiu. Pats grąžtas per vieną apsisukimą pasislenka 0,5 mm. Per kiek laiko bus pragręžta 150 mm storio detalė?

1.5.61. Smagratis sukasi 120 aps/min. greičiu. Jo išorinių taškų ir taškų, esančių 25 cm arčiau sukimosi ašies, įcentriniai pagreičiai skiriasi 2 kartus. Kokio ilgio yra smagračio spindulys? Koks smagračio išorinių taškų linijinis greitis ir įcentrinis pagreitis?

1.5.62. Pirmojo rato sukimosi periodas 2 kartus mažesnis negu antrojo. Palyginkite pirmojo ir antrojo rato ratlankių linijinius greičius ir įcentrinius pagreičius, jei pirmojo rato spindulys 3 kartus didesnis už antrojo.

1.5.63. 1,5 m spindulio lėktuvo propelerio mentė sukasi 1800 aps/min. geičiu. Lėktuvo greitis Žemės atžvilgiu 270 km/h. Koks propelerio mentės galo greitis Žemės atžvilgiu? Koks mentės įcentrinis pagreitis?

1.5.64. Eksperimentiškai nustatyti orinio šautuvo kulkos greičiui naudojamas įrenginys, kurį sudaro du popieriniai diskai, įtvirtinti ant vienos ašies ir nutolę 0,10 m vienas nuo kito. Sukantis varikliui abu diskai sukasi tuo pačiu greičiu. Kulka iššaunama lygiagrečiai sukimosi ašiai ir diskuose pramuša skylutes. Kol kulka lekia tarp diskų, jie pasisuka 10° kampu. Raskite kulkos greitį. Variklio sukimosi dažnis 25 s^{-1}.

1.5.65. Apskaičiuokite Panevėžio miesto greitį ir įcentrinį pagreitį Žemei sukantis apie savo ašį. Žemės spindulys 6400 km, Panevėžio geografinė platuma apytiksliai 56°.

1.5.66. Kokį linijinį greitį turi dviračio rato viršutiniai taškai, jei važiuojant 60 cm skersmens dviračio ratai daro 5 aps/s? Kokiu greičiu važiuoja dviratininkas?

1.5.67. Ratas rieda gulsčiu keliu neslysdamas 20 m/s greičiu. Kokiu greičiu juda apskritimu rato išoriniai taškai? Kokiu greičiu kelio atžvilgiu juda viršutiniai ir apatiniai rato taškai? Kokiu dažniu sukasi ratas, jei jo spindulys 30 cm? Koks rato išorinių taškų įcentrinis pagreitis?

2. Dinamikos ir statikos pagrindai

Dinamika – tai mechanikos dalis, tirianti mechaninio makroskopinių kūnų judėjimo kitimą, sukeltą kitų kūnų poveikio (jėgų). Veikiant jėgai atsiranda pagreitis, dėl kurio pakinta judėjimo pobūdis.

Dinamikos pagrindą sudaro trys Niutono dėsniai, apibūdinantys svarbiausius dinamikos reiškinius: *inerciją, jėgų veikimo būdus ir padarinius, taip pat kūnų tarpusavio sąveiką.* Niutono dėsniai, kaip ir kinematinės judėjimo lygtys, užrašomi tam tikrų atskaitos sistemų atžvilgiu. Šie dėsniai galioja tik tokiose atskaitos sistemose, kurios viena kitos atžvilgiu juda be pagreičio. Tokios atskaitos sistemos vadinamos *inercinėmis.* Taigi Niutono dėsniai teisingi tik inercinėse atskaitos sistemose.

Dar vienas apribojimas Niutono dėsnių taikymui susijęs su kūnų judėjimo greičiais. Kai $v \ll c$ (c – šviesos greitis vakuume), Niutono dėsniai gana tiksliai aprašo kūnų judėjimą, bet kai $v \to c$, įsivyrauja reliatyvistiniai reiškiniai (pvz., kūno masė priklauso nuo judėjimo greičio ir kt.), todėl klasikine forma užrašyti Niutono dėsniai tada tampa netikslūs.

Suformuluokime pagrindinius dinamikos dėsnius.

I Niutono dėsnis

Jeigu nėra poveikio (jėgos), tai nėra ir pagreičio – kūnas juda tik tiesiai ir tolygiai arba yra parimęs. Taigi *neveikiamas jėgų kūnas gali judėti arba išlaikyti rimtį.* Šiuo atveju kūno judėjimo pobūdis išlieka nepakitęs: *nekinta nei greičio modulis, nei kryptis.* Toks judėjimo pobūdis gali išlikti ir tada, kai kūną vienu metu veikia kelios jėgos, tačiau jos viena kitą kompensuoja (panaikina). Tada sakoma, kad visų kūną veikiančių jėgų atstojamoji F_{atst} (vektorinė suma) lygi nuliui. Tokį judėjimą vadiname judėjimu *iš inercijos.* Trumpai matematiškai I Niutono dėsnį galima užrašyti taip:

Jeigu $\vec{F}_{\text{atst}} = 0$, *tai (inercinėje atskaitos sistemoje) ir* $\vec{a} = 0$, *tada greitis nekinta (kūnas juda tik tiesiai ir tolygiai) arba jis lygus nuliui (kūnas tos pačios inercinės atskaitos sistemos atžvilgiu nejuda).* (2.1)

II Niutono dėsnis

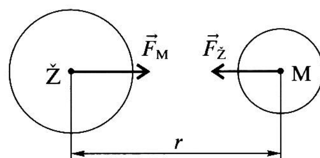
Jeigu kūną veikia jėga, tai ji sukuria pagreitį, ir kūno greitis (kryptis arba modulis, arba ir viena, ir kita) kinta. Tai vyksta tol, kol kūną veikia jėga. Išnykus poveikiui (jėgai), kūno greitis nustoja kisti, ir viskas vyksta pagal I Niutono dėsnį. Jei kūną vienu metu veikia kelios jėgos, tai tas pat pasakytina apie tų jėgų atstojamąją F_{atst}. *Pagreičio didumas yra tiesiog proporcingas veikiančios jėgos didumui ir atvirkščiai proporcingas veikiamo kūno masei.* Jėgõs (jėgų atstojamõsios) ir pagreičio kryptys visada sutampa, o greičio ir jėgos (pagreičio) kryptys gali ir nesutapti. Kitaip:

Jeigu $\vec{F}_{\text{atst}} \neq 0$, *tai (inercinėje atskaitos sistemoje) ir* $\vec{a} \neq 0$.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{atst}}}{m} \quad \textit{arba} \quad \vec{F}_{\text{atst}} = m\vec{a}. \tag{2.2}$$

III Niutono dėsnis

Reiškinys, kai vienas kūnas veikia kitą, vadinamas sąveika. Vykstant dviejų kūnų sąveikai, poveikį patiria abu kūnai, t. y. veiksmą lydi atoveikis. III Niutono dėsnis dar vadinamas *sąveikos* dėsniu. Taigi, pasak Niutono, *veiksmas lygus atoveikiui*, t. y. vykstant *sąveikai*, kūnai vienas kitą veikia vienodo didumo, bet priešingų krypčių jėgomis. Pvz., Žemė traukia Mėnulį, bet ir Mėnulis traukia Žemę. Šių jėgų kryptys yra priešingos, o jų moduliai lygūs. Reikia atkreipti dėmesį į tai, kad šios jėgos, nors ir yra vienodų modulių bei priešingų krypčių, negali viena kitos atsverti (kompensuoti), nes kiekviena jų veikia kitą kūną (žr. 2.1 pav.). Kai sąveikauja keletas kūnų, šį dėsnį reikia taikyti kiekvienai kūnų porai atskirai. Taigi:



2.1 pav.

Jeigu du kūnai sąveikauja, tai $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. (2.3)

Tokios Niutono dėsnių formuluotės teisingos, kai makroskopinį kūną galime nagrinėti kaip materialųjį tašką (kai tam tikromis judėjimo sąlygomis kūno matmenų galime nepaisyti) arba tada, kai kūno judėjimas yra slenkamasis (kai visi kūno taškai juda vienodai). Bendriausia forma Niutono dėsniai formuluojami kūno arba kūnų sistemos masės centrui, pavyzdžiui, bendriausia II Niutono dėsnio formuluotė būtų tokia:

Visų jėgų, veikiančių kūną, vektorinė suma lygi to kūno masės ir jo masės centro pagreičio $a_{\text{m.c.}}$ *sandaugai*:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}_{\text{m.c.}} \qquad (2.2a)$$

Gamtos jėgos

Masė m [kg] – kūno inertiškumo matas.

Jėga F [N] – išorinio poveikio kūnui matas.

Jėgų atstojamoji F_{atst} [N] – tai jėga, kuri gaunama vektoriškai susumavus visas tą patį kūno tašką veikiančias jėgas. Šios jėgos poveikis toks pat, kaip ir visų jėgų kartu.

Pagreitis a [m/s^2] – kūno greičio kitimo sparta.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}\right]$ – gravitacijos konstanta, vienoda visoje Visatoje.

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2} \text{ – } \textit{laisvojo kritimo pagreitis.} \qquad (2.4)$$

Čia g [m/s^2] – laisvojo kritimo (gravitacijos) pagreičio vertė, M [kg] – planetos masė, R [m] – jos spindulys, h [m] – aukštis, skaičiuojamas nuo planetos paviršiaus. Kiekvienoje planetoje laisvojo kritimo pagreičio vertė kitokia. Ji priklauso nuo planetos masės ir nuo atstumo iki planetos centro. Pvz., prie Žemės paviršiaus vidutinė laisvojo kritimo pagreičio vertė $g \approx 9{,}81$ m/s^2 (g vertė Žemėje kinta priklausomai nuo reljefo ir geografinės padėties), Marso paviršiuje $g \approx 3{,}71$ m/s^2, Jupiterio paviršiuje $g \approx 23{,}2$ m/s^2.

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \text{ – } \textit{visuotinės traukos (gravitacijos) jėga.} \qquad (2.5)$$

Čia r [m] – atstumas tarp sąveikaujančių kūnų centrų (2.1 pav.), $r = R + h$ (žr. formulės (2.4) komentarą).

$$\vec{F}_S = m\vec{g} \quad - \quad \textit{sunkio jėga.} \qquad (2.6)$$

Sunkio jėga – tai gravitacijos jėga, kuria Žemė traukia m masės kūną, esantį netoli jos paviršiaus. Ši jėga visada nukreipta į Žemės centrą.

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}), \ \textit{arba}\ P = m(g \pm a) \quad - \quad \textit{kūno svoris.} \qquad (2.7)$$

Kūno svoris P [N] – tai jėga, kuria kūnas dėl Žemės traukos veikia atramą arba pakabą. Ši jėga veikia statmenai atramos paviršiui, išilgai pakabos. Kai kūnas laisvai krinta ($a = g$), $P = 0$ – kūnas nesvarus. Tokiu atveju jis neslegia atramos ir netempia pakabos. Kai kūnas juda tolygiai, $P = mg$ – svoris skaitine verte lygus sunkiui ($F_s = mg$), tačiau reikia atkreipti dėmesį, kad šios dvi jėgos veikia skirtingus kūnus.

$$F_{\text{tampr}} = -k\Delta x \quad - \quad \textit{Huko dėsnis.} \qquad (2.8)$$

Čia F_{tampr} [N] – tai tamprumo jėga, atsirandanti dėl kūnų deformacijos. Δx [m] – kūno deformacija (pailgėjimas arba sutrumpėjimas), $|\Delta x| = x - x_0$. x ir x_0 – spyruoklės ilgiai atitinkamai po deformacijos ir iki jos. k [N/m] – kūno (dažniausiai spyruoklės) standumas – tai pačiai spyruoklei pastovus dydis, priklausantis nuo spyruoklės matmenų, formos bei medžiagos, iš kurios ji pagaminta, savybių. Taigi *tamprumo jėga yra tiesiog proporcinga deformacijai.* Tai teisinga tik tada, kai nėra liekamųjų deformacijų. Tamprumo jėgų grupei priskiriama ir atramos reakcijos jėga $\vec{R}$, kuri visada statmena atraminio kūno paviršiui, taip pat siūlo (lyno ir kt.) įtempimo jėga $\vec{T}$, veikianti išilgai siūlo (lyno). Šiais atvejais atramos (pakabos) deformacija yra nykstamai maža, ir jos nepaisoma.

$$F_{\text{tr}} = \mu N \quad - \quad \textit{trinties jėgos išraiška.} \qquad (2.9)$$

Čia F_{tr} [N] – trinties jėga, kuri atsiranda dėl kūnų paviršiaus nelygumų bei molekulių tarpusavio traukos, esant glaudžiam kūnų kontaktui; μ – trinties koeficientas – santykinis dydis $\mu = F_{\text{tr}}/N$, priklausantis tik nuo besiliečiančių kūnų paviršių savybių ($0 < \mu < 1$); N [N] – normalinio slėgio jėga – tai jėga, kuria kūnas statmenai slegia atraminį paviršių.

Atkreipkite dėmesį: pagal III Niutono dėsnį $|N| = |R|$. Atramos reakcijos jėga R – tai tamprumo jėga, kuri atsiranda, kai ant atramos padėtas kūnas slegia ir deformuoja atraminį kūną. Taigi trinties jėga – tai dar vienas tamprumo jėgos pasireiškimas, kai deformuojami kūnų nelygumai trukdo judėjimui, stabdo kūną, suteikdami jam neigiamą pagreitį.

Formulė (2.9) taikoma, kai kūnas slysta kito kūno paviršiumi, tačiau trinties jėga pasireiškia ir tada, kai kūną veikia išorinė jėga, bet kūnas išlieka parimęs. Šiuo atveju veikia *rimties trinties jėga*, kurios vertė didėja, didėjant išorinio poveikio jėgai iki vertės $F_{\text{tr}} = \mu N$, nuo kurios kūnas jau nebeišlaiko rimties, o pradeda slysti. Rimties trinties jėga padeda kūnui *pradėti* judėti.

$$F_A = \rho g V \quad - \textit{Archimedo jėga.} \qquad (2.10)$$

Čia F_A [N] – tai keliamoji jėga, veikianti kūnus, panirusius dujų ar skysčio tūryje (ne dugne). Archimedo dėsnis teigia: *keliamoji jėga skystyje arba dujose lygi kūno išstumto skysčio (dujų) svoriui.* Akivaizdu, kad ši jėga neveikia nesvarumo sąlygomis.

V [m^3] – panirusios kūno dalies arba kūno išstumto skysčio (dujų) tūris; ρ [kg/m^3] – skysčio arba dujų tankis.

$$F_{\text{sl}} = pS \quad - \quad \textit{slėgio jėga.} \qquad (2.11)$$

Čia S [m^2] – kūno atramos plotas, p [Pa] – slėgis.

$$p = \frac{F_{\text{sl}}}{S} \quad - \textit{kietųjų kūnų slėgis, veikiantis tik jėgos veikimo kryptimi.} \qquad (2.12)$$

$p = \rho g h$ *– slėgis skysčiuose (hidrostatinis) ar dujose.* (2.13)

Pagal Paskalio dėsnį *skysčiai ir dujos slėgį perduoda visomis kryptimis vienodai.*

h [m] – skysčio (dujų) stulpelio aukštis (gylis).

Statika – tai mechanikos dalis, tirianti kūnų pusiausvyrą. *Pusiausvyra* – tai tokia kūno būsena, kai jis inercinėje atskaitos sistemoje neturi pagreičio. Tada kūno judėjimo pobūdis nekinta. Išsiaiškinkime, kokiomis sąlygomis galima pasiekti ir išlaikyti tokią būseną.

Sąlygiškai išskirkime dvi kūnų grupes:

1) kūnai, kurie gali *tik slinkti*, t. y. judėti taip, kad visi kūno taškai judėtų vienodai ir sinchroniškai;

2) kūnai, kurie gali *tik suktis*, t. y. tokie kūnai, kurie turi nejudamai įtvirtintą sukimosi ašį.

1. Suformuluokime pusiausvyros sąlygą kūnams, kurie *gali tik slinkti.* Prisiminkime I Niutono dėsnį. Jis kaip tik aprašo būseną, kai kūno greitis nekinta – kūnas juda iš inercijos.

Kūnas, kuris gali slinkti, yra pusiausviras, kai visų jo sunkio centrą veikiančių jėgų vektorinė suma lygi nuliui **(jei nėra jėgos, tai nėra ir pagreičio):**

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots = 0$, arba $\vec{F}_{atst} = 0$. (2.14)

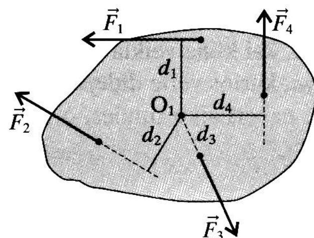
2. Aptarkime kūnų, kurie *gali tik suktis*, pusiausvyrą. Jeigu kūnas turi įtvirtintą sukimosi ašį ir sukasi apie tą ašį, tai jis nėra pusiausviras, nes tuo atveju jis juda su įcentriniu pagreičiu. Vadinasi, pusiausviras yra tas kūnas, kuris gali suktis (turi sukimosi ašį), bet nesisuka.

Jėgos gali ne tik sukelti (pakeisti) kūno slenkamąjį judesį, bet ir priversti kūną suktis apie tam tikrą ašį. Sukamąjį jėgos veikimą apibūdina fizikinis dydis – *jėgos momentas M* [N·m]. Jis lygus kūną veikiančios jėgos ir jos veikimo peties sandaugai

$M = F \cdot d.$ (2.15)

Čia d [m] – jėgos petys – trumpiausias atstumas (statmuo) nuo sukimosi ašies iki jėgos veikimo linijos (2.2 pav.). Kai jėgos petys didelis, net ir nežymi jėga gali turėti stiprų sukamąjį poveikį ir atvirkščiai. Šioje knygoje apsiribosime tais atvejais, kai visos kūną veikiančios jėgos yra vienoje plokštumoje. Tokiu atveju jėgos momentą galime laikyti algebriniu dydžiu. Jeigu jėgos momentas stengiasi kūną pasukti pagal laikrodžio rodyklę, tai $M > 0$, o jeigu prieš laikrodžio rodyklę, tai $M < 0$.

2.2 pav. sukimosi ašis eina per tašką O_1 ir yra statmena brėžinio plokštumai. $M_1 = F_1 \cdot d_1 < 0$; $M_2 = F_2 \cdot d_2 > 0$; $M_3 = F_3 \cdot d_3 = 0$, nes jėga F_3 eina per sukimosi centrą; $M_4 = F_4 \cdot d_4 < 0$.



2.2 pav.

Jei kūną tuo pat metu veikia keli jėgų momentai, tai gali susiklostyti taip, kad teigiami ir neigiami jėgų momentai susibalansuoja, tuomet atskirų jėgų sukamieji poveikiai vienas kitą panaikina, ir kūnas nesisuka, t. y. pasiekiama pusiausvyra.

Pusiausvyros sąlyga kūnui, kuris gali tik suktis, t. y. turi įtvirtintą sukimosi ašį (momentų taisyklė):

Kūnas, kuris turi nejudančią sukimosi ašį, yra pusiausviras, kai jį veikiančių jėgų momentų algebrinė suma tos pačios ašies atžvilgiu lygi nuliui:

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + \cdots = 0. \tag{2.16}$$

Apibendrinkime: *kūnas yra pusiausviras*, kai įvykdomos *dvi būtinos sąlygos*: *visų kūno masės centrą veikiančių jėgų vektorinė suma lygi nuliui* (2.14) *ir tų jėgų momentų bet kurios nejudančios sukimosi ašies atžvilgiu algebrinė suma lygi nuliui* (2.16).

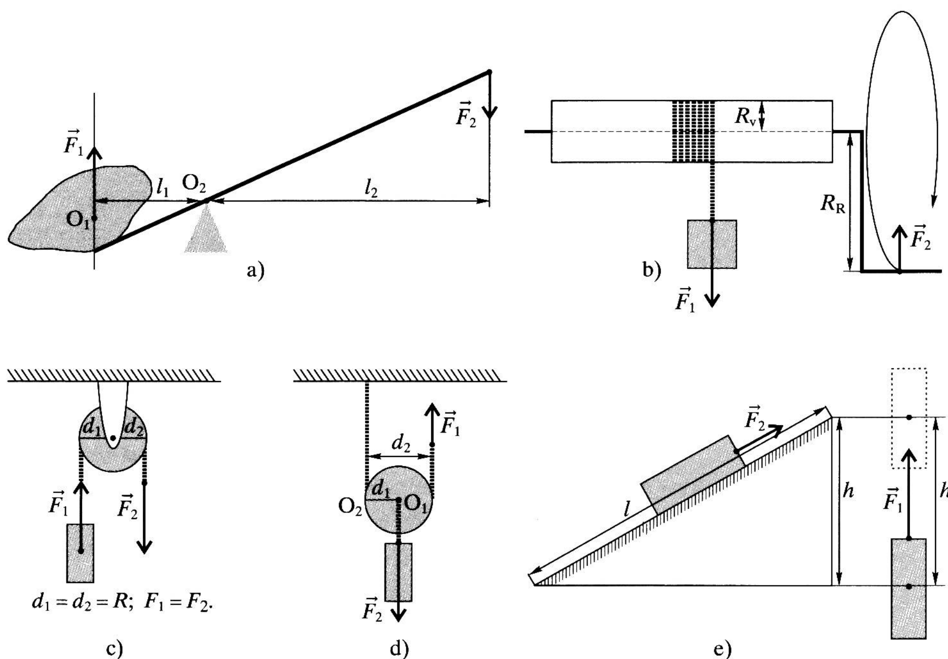
Mechaniniai (kuro nevartojantys) prietaisai, sukurti naudojant įvairius paprastuosius mechanizmus (svertą, suktuvą, kilnojamuosius ar nekilnojamuosius skridinius bei nuožulniąją plokštumą), skirti tam, kad būtų galima laimėti jėgos, t. y. darbą atlikti su mažesne jėga. Deja, jokiu mechanizmu negalima laimėti darbo („auksinė“ mechanikos taisyklė).

Pateiksime formules, kuriomis remiantis galima apskaičiuoti, kiek kartų įvairūs paprastieji mechanizmai leidžia laimėti jėgos. Formulėse simboliu F_1 žymima jėga, reikalinga darbui atlikti nenaudojant jokio paprastojo mechanizmo, F_2 – jėga, kai naudojamas paprastasis mechanizmas ($F_2 < F_1$). Šios formulės – tai pusiausvyros sąlyga (2.16), pritaikyta konkrečiam paprastajam mechanizmui (2.3 pav. a, b, c, d, e).

Sverto taisyklė: $$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \text{ (2.3 pav., a)).} \tag{2.16a}$$

Suktuvas: $$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R_R}{R_V}. \tag{2.16b}$$

Čia R_R [m] – suktuvo rankenos spindulys, o R_V [m] – veleno spindulys (2.3 pav., b)).



2.3 pav.

Nekilnojamasis skridinys: $\frac{F_1}{F_2} = 1.$ (2.16c)

Nekilnojamuoju skridiniu jėgos nelaimime, tačiau pakeičiame jėgos kryptį ir kroviniui pakelti galime panaudoti savo kūno svorį (2.3 pav., c)).

Kilnojamasis skridinys: $\frac{F_1}{F_2} = 2.$ (2.16d)

Kilnojamuoju skridiniu jėgos laimime du kartus (kai nepaisome paties skridinio ir lyno svorio) (2.3 pav., d)). Šiuo atveju sukimosi ašies O_2 atžvilgiu jėgų pečiai yra $d_1 = R$ ir $d_2 = 2R$.

Nuožulnioji plokštuma (pleištas): $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l}{h}.$ (2.16e)

Čia l [m] – nuožulniosios plokštumos ilgis, o h [m] – jos aukštis (2.3 pav., e)).

Pažymėtina, kad šios formulės užrašytos idealiam atvejui. Iš tiesų jėgos laimima mažiau nei apskaičiuojama pagal šias formules, nes dar reikia įveikti trintį tarp mechanizmo dalių arba, pavyzdžiui, skridiniu kelti ne tik krovinį, bet ir patį skridinį bei lyną.

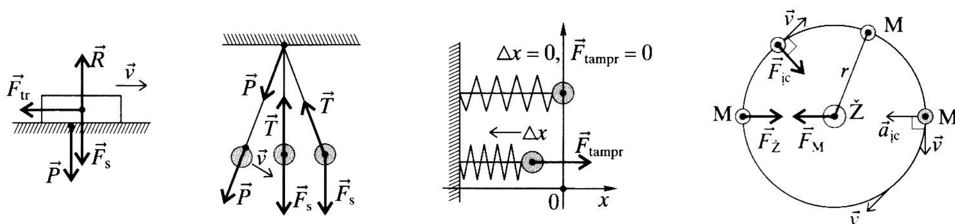
Metodiniai nurodymai

Prieš pradėdami spręsti ***dinamikos*** uždavinius, pirmiausia nusibraižykite brėžinį, atitinkantį uždavinio sąlygą, kuriame ypač svarbu teisingai pažymėti kūną veikiančias jėgas.

Pasirinkus mastelį, jėgas reikia pavaizduoti vektoriais, kurių ilgis proporcingas jėgos vertei. Vektoriaus pradžią reikia pažymėti kūno, *kurį veikia jėga*, pasirinktame taške. Dažniausiai pasirenkamas kūno masės (sunkio) centras, bet kai kūną galima laikyti materialiuoju tašku, jėgų veikimo taško pasirinkimas nėra toks svarbus (2.4 pav.).

F_s [N] – sunkio jėga, R [N] – atramos reakcijos jėga, P [N] – kūno svoris, T [N] – siūlo įtempimo jėga, F_{tr} [N] – trinties jėga, F_{tampr} [N] – tamprumo jėga, v [m/s] – judėjimo greitis, Δx [m] – spyruoklės deformacija (pailgėjimas arba sutrumpėjimas), $F_{Ž}$ [N] – Žemės traukos jėga, F_M [N] – Mėnulio traukos jėga, $a_{įc}$ [m/s^2] – įcentrinis pagreitis.

Norint rasti visų kūną veikiančių jėgų atstojamąją, visas jėgas, nekeičiant jų krypties, reikia perkelti taip, kad jos išeitų iš *vieno pasirinkto taško*. Atkreipkite dėmesį, kad iš šio taško išeina *tik tą kūną veikiančios jėgos*, o $\vec{v}$, $\vec{a}$ vektorius reikia pažymėti šalia kūno (2.4 pav.).



2.4 pav.

Svarbu brėžinyje pažymėti *visas* kūną veikiančias jėgas, taip pat labai svarbu, kad nebūtų *„atliekamų“* jėgų, t. y. tokių, kurios veikia ne nagrinėjamą kūną, o, pavyzdžiui, atramą arba pakabą ir kt. Tik teisingai pažymėjus visas jėgas, galima tikėtis sėkmės sprendžiant dinamikos uždavinius.

Dažniausiai dinamikos uždaviniai tampa lengviau sprendžiami, jei naudojamasi projekcijų metodu. Šis metodas trumpai aprašytas sk. „Bendri metodiniai nurodymai“.

Pateiksime bendrą dinamikos uždavinių sprendimo schemą:

1. Pagal uždavinio sąlygą nubraižomas brėžinys ar piešinys (reikia stengtis neperkrauti brėžinio neesminėmis detalėmis).

2. Brėžinyje pažymimos *visos jėgos, veikiančios kūną*. Jeigu duotomis sąlygomis kūnas gali būti laikomas materialiuoju tašku, visas kūną veikiančias jėgas galima lygiagrečiai perkelti taip, kad jos išeitų iš jo sunkio centro taško.

3. Užrašomas kūnui II Niutono dėsnis:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n = m\vec{a}. \quad (1)$$

4. Pasirenkama koordinačių sistema, nubrėžiamos x ir y ašys, pasirenkamos jų kryptys, kaip nurodyta sk. „Bendri metodiniai nurodymai“ (dažniausiai pakanka dviejų ašių, nes visos jėgos veikia vienoje plokštumoje).

5. Užrašomas II Niutono dėsnis x ir y projekcijomis:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \cdots + F_{nx} = ma_x, \quad (2a)$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \cdots + F_{ny} = ma_y. \quad (2b)$$

6. Remiantis geometriniais sąryšiais apskaičiuojamos visų vektorių projekcijos, nustatomi jų ženklai ir įrašoma į (2a) ir (2b) lygtis.

7. Jeigu gautoje lygčių sistemoje nežinomųjų yra tiek, kiek ir lygčių, tai toliau uždavinys tampa matematiniu – tiesiog reikia spręsti lygčių sistemą priimtiniausiu būdu. Jei nežinomųjų yra daugiau, reikia pasinaudoti formulėmis 2.4–2.13 (žr. sk. „Gamtos jėgos“) bei kinematiniais sąryšiais ir į lygčių sistemą įtraukti daugiau lygčių. Reikia prisiminti, kad *būtina gauti raidinę ieškomojo dydžio išraišką*. Tai svarbu, kai norima pamatyti dydžių tarpusavio priklausomybes ar nubraižyti grafikus, ir ypač kai reikia apskaičiuoti ieškomojo dydžio matavimo vienetus.

8. Apskaičiavus ieškomojo dydžio matavimo vienetus patikrinama gautoji raidinė išraiška (žr. sk. „Bendri metodiniai nurodymai“).

9. Į gautąją raidinę išraišką įrašomi duoti sąlygoje dydžiai ir apskaičiuojama ieškomojo dydžio skaitinė vertė (jei uždavinyje nenurodyta kitaip, tai pakankamas tikslumas – du ženklai po kablelio).

Sprendžiant ***statikos*** (pusiausvyros) uždavinius, labai svarbu ne tik pažymėti visas kūną veikiančias jėgas, bet ir rasti bei nubrėžti tų jėgų pečius (prisiminkite, kad jėgos petys visada statmenas jėgos veikimo krypčiai). Šiuo atveju negalima jėgų perkelti (kaip dinamikoje) į vieną tašką. Labai svarbu pažymėti jėgos vektoriaus pradžią tiksliai jėgos veikimo taške, priešingu atveju nepavyks teisingai pažymėti jėgų pečių.

Labai svarbu teisingai pasirinkti sukimosi ašies padėtį (ji pasirenkama laisvai). Kai sukimosi ašies padėtis pasirinkta tinkamai, uždavinys įgyja lengviausiai sprendžiamą formą. Tada reikia išrinkti jėgos momentus, sukančius kūną pagal laikrodžio rodyklę ($M > 0$) ir prieš laikrodžio rodyklę ($M < 0$). Visus jėgų momentus reikia skaičiuoti tos pačios sukimosi ašies atžvilgiu. Galiausiai užrašomos kūnui pusiausvyros lygtys: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots = 0$ arba $M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + \cdots = 0$ ir apskaičiuojami nežinomi dydžiai.

Kartais tenka spręsti uždavinius, kai pusausviras kūnas turi keletą atramos taškų (galimų sukimosi ašių). Tada momentų taisyklę reikia parašyti iš eilės kiekvienam atramos taškui ir iš lygčių sudaryti bei išspręsti lygčių sistemą.

Taikant pusiausviram kūnui momentų taisyklę, dažnai reikia įskaityti strypo ar sverto svorį. Tuo atveju sverto sunkio centre (kuris dažnai yra ir geometrinis centras) reikia pažymėti papildomą jėgą arba šiame taške pakabinti menamą svarstį, kurio svoris lygus strypo (sverto) svoriui, ir į momentų taisyklę įtraukti papildomą jėgos momentą.

Kai užduotyje nurodyta rasti sudėtingos plokščios vienalytės figūros sunkio centrą, t. y. tašką, kuriame atremtas kūnas išsilaikytų pusausviras, reikia duotą plokščią figūrą suskirstyti į simetriškas dalis, kurių sunkio centras sutaptų su nesunkiai randamu geometriniu centru. Tada reikia rasti kiekvienos tokios dalies sunkio centrą ir visus gautuosius taškus sujungti tiesiomis nesusikertančiomis linijomis. Tokiu būdu gaunama figūra, kurią vėl galima skaidyti, kol gaunama pati paprasčiausia, jau nebeskaidoma figūra. Šios figūros geometrinis centras ir bus viso vienalyčio plokščio kūno sunkio centras.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

2.1. Jėgų sudėtis ir skaidymas

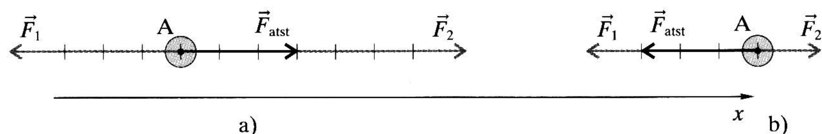
2.1.1 pavyzdys. Dviejų lygiagrečių jėgų atstojamosios vertė $F_{atst} = 3$ N, o vienos iš jėgų – F_1 – vertė lygi 4 N. Raskime antrosios jėgos kryptį ir vertę.

Duota: $F_1 = 4$ N – pirmosios jėgos vertė; $F_{atst} = 3$ N – jėgų atstojamosios vertė.

Rasti: antrosios jėgos $\vec{F}_2$ kryptį ir jos vertę F_2.

Sprendimas

Kadangi sąlygoje nenurodytos vektorių $\vec{F}_{atst}$ ir $\vec{F}_1$ kryptys vienas kito atžvilgiu, teks išnagrinėti abu atvejus (kai jie yra priešingų krypčių – a) pav., ir kai jie yra vienos krypties – b) pav.):



a) b)

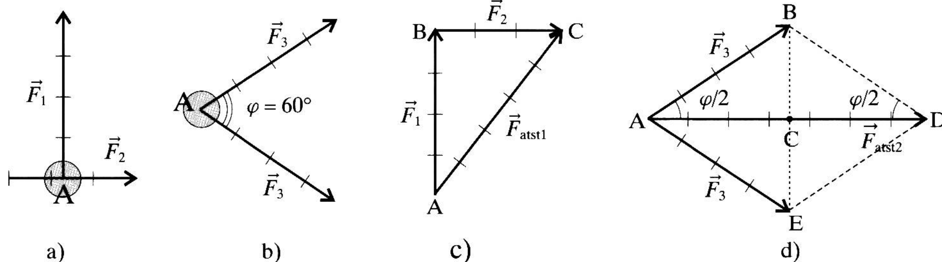
1. $\vec{F}_{atst}$ *ir* $\vec{F}_1$ *yra priešingų krypčių.* Atstojamosios jėgos vektorius visada nukreiptas didesniosios jėgos kryptimi. Jėgų vektoriai prasideda veikiamo kūno masės centre A. Bendrą jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ veikimą atitinka viena jėga $\vec{F}_{atst}$. Tada jėgos F_2 vertę (modulį) apskaičiuojame taip: $F_{atst} = F_2 - F_1$, $F_2 = F_{atst} + F_1 = 3 + 4 = 7$ N.

2. $\vec{F}_{atst}$ *ir* $\vec{F}_1$ *yra vienos krypties.* Šiuo atveju didesnioji jėga yra $\vec{F}_1$, nes $\vec{F}_{atst}$ nukreipta būtent pagal $\vec{F}_1$ kryptį (b). Vadinasi, jėga $\vec{F}_2$ yra mažesnė už $\vec{F}_1$. Tada jėgos F_2 vertę apskaičiuojame taip: $F_{atst} = F_1 - F_2$, $F_2 = F_1 - F_{atst} = 4 - 3 = 1$ N.

Pastaba. Šį uždavinį galima spręsti ir projekcijų metodu. Tam reikia išilgai visų vektorių nubrėžti ašį, tarkime, x, ir visas jėgas suprojektuoti į šią ašį. Tada bus matomos visų jėgų projekcijų vertės su jų ženklais. Pabandykite tai atlikti savarankiškai.

Ats. Jėgos $\vec{F}_2$ galimos kryptys matomos a) ir b) pav., o $F_2 = F_{atst} + F_1 = 7$ N, kai $\vec{F}_{atst}$ ir $\vec{F}_1$ yra priešingų krypčių; ir $F_2 = F_1 - F_{atst} = 1$ N, kai $\vec{F}_{atst}$ ir $\vec{F}_1$ yra vienos krypties.

2.1.2 pavyzdys. Raskime jėgų, veikiančių kūno tašką A (žr. a), b) pav.), atstojamąsias.



Duota: a) viena kitai statmenų jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ vertės: $F_1 = 4$ N, $F_2 = 3$ N;

b) abiejų jėgų vertės vienodos ($F_3 = 4$ N), o kampas tarp jų: $\angle\varphi = 60°$.

Rasti: a) F_{atst1} – jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ atstojamosios vertę; b) F_{atst2} – dviejų vienodos skaitinės vertės jėgų $\vec{F}_3$ atstojamosios vertę.

Sprendimas

a) Vektorių $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ (žr. a) pav.). atstojamąją $\vec{F}_{atst1}$ rasime pritaikę vektorių sudėties *trikampio taisyklę*. Vektorių $\vec{F}_2$ lygiagrečiai perkelsime taip, kad jo pradžia sutaptų su vektoriaus $\vec{F}_1$ pabaiga (žr. c) pav.). Sujungę $\vec{F}_1$ pradžią su $\vec{F}_2$ pabaiga gauname trečiąjį vektorių, kuris ir yra $\vec{F}_{atst1}$ vektorius. F_{atst1} modulį apskaičiuosime iš stačiojo trikampio ABC pagal Pitagoro teoremą:

$$F_{atst1} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ N}.$$

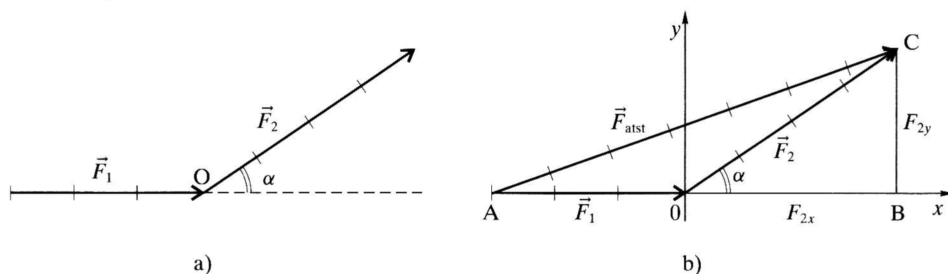
b) Du vektoriai, kurių moduliai lygūs $F_3 = 4$ N, išsidėstę taip, kad sudaro $\angle\varphi = 60°$ (žr. b) pav.), todėl vektorių $\vec{F}_{atst2}$ rasime pritaikę geometrinį metodą. Kadangi abu vektoriai išeina iš vieno taško, galime taikyti vektorių sudėties *lygiagretainio taisyklę*. Tada $\vec{F}_{atst2}$ vektorius bus gautojo lygiagretainio įstrižainė AD (žr. d) pav.), o F_{atst2} modulis bus lygus 2AC (abi jėgos lygios, todėl lygiagretainis yra simetriškas BE atžvilgiu, o įstrižainė dalija kampą φ pusiau). AC atitinka $\vec{F}_3$ projekciją į lygiagretainio įstrižainę, o AB – vektorių $\vec{F}_3$. Iš $\triangle$ABC ($\angle\varphi/2 = 30°$):

$$\cos\frac{\varphi}{2} = \frac{AC}{AB}, \quad AC = AB \cdot \cos\frac{\varphi}{2} = F_3 \cos\frac{\varphi}{2};$$

$$F_{atst2} = 2 \cdot F_3 \cos 30° = 2 \cdot 4 \cdot 0{,}866 \approx 6{,}93 \text{ N}.$$

Ats. a) $F_{atst1} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 5$ N (žr. c) pav.), b) $F_{atst2} = 2 \cdot F_3 \cos\frac{\varphi}{2} \approx 6{,}93$ N (žr. d) pav.).

2.1.3 pavyzdys. Raskime dviejų jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$, veikiančių kūno tašką O (žr. a) pav.), atstojamosios vertę.



Duota: $F_1 = 3$ N, $F_2 = 4$ N – abiejų jėgų moduliai; $\angle\alpha = 36^\circ$ – kampas tarp jų krypčių.

Rasti: F_{atst} – jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ atstojamosios vertę.

Sprendimas

Vektorius $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ sudėsime pagal vektorių sudėties *trikampio taisyklę*. Atstojamasis vektorius jungia pirmojo vektoriaus pradžią su antrojo vektoriaus pabaiga (žr. b) pav.). Papildysime brėžinį – iš taško 0 nubrėžkime x ir y ašis, o vektorių $\vec{F}_2$ išskaidysime į dvi dedamąsias (projekcijas į šias ašis). Matome, kad F_{2x} ir F_{2y} papildo figūrą iki stačiojo trikampio ABC.

F_{atst} modulį apskaičiuosime pritaikę Pitagoro teoremą $\triangle$ABC:

$$\text{AC}^2 = \text{AB}^2 + \text{BC}^2; \qquad (1)$$

čia AC – F_{atst} modulis, AB $= F_1 + F_{2x}$, o BC $= F_{2y}$.

F_{2x} ir F_{2y} rasime pasinaudoję $\triangle$OBC trigonometriniais santykiais:

$$\cos\alpha = \frac{F_{2x}}{F_2} \text{ (OB atitinka } F_{2x},\ \text{OC} - F_2); \quad F_{2x} = F_2\cos\alpha, \text{ tada AB} = F_1 + F_2\cos\alpha.$$

$$\sin\alpha = \frac{F_{2y}}{F_2} \text{ (BC atitinka } F_{2y},\ \text{OC} - F_2); \quad F_{2y} = F_2\sin\alpha, \text{ taigi BC} = F_2\sin\alpha.$$

Iš (1): $F_{\text{atst}}^2 = (F_1 + F_2\cos\alpha)^2 + (F_2\sin\alpha)^2$.

$$F_{\text{atst}} = \sqrt{(F_1 + F_2\cos\alpha)^2 + (F_2\sin\alpha)^2} = \sqrt{(3 + 4\cos 36^\circ)^2 + (4\sin 36^\circ)^2} \approx$$
$$\approx 6{,}66 \text{ N}.$$

Ats. $\vec{F}_{\text{atst}}$ vektorius (AB) pavaizduotas b) pav., o jo vertė lygi: $F_{\text{atst}} = \sqrt{(F_1 + F_2\cos\alpha)^2 + (F_2\sin\alpha)^2} \approx 6{,}66$ N.

2.2. Gamtos jėgos

2.2.1 pavyzdys. Kokiame aukštyje nuo Žemės paviršiaus laisvojo kritimo pagreitis bus keturis kartus mažesnis nei jos paviršiuje?

Duota: $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m – vidutinis Žemės spindulys; $g_1 = g/4$ – laisvojo kritimo pagreičio vertė aukštyje h nuo Žemės paviršiaus.

Rasti: h – aukštį nuo Žemės paviršiaus, kuriame $g_1 = g/4$.

Sprendimas

Sunkis – tai gravitacijos jėga, kurios vertę galima apskaičiuoti dvejopai: $F_s = mg$ (ši formulė tinka tada, kai žinoma laisvojo kritimo pagreičio g vertė) arba, naudojantis gravitacijos dėsniu, ši jėga išreiškiama kaip Žemės ir m masės kūno gravitacinės sąveikos jėga:

$$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{(R+h)^2};$$

čia M – Žemės masė, $R + h$ – atstumas tarp Žemės ir nagrinėjamo kūno centrų. Tada

$$F_s = F, \quad \text{ir} \quad mg = \frac{G \cdot M \cdot m}{(R+h)^2}.$$

Suprastinę m, gauname formulę laisvojo kritimo pagreičiui aukštyje h nuo Žemės paviršiaus apskaičiuoti. Pažymėkime šį pagreitį g_1:

$$g_1 = \frac{G \cdot M}{(R+h)^2}. \quad (1)$$

Iš sąlygos žinome, kad šis pagreitis sudaro ketvirtadalį laisvojo kritimo pagreičio Žemės paviršiuje vertės:

$$g_1 = g/4. \quad (2)$$

Žemės paviršiuje laisvojo kritimo pagreitį skaičiuojame pagal formulę:

$$g = \frac{G \cdot M}{R^2}. \quad (3)$$

(2) ir (3) įrašome į (1) ir gauname:

$$\frac{G \cdot M}{4R^2} = \frac{G \cdot M}{(R+h)^2}.$$

Suprastinę vienodus dydžius gauname lygtį, iš kurios galėsime apskaičiuoti h:

$$\frac{1}{4R^2} = \frac{1}{(R+h)^2} \quad \text{arba} \quad (R+h)^2 = 4R^2.$$

Skliaustuose esantį dvinarį pakeliame kvadratu $R^2 + 2R \cdot h + h^2 = 4R^2$ ir pertvarkę gauname kvadratinę lygtį h atžvilgiu:

$$h^2 + 2Rh - 3R^2 = 0.$$

Šios lygties šaknys: $h_{1,2} = (-2R \pm \sqrt{4R^2 - (-4 \cdot 3R^2)})/2$
(pasinaudojome lygties $ax^2 + bx + c = 0$ sprendinių formule $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$).

$$h_1 = \frac{-2R + \sqrt{16R^2}}{2} = R;$$

antroji šaknis yra neigiama, todėl ją atmetame. Taigi lieka viena šaknis $h = R$.

Ats. $g_1 = g/4$, kai $h = R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m, t. y. kai aukštis nuo Žemės paviršiaus lygus Žemės spinduliui.

2.2.2 pavyzdys. Koks yra dirbtinio Žemės palydovo (DŽP) apsisukimo periodas, kai jis skrieja 500 km aukštyje nuo Žemės paviršiaus?

Duota: $h = 5 \cdot 10^5$m – aukštis nuo Žemės paviršiaus, kuriame skrieja DŽP; $R_{\check{z}} = 6{,}4 \cdot 10^6$ m – Žemės spindulys; $M_{\check{z}} = 6 \cdot 10^{24}$ kg – Žemės masė; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg² – gravitacijos konstanta.

Rasti: T – DŽP apskriejimo aplink Žemę periodą.

Sprendimas

DŽP juda aplink Žemę apskritimine orbita, todėl apsisukimo periodą galima apskaičiuoti pagal linijinio greičio formulę:

$$v = \frac{2\pi\,(R+h)}{T}. \quad (1)$$

Šiuo atveju DŽP linijinis greitis yra ir jo pirmasis kosminis greitis aukštyje h nuo Žemės paviršiaus, kuris lygus:

$$v_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R + h}}. \tag{2}$$

Sulyginę (1) ir (2) formules, gauname:

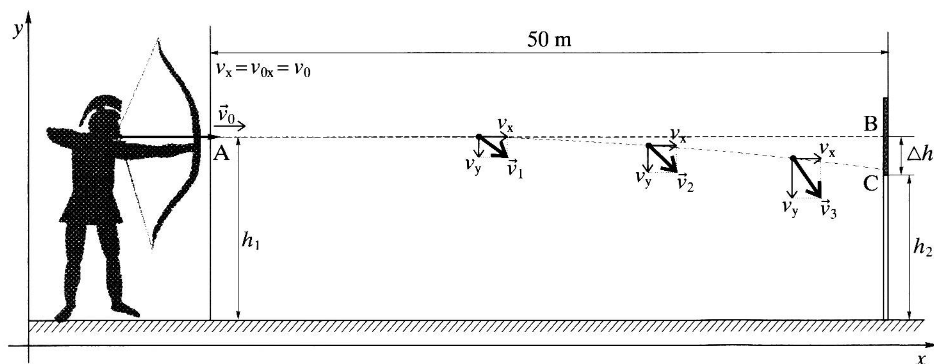
$$\frac{2\pi\,(R + h)}{T} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R + h}}. \tag{3}$$

Abi (3) lygties puses pakėlę kvadratu, išreiškiame T:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2\,(R + h)^3}{G \cdot M}} \approx 5700 \text{ s} \approx 95 \text{ min.} \approx 1 \text{ h } 35 \text{ min.}$$

Ats. DŽP apsisukimo periodas $T = \sqrt{\frac{4\pi^2\,(R_{\check{z}} + h)^3}{G \cdot M_{\check{z}}}} \approx 1$ h 35 min.

2.2.3 pavyzdys. Ar pataikys lankininkas į taikinį, kurio apatinis kraštas yra 1,2 m aukštyje už 50 m nuo šūvio vietos, jeigu strėlė išlekia gulsčiai 1,7 m aukštyje, o jos pradinis greitis 155 m/s? Oro pasipriešinimo nepaisykime; $g = 9{,}81$ m/s^2.



Duota: $s = 50$ m – atstumas nuo šūvio vietos iki taikinio; $h_1 = 1{,}7$ m – strėlės aukštis nuo žemės paviršiaus šūvio momentu, $h_2 = 1{,}2$ m – taikinio apatinio krašto aukštis nuo žemės paviršiaus, $v_0 = 155$ m/s – pradinis strėlės greitis, nukreiptas gulsčia kryptimi, $g = 9{,}81$ m/s^2 – laisvojo kritimo pagreičio vertė.

Rasti: Δh_1 – faktinį strėlės nusileidimą 50 m kelyje.

Sprendimas

Kai strėlė išlekia iš lanko, ją veikia vienintelė jėga – sunkio (oro pasipriešinimo nepaisome). Ši jėga iškreipia jos trajektoriją, todėl faktinė strėlės trajektorija yra kreivė AC (žr. pav.). Strėlė taikinį pasiekia ne taške B, o taške C, kuris yra Δh_1 žemiau nei taikinio centras, į kurį lankininkas taikėsi. Iš paveikslo ir uždavinio sąlygos aišku, kad lankininkas pataikys į taikinio apatinį kraštą tuo atveju, jei 50 m lėkio nuotolyje strėlė nenusileis žemiau nei Δh, kuris lygus $h_1 - h_2 = 50$ cm. Taigi šiame uždavinyje tereikia apskaičiuoti faktinį strėlės nusileidimą Δh_1 ir palyginti jį su Δh.

Strėlės lėkio nuotolis s apskaičiuojamas pagal formulę

$$s = v_0 t, \tag{1}$$

nes gulsčiąja kryptimi strėlės neveikia jokia jėga (oro pasipriešinimo nepaisome). Savo kelyje strėlė sugaišta laiką t, per tą patį laiką nusileisdama žemyn atstumą Δh_1. Šis strėlės judesys vertikalus, o šia kryptimi lekiančią strėlę veikia sunkis, kuris sukuria pagreitį g. Paleidimo momentu strėlė turi tik gulsčiąją greičio dedamąją $v_{0x} = v_0$, o $v_{0y} = 0$, tačiau veikiant sunkiui atsiranda stačia greičio dedamoji, kuri nuolat didėja ir pasiekia didžiausią vertę taške C arba prie pat žemės paviršiaus (žr. pav.). Kaip minėta, stačia kryptimi strėlės greičio kitimą lemia pastovus pagreitis g, vadinasi, apskaičiuoti Δh_1 galime naudodamiesi formule:

$$\Delta h_1 = v_{0y} t + \frac{gt^2}{2}.$$

Kadangi $v_{0y} = 0$, tai

$$\Delta h_1 = \frac{gt^2}{2}. \tag{2}$$

Iš (1) išreiškiame laiką ir įrašę į (2) gauname:

$$\Delta h_1 = \frac{gs^2}{2v_0^2} = \frac{9{,}81 \cdot (50)^2}{2 \cdot 155^2} = 0{,}51 \text{ m} = 51 \text{ cm}.$$ (Patikrinkite gautus matavimo vienetus.)

Ats. $\Delta h_1 = \frac{gs^2}{2v_0^2} = 51$ cm, lankininkas nepataikys į taikinį, nes $\Delta h_1 > \Delta h$.

2.2.4 pavyzdys. 3 m^2 ploto ledo lytis plūduriuoja, 9/10 savo tūrio panirusi į vandenį. Ledo storis 10 cm. Raskime didžiausią skaičių n ančių, kurios galėtų saugiai paplaukioti ant šios ledo lyties ir nesušlapti kojų. Vienos anties svoris vidutiniškai 14 N. Vandens tankis 1000 kg/m^3, ledo tankis 900 kg/m^3, $g \approx 10$ m/s^2.

Duota: $S = 3$ m^2 – ledo lyties plotas, $h = 0{,}1$ m – ledo lyties storis; $P_1 = 14$ N – vidutinis vienos anties svoris; $\rho_v = 10^3$ kg/m^3 – vandens tankis, $\rho_{ledo} = 9 \cdot 10^2$ kg/m^3 – ledo tankis.

Rasti: ančių skaičių n.

Sprendimas

Kai ledo lytis tuščia, ledo sunkį atsveria Archimedo jėga F_{A1}, kuri lygi ledo išstumto vandens svoriui: $F_{s\ ledo} = F_{A1}$, $(F_{A1} = \rho_v \cdot 0{,}9 V_{ledo} \cdot g)$.

Šiuo atveju dalis ledo yra virš vandens. Jeigu ant ledo lyties nutūps antys, ledas dar labiau panirs į vandenį. Daugiausiai ančių tilptų ant šios lyties tuo atveju, kai ledo viršutinis paviršius būtų viename lygyje su vandeniu. Tada ledo išstumto vandens tūris, o kartu ir keliamoji Archimedo jėga F_A, padidėja, atsverdama padidėjusį ledo ir ančių sunkį. Taigi:

$$F_{s\ ledo} + F_{s\ ančių} = F_A. \tag{1}$$

Kai visas ledo tūris paniręs po vandeniu,

$$F_A = \rho_v \cdot g \cdot V_{ledo}, \quad \text{o} \quad F_{s\ ledo} = \rho_{ledo} V_{ledo} \cdot g \quad \text{ir} \quad F_{s\ ančių} = n \cdot P_1.$$

Iš (1):

$$\rho_{ledo} \cdot g \cdot V_{ledo} + n \cdot P_1 = \rho_v \cdot g \cdot V_{ledo}, \tag{2}$$

$V_{ledo} = h \cdot S$, o n lygus:

$$n = \frac{\rho_v \cdot g \cdot V_{ledo} - \rho_{ledo} \cdot g \cdot V_{ledo}}{P_1} = \frac{g \cdot S \cdot h\,(\rho_v - \rho_{ledo})}{P_1} = \frac{3 \cdot 10^3\,(1 - 0{,}9)}{14} \approx 21{,}4.$$

Ats. $n \approx 21{,}4$, vadinasi, ant ledo lyties gali saugiai plaukioti 21 antis.

2.2.5 pavyzdys. Ant lifto grindų pastatytos spyruoklinės svarstyklės, o ant jų uždėtas 5 kg svarstis. Stebėkime spyruoklinių svarstyklių rodmenis, kai:

a) liftas 2 m/s^2 pagreičiu pradeda kilti aukštyn;

b) tolygiai juda aukštyn;

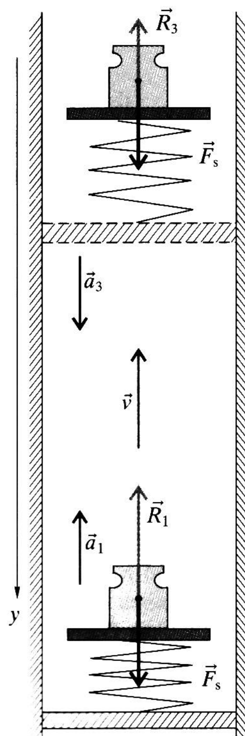
c) lifto greitis mažėja tuo pačiu pagreičiu iki sustojimo viršuje;

d) visais atvejais nustatykime sunkio jėgą, veikiančią šį svarstį.

Duota: $a = 2$ m/s^2 – lifto pagreičio modulis (judėjimo etapuose a), b) ir c) kinta tik šio pagreičio kryptis); $m = 5$ kg – lifte esančio kūno masė; $g \approx 10$ m/s^2 – laisvojo kritimo pagreičio vertė.

Rasti: P_1, P_2, P_3 – kūno, esančio judančiame lifte, svorio vertes a), b), ir c) judėjimo etapuose, F_{s1}, F_{s2}, F_{s3} – svarstį veikiančios sunkio jėgos visuose šiuose judėjimo etapuose vertes.

Sprendimas



Reikia prisiminti, kad spyruoklinėmis svarstyklėmis matuojamas kūno svoris (bet ne masė). Tokios svarstyklės gali būti sugraduotos masės vienetais, tačiau jų rodmenys būna teisingi tik tada, kai svarstyklės ir sveriamas kūnas stačia kryptimi juda tolygiai.

Taigi įvertinsime kūno, kurio masė žinoma, svorį, kai jis liftu kyla aukštyn.

Pritaikykime judančiam svarsčiui II Niutono dėsnį, nes pradėdamas judėti liftas, taip pat ir svarstis, juda pagreičiu $\vec{a}$, nukreiptu stačiai aukštyn. Svarstį veikia dvi jėgos: sunkio $\vec{F}_s = m \cdot \vec{g}$, nukreipta žemyn, ir atramos reakcijos jėga $\vec{R}$ (t. y. spyruoklės tamprumo jėga, kuri atsiranda dėl to, kad svarstis savo svoriu deformuoja spyruoklę), nukreipta aukštyn.

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_s + \vec{R}. \qquad (1)$$

$\vec{F}_s = m \cdot \vec{g}$, o $\vec{R} = -\vec{P}$ (III Niutono dėsnis (2.3)). Iš šių lygčių gauname:

$$\vec{P} = m\,(\vec{g} - \vec{a}). \qquad (2)$$

Gavome bendrą vektorinę formulę kūno svoriui apskaičiuoti. Belieka ją taikyti atsižvelgiant į uždavinio sąlygą. Tokio tipo uždaviniai dažniausiai sprendžiami projekcijų metodu.

y ašį nukreipkime pagal laisvojo kritimo pagreičio kryptį – stačiai žemyn. Šiuo atveju mums pakaks tik vienos y ašies, nes visi reikiami vektoriniai dydžiai ($\vec{P}$, $\vec{R}$, $\vec{F}_s$, $\vec{g}$, $\vec{a}$) čia lygiagretūs.

a) *Skaičiuokime svarsčio svorį P_1, liftui pradedant kilti aukštyn pagreičiu a_1.* Visus vektorinius dydžius, kurie įeina į (2), suprojektuokime į y ašį. Lifto, o kartu ir svarsčio, pagreitis $\vec{a}_1$ yra

nukreiptas aukštyn (pagal greičio kryptį), nes lifto greitis didėja, todėl $a_{1y} = -a_1$, $P_{1y} = P_1$, $g_y = g$. Šias projekcijas įrašykime į (2) ir apskaičiuokime svorio P_1 vertę:

$$P_1 = m \cdot (g - (-a_1)) = m \cdot (g + a_1) \approx 5 \cdot (10 + 2) \approx 60 \text{ N}.$$

b) *Liftui judant tolygiai*, $a_2 = 0$. Vėl pasinaudokime bendrąja svorio formule (2):

$$P_2 = m \cdot (g - a_2) = m \cdot g \approx 5 \cdot (10 + 0) \approx 50 \text{ N}.$$

c) *Prieš sustodamas aukščiausiame taške, liftas juda tolygiai lėtėjančiai.* Jo pagreitis $\vec{a}_3$ yra nukreiptas priešinga kryptimi nei lifto greitis, t. y. stačiai žemyn. Vėl suprojektuokime visus vektorius į y ašį ($P_{3y} = P_3$, $g_y = g$, $a_{3y} = a_3$) ir įrašykime į (2):

$$P_3 = m \cdot (g - a_3) \approx 5 \cdot (10 - 2) \approx 40 \text{ N}.$$

Skaičiuodami to paties svarsčio svorį gavome tris skirtingas vertes. Šias skirtingas svorio vertes atitinka ir skirtingas svarstyklių spyruoklės suspaudimas bei skirtingi rodmenys (žr. pav.). Štai kodėl tokios svarstyklės ne visada tinka kūno masei matuoti. Labiausiai spyruoklė buvo suspausta, kai liftas pradėjo kilti aukštyn. Tada liftas su pritvirtinta spyruokle greitėdamas kilo aukštyn, o svarstis iš inercijos kurį laiką liko parimęs ir suspaudė spyruoklę labiau, nei ji buvo suspausta, kol liftas nejudėjo (tada $P_0 = mg$). Taigi kai liftas greitėdamas kilo aukštyn, $P_1 > P_0$.

Kai liftas juda tolygiai, $P_2 = P_0 = mg$, nes nesant vertikalaus pagreičio, nėra ir jėgos, kuri papildomai veiktų spyruoklę. Tai patvirtina teiginį, kad tolyginis judėjimas ir rimtis dinamikos požiūriu yra tas pats.

Kai liftas, kildamas aukštyn, pradeda lėtėti, atsiranda stačiai žemyn nukreiptas pagreitis. Galima įsivaizduoti, kad liftas ir spyruoklė „pradeda atsilikti“ nuo svarsčio, kuris vis dar kyla aukštyn, kurį laiką išlaikydami įgytą greitį, o spyruoklės greitis jau mažėja. Spyruoklės suspaudimas sumažėja, nes $P_3 < P_0$.

Taigi svarsčio svoris (ir spyruoklinių svarstyklių rodmenys) kinta priklausomai nuo judėjimo pobūdžio. Atramos reakcijos jėga (žr. pav.), t. y. spyruoklės tamprumo jėga, kinta atitinkamai kūno svoriui (III Niutono dėsnis).

d) *Įvertinkime šį svarstį veikiančią sunkio jėgą* F_s ($\vec{F_s} = m \cdot \vec{g}$). Kai lifto pakilimo aukštis $h \ll R$ (R – Žemės spindulys), laisvojo kritimo pagreitis $g \approx 10$ m/s^2 = const, todėl sunkio jėgos didumas bet kuriame judėjimo etape yra vienodas ir visai nepriklauso nuo to, kaip juda šis kūnas, nes sunkis – tai jėga, kurią sukuria Žemės gravitacinis laukas. Šio lauko stiprumą apibūdina dydis $\vec{g}$. Sunkis veikia visada, nuo jo niekur Žemėje nepasislėpsi. Net jei išnyktų kūno svoris (pavyzdžiui, atitrūkus liftui, jam laisvai krintant pagreičiu g, svarstis visai nespaus spyruoklės, nes $P = m(g - g) = 0$), sunkio jėga išlieka nepakitusi. Sunkio jėga visiems laisvai krintantiems kūnams suteikia vienodą pagreitį g, kuris *nepriklauso nuo jų masės ir judėjimo pobūdžio*:

$$g = \frac{G \cdot M}{(R + h)^2};$$

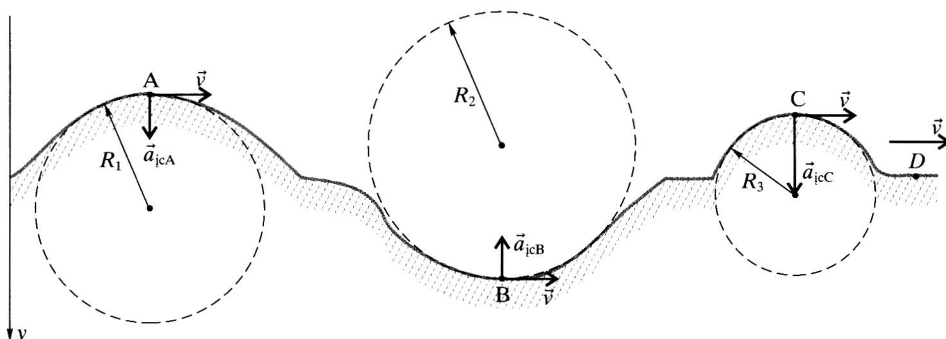
čia $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ (N·m^2)/kg^2 – gravitacijos konstanta, vienoda visoje Visatoje, M ir R – atitinkamai Žemės masė ir jos spindulys.

Taigi visuose judėjimo etapuose svarstį veikia tokia pat sunkio jėga:

$$F_s = m \cdot g \approx 5 \cdot 10 \approx 50 \text{ N}; \quad F_{s1} = F_{s2} = F_{s3} \approx 50 \text{ N}.$$

Ats. Spyruokinių svarstyklių rodmenys yra tokie: $P_1 = m \cdot (g + a_1) = 60$ N, $P_2 = m \cdot g = 50$ N, $P_3 = m \cdot (g - a_3) = 40$ N.
Visuose judėjimo etapuose svarstį veikė tokios pat vertės sunkio jėga $F_{s1} = F_{s2} = F_{s3} = m \cdot g \approx 50$ N.

2.2.6 pavyzdys. Apskaičiuokime 70 kg masės motociklininko svorį motokroso trasos taškuose A, B, C ir D (žr. pav.), jeigu žinoma, kad motociklas visoje trasoje juda pastovaus modulio 108 km/h greičiu.



Duota: $v = 108$ km/h $= 30$ m/s – visame kelyje pastovaus modulio motociklininko greitis; $m = 70$ kg – motociklininko masė; $R_1 = 180$ m, $R_2 = 300$ m, $R_3 = 90$ m – trasos reljefo kreivumo spinduliai.

Rasti: P_A, P_B, P_C, P_D – motociklininko svorio vertes trasos taškuose A, B, C ir D.

Sprendimas

Pasinaudosime bendrąja svorio formule

$$\vec{P} = m\,(\vec{g} - \vec{a})\,. \qquad (1)$$

y ašį nukreipkime stačiai žemyn – pagal laisvojo kritimo pagreičio kryptį – ir pritaikykime (1) formulę kiekvienam iš taškų A, B, C ir D (užrašykime ją projekcijomis).

Sąlygoje motociklininko greičio modulis pastovus, vadinasi, horizontaliose kelio atkarpose motociklas juda be pagreičio, o kalnuoto reljefo atkarpose (sąlygiškai pavaizduotose kaip apskritimų lankai) motociklininkas juda įcentriniu pagreičiu, kurio vertę taškuose A, B ir C apskaičiuosime pagal formulę

$$a_{įc} = \frac{v^2}{R}.$$

Taške A motociklininkas juda aukštyn išgaubta trajektorija, todėl sunkio jėga, veikdama statmenai momentinio greičio krypčiai, taške A suteikia motociklininkui įcentrinį pagreitį, nukreiptą stačiai žemyn (žr. pav.). Vektorių projekcijos y ašyje taške A:

$$P_y = P_A, \quad g_y = g; \quad a_{įcy} = a_{įcA}.$$

Užrašykime (1) lygtį projekcijomis taške A:

$$P_A = m(g - a_{įcA}) = m\left(g - \frac{v^2}{R_1}\right) = 70(10 - 30^2/180) = 350 \text{ N}.$$

Taške B motociklininkas juda žemyn išgaubta trajektorija, todėl atramos reakcijos jėga suteikia motociklininkui įcentrinį pagreitį, nukreiptą stačiai aukštyn. Vektorių projekcijos y ašyje

taške B (žr. pav.):

$$P_y = P_B \quad g_y = g; \quad a_{\text{įc}y} = -a_{\text{įcB}}.$$

Užrašykime (1) lygtį projekcijomis taške B:

$$P_B = m[g - (-a_{\text{įcB}})] = m\left(g + \frac{v^2}{R_2}\right) = 70(10 + 30^2/300) = 910 \text{ N}.$$

Motociklininko svorį taške C apskaičiuojame kaip ir taške A, nes čia motociklininkas juda taip pat, kaip ir taške A, įcentriniu pagreičiu, nukreiptu stačiai aukštyn:

$$P_y = P_C \quad g_y = g; \quad a_{\text{įc}y} = a_{\text{įcC}}.$$

Tada taške C (žr. pav.):

$$P_C = m(g - a_{\text{įcC}}) = m\left(g - \frac{v^2}{R_3}\right) = 70(10 - 30^2/90) = 0 \text{ N} - \text{motociklininkas nesvarus.}$$

Tašką D motocikininkas pravažiuoja gulsčia kelio atkarpa pastoviu greičiu, todėl $a_D = 0$.
Iš (1):

$P_D = m(g - a_D) = m \cdot (g - 0) = mg = 70 \cdot 10 = 700$ N – svoris toks pat, kaip ir tuo atveju, jei motociklininkas nejudėtų.

Ats. Motociklininko svoris kroso trasos taškuose: $P = m\left(g \pm \frac{v^2}{R}\right)$;
$P_A = 350$ N, $P_B = 910$ N, $P_C = 0$ N, $P_D = 700$ N.

2.2.7 pavyzdys. Turime dvi vienodo ilgio nesvarias skirtingo standumo k_1 ir k_2 spyruokles bei m masės prikabinamą svarelį. Raskime bendrą abiejų spyruoklių standumą:

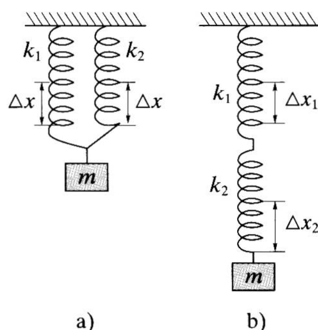
a) kai jos sujungtos lygiagrečiai, o atstumas tarp pakabinimo taškų nykstamai mažas (žr. a) pav.);

b) kai jos sujungtos nuosekliai (žr. b) pav.).

Duota: k_1 ir k_2 – abiejų spyruoklių standumai; m – svarelio masė.

Rasti: a) k' – bendrą lygiagrečiai sujungtų spyruoklių standumą;

b) k'' – bendrą nuosekliai sujungtų spyruoklių standumą.



Sprendimas

Šį uždavinį spręsime padarę prielaidą, kad svarelio svoris nepertempia spyruoklių, t. y. nesukelia jose liekamųjų deformacijų. Tokiu atveju spyruoklėms galioja Huko dėsnis.

Jei svarelį pakabinsime ant vienos spyruoklės, tai Huko dėsnį $F_{\text{tampr}} = -k\Delta x$ galime perrašyti taip: $mg = k\Delta x$ (minusą formulėje praleidžiame, nes šiuo atveju mums svarbios tik dydžių vertės, o ne kryptys); čia Δx – spyruoklės pailgėjimas (deformacija). Svareliui išlaikyti būtina sąlyga: $mg = F_{\text{tampr}}$.

a) Jei svarelį pakabinsime ant dviejų lygiagrečių spyruoklių (žr. a) pav.), tai $mg = F_{\text{tampr}} = F_{\text{tampr1}} + F_{\text{tampr2}}$, ir $k' = k_1 + k_2$, nes tuomet $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$.

b) Jei svarelį pakabinsime ant nuosekliai sujungtų spyruoklių (žr. b) pav.), tai bendras abiejų spyruoklių pailgėjimas lygus $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$, o tamprumo jėga visoje dvigubo ilgio

spyruoklėje vienoda (spyruoklių masės nepaisome): $F_{tampr1} = F_{tampr2} = F_{tampr}$. Tada lygtį $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$ galime perrašyti taip:

$$\frac{F_{tampr}}{k''} = \frac{F_{tampr1}}{k_1} + \frac{F_{tampr2}}{k_2} \quad \text{ir} \quad \frac{1}{k''} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}. \quad \text{Tada } k'' = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2}.$$

Ats. a) $k' = k_1 + k_2$; b) $k'' = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2}$.
Tai teisinga tik tada, kai svarelio svoris nepertempia spyruoklių, t. y. nesukelia jose liekamųjų deformacijų, ir kai galime nepaisyti pačių spyruoklių masės.

2.2.8 pavyzdys. Per kiek laiko nuo to momento, kai vairuotojas pradėjo stabdyti, visiškai sustos 72 km/h greičiu važiavęs automobilis, jei buvo stabdoma užblokavus varomuosius ratus, o trinties tarp ratų ir kelio dangos koeficientas lygus 0,8? Oro pasipriešinimo nepaisykime. Kokį kelią iki visiško sustojimo nuvažiuos stabdomas automobilis? $g \approx 10$ m/s^2.

Duota: $v_{01} = 72$ km/h $= 20$ m/s – automobilio greitis stabdymo pradžioje, $\mu = 0{,}8$ – trinties tarp kelio dangos ir automobilio padangų koeficientas.

Rasti: a) stabdymo laiką t_{st}; b) stabdymo kelią s_{st}.

Sprendimas

a) Jeigu vairuotojas stabdymo metu užblokavo varomuosius ratus, tai toliau automobilis iki pat sustojimo slydo, veikiamas tik trinties jėgos (oro pasipriešinimo nepaisome, o sunkis ir kelio dangos reakcijos jėga kompensuojasi). Visiškai sustojus automobiliui, $v = 0$. Jeigu tarsime, kad stabdymo metu trinties jėga išlieka pastovi, tai

$$v(t) = v_0 - a \cdot t_{st}; \tag{1}$$

čia a – pastovus neigiamas pagreitis, kurį judančiam automobiliui suteikia trinties jėga. Pagal II Niutono dėsnį apskaičiuojame pagreičio modulį:

$$|a| = \frac{|F_{tr}|}{m}.$$

$F_{tr} = \mu N$; $|N| = |P| = m|g|$, nes automobiliui judant gulsčiu keliu, stačia kryptimi jokio pagreičio nėra. Tada

$$|a| = \frac{|F_{tr}|}{m} = \frac{|\mu \cdot mg|}{m} = |\mu g|.$$

Iš (1) lygties išreiškiame t_{st}:

$$t_{st} = \frac{v - v_0}{-a} = \frac{v - v_0}{-\mu g} = \frac{0 - 20}{-0{,}8 \cdot 10} = 2{,}5 \text{ (s)}.$$

b) Apskaičiuojame stabdymo kelią:

$$s_{st} = \frac{v^2 - v_0^2}{-2a} = \frac{v^2 - v_0^2}{-2\mu g} = \frac{0 - 20^2}{-2 \cdot 0{,}8 \cdot 10} = 25 \text{ (m)}$$

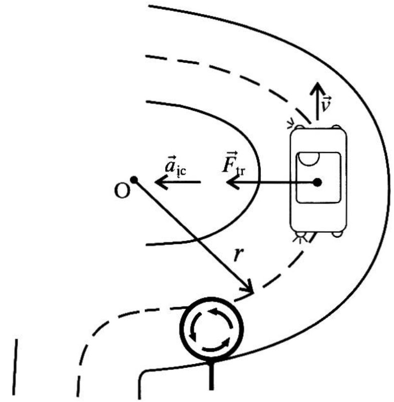
(patikrinkite gautus matavimo vienetus).

Ats. a) automobilis visiškai sustos po $t_{st} = \frac{v - v_0}{-\mu g} = 2{,}5$ s,
b) stabdymo kelias $s_{st} = \frac{v^2 - v_0^2}{-2\mu g} = 25$ m.

2.2.9 pavyzdys. Kokiu didžiausiu pastovios vertės greičiu 40 m spindulio žiedinėje sankryžoje gali važiuoti automobilis, jeigu trinties tarp ratų ir asfalto koeficientas pastovus ir lygus 0,7? Automobilio posvyrio į posūkio pusę nepaisykime (žr. pav.). $g \approx 10$ m/s^2.

Duota: $r = 40$ m – žiedinės sankryžos spindulys; $\mu = 0{,}7$ – trinties tarp ratų ir asfalto koeficientas; $g \approx 10$ m/s^2.

Rasti: $v_{\max}$ – didžiausią pastovios vertės greitį, kuriuo galima saugiai važiuoti šioje žiedinėje sankryžoje.



Sprendimas

Automobilis žiedinėje sankryžoje juda turėdamas pastovios vertės įcentrinį pagreitį. Visos automobilį veikiančios jėgos yra pastovios. Jo judėjimui galime taikyti II Niutono dėsnį:

$$m\vec{a}_{\text{įc}} = \vec{F}_{\text{atst}}. \quad (1)$$

Automobilį veikia trys jėgos: sunkis $\vec{F}_s = m \cdot \vec{g}$, asfalto reakcijos jėga $\vec{R}$, nukreipta stačiai aukštyn, ir trinties jėga $\vec{F}_{\text{tr}}$, kuri nukreipta į žiedo centrą išilgai kelio dangos paviršiaus (žr. pav.).

$$m \cdot \vec{a}_{\text{įc}} = \vec{F}_{\text{s}} + \vec{R} + \vec{F}_{\text{tr}}. \quad (2)$$

Kai kelio dangos paviršius gulsčias, $\vec{F}_{\text{s}}$ ir $\vec{R}$ kompensuojasi, todėl lieka tik viena jėga, kuri suteikia kūnui įcentrinį pagreitį, – trinties jėga$\vec{F}_{tr}$. Tada

$$ma_{\text{įc}} = F_{\text{tr}} \quad (3)$$

(galime nebežymėti vektorių, nes $\vec{a}_{\text{įc}}$ ir $\vec{F}_{\text{tr}}$ yra vienakrypčiai).

Trinties jėga yra atoveikis deformuojančiam asfalto paviršių automobilio ratų poveikiui. Ji veikia automobilį, neleisdama jo „išmesti“ iš žiedo ir suteikdama jam įcentrinį pagreitį, kuris bet kuriame kelio taške yra statmenas momentinio greičio krypčiai.

$$a_{\text{įc}} = \frac{v^2}{r}; \qquad F_{\text{tr}} = \mu N = \mu mg$$

($N = P = mg$, nes kelio dangos paviršius gulsčias ir nėra jokio pagreičio stačiąja kryptimi).

Šiuos dydžius įrašome į (3). $v = v_{\max}$, kai vykdoma sąlyga:

$$\frac{mv_{\max}^2}{r} = \mu mg.$$

Išreiškiame $v_{\max}$:

$$v_{\max} = \sqrt{\mu gr}; \quad (4)$$

$$v_{\max} = \sqrt{0{,}7 \cdot 10 \cdot 40} = \sqrt{280} = 16{,}7 \text{ m/s} \approx 60 \text{ km/h}.$$

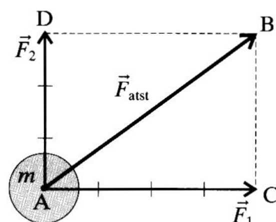
(Patikrinkite gautus matavimo vienetus.)

Ats. Didžiausias greitis, kuriuo automobilis gali važiuoti šia žiedine sankryža, yra $v_{\max} = \sqrt{\mu gr} \approx 60$ km/h.

Papildoma užduotis: pagalvokite, kodėl ties įvažiavimu į žiedinę sankryžą dažnai stovi greitį ribojantis ženklas, kuriame įrašyta greičio vertė paprastai yra gerokai mažesnė, nei apskaičiuotoji pagal (4) formulę vertė?

2.3. Kelių jėgų veikiamo kūno judėjimas

2.3.1 pavyzdys. Tolygiai 10 m/s greičiu judėjusį 5 kg masės kūną vienu metu pradėjo veikti dvi pastovios jėgos: $F_1 = 4$ N ir $F_2 = 3$ N. Šios jėgos viena kitai statmenos (žr. pav.). Raskime kūno pagreitį. Koks bus šio kūno greitis, praėjus 5 s nuo to momento, kai kūną pradėjo veikti abi jėgos?



Duota: v_0 – kūno pradinio greičio vertė; $m = 5$ kg – šio kūno masė; $F_1 = 4$ N ir $F_2 = 3$ N – kūną veikiančių jėgų vertės; $t = 5$ s – laikas.

Rasti: a – kūno pagreitį; $v(5)$ – kūno greičio vertę po 5 s nuo to momento, kai kūną pradėjo veikti jėgos $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$.

Sprendimas

Pirmiausia pažymėkime jėgas, veikiančias kūną, ir raskime jų atstojamąją. Iš brėžinio matyti, kad $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ atstojamosios vertę F_{atst} galime apskaičiuoti pagal Pitagoro teoremą ($\triangle$ABC – statusis, BC = AD = F_2, AC = F_1): $F_{atst} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$. Žinome, kad $\vec{F}_{atst}$ ir $\vec{a}$ kryptys visada sutampa, todėl galime užrašyti: $F_{atst} = ma$. Tuomet

$$a = \frac{F_{atst}}{m} = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{m} = \frac{\sqrt{4^2 + 3^2}}{5} = 1 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Taigi kūnas toliau judės pastoviu 1 m/s^2 pagreičiu.

Dabar reikia apskaičiuoti momentinį kūno greitį 5-osios judėjimo sekundės pabaigoje. Žinome a, v_0, t reikšmes, todėl iš pirmo žvilgsnio momentinį greitį apskaičiuoti labai paprasta – tereikia pasinaudoti kinematine greičio formule $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t$. Tačiau taip nėra!

Reikalas tas, kad nežinome $\vec{v}_0$ krypties, t. y. nežinome, kokia kryptimi kūnas judėjo iki to momento, kai jį pradėjo veikti jėgos $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ (arba $\vec{F}_{atst}$). Panagrinėkime keletą paprasčiausių atvejų:

a) kai $\vec{v}_0$ ir $\vec{F}_{atst}$ yra vienos krypties, tada $v(5) = v_0 + at = 10$ m/s.

b) kai $\vec{v}_0$ ir $\vec{F}_{atst}$ yra priešingų krypčių – kūnas pradėtų lėtėti, ir $v(5) = v_0 - at = 5$ m/s.

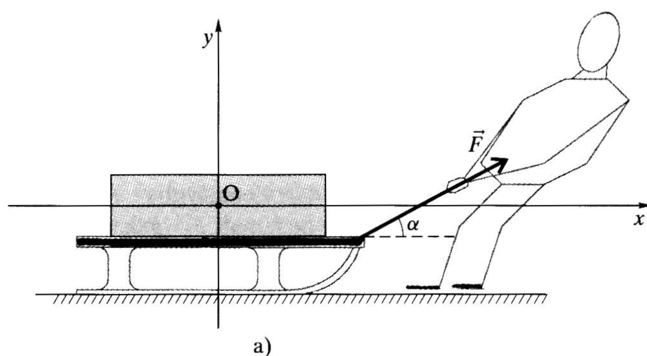
c) jeigu $\vec{v}_0 \perp \vec{F}_{atst}$, greičio modulis nekistų (t. y. išliktų 10 m/s), o apskaičiuotasis pagreitis būtų įcentrinis. Jis iškreiptų kūno trajektoriją, ir kūnas pradėtų judėti apskritimu.

Galimi ir kiti sudėtingesni atvejai. Apibendrindami galime pasakyti, kad nežinodami $\vec{v}_0$ krypties $\vec{F}_{atst}$ atžvilgiu, negalime apskaičiuoti $\vec{v}$ vertės vėlesniais laiko momentais.

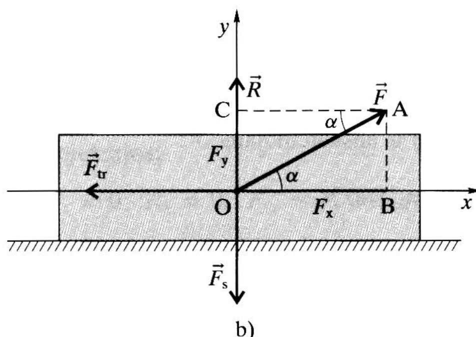
Ats. $a = \dfrac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{m} = 1$ m/s; $v(5)$ apskaičiuoti negalime, nes nežinome $\vec{v}_0$ krypties $\vec{F}_{atst}$ atžvilgiu.

2.3.2 pavyzdys. Kokia mažiausia jėga galiūnų varžybose atletas gali patempti roges su kroviniu, jeigu trinties tarp rogių pavažų ir asfalto koeficientas 0,7? Krovinio masė 600 kg, o rogių masės galime nepaisyti. Nesvari ir netąsi virvė su gulsčiąja kryptimi sudaro 45° kampą (žr. a) pav.). Krovinys rogių atžvilgiu nejuda, $g \approx 10$ m/s^2.

Duota: $m = 600$ kg – krovinio masė; $\mu = 0{,}7$ – trinties tarp rogių pavažų ir asfalto koeficientas; $\angle\alpha = 45^\circ$ – kampas, kurį sudaro virvė su gulsčiąja kryptimi. Krovinys rogių atžvilgiu nejuda. $g \approx 10$ m/s^2.



a)



b)

Rasti: F – minimalią jėgą, kurią turi panaudoti atletas, norėdamas patempti roges su kroviniu.

Sprendimas

Pirmiausia raskime krovinio masės centrą O (rogių masės nepaisome) ir visas krovinį veikiančias jėgas pavaizduokime iš šio centro (žr. b) pav.).

Krovinį veikia jėgos:

$\vec{F}$ – virvės įtempimo jėga, lygi atleto raumenų jėgai; $\vec{F}_s = m\vec{g}$ – krovinį veikianti sunkio jėga; $|\vec{R}| = |\vec{P}|$ – atramos reakcijos jėga, kurios vertė pagal III Niutono dėsnį lygi krovinio svoriui; $\vec{F}_{tr} = \mu\vec{N}$ – trinties tarp rogių pavažų ir asfalto jėga; $\vec{N}$ – normalinio slėgio jėga (jėga, kuria krovinys statmenai spaudžia atramą).

Mažiausia jėga atletas trauks roges tuo atveju, kai rogės judės tolygiai ($a = 0$). Tada kroviniui galime taikyti I Niutono dėsnį:

$$\vec{F}_{\text{atst}} = 0, \quad \text{arba} \quad \vec{F} + \vec{F}_{\text{s}} + \vec{R} + \vec{F}_{\text{tr}} = 0. \tag{1}$$

Uždavinys taps paprastesnis, jeigu jėgas suprojektuosime į x ir y ašis. Tada (1) x ašies atžvilgiu užrašysime taip:

$$F_x + F_{\text{s}x} + R_x + F_{\text{tr}x} = 0, \tag{1a}$$

o y ašies atžvilgiu:

$$F_y + F_{\text{s}y} + R_y + F_{\text{tr}y} = 0. \tag{1b}$$

Raskime visų jėgų projekcijas x ašyje:

$$F_x = F\cos\alpha \quad (\text{iš } \triangle\text{AOB: } \cos\alpha = \frac{\text{OB}}{\text{OA}} = \frac{F_x}{F}); \quad F_{\text{tr}x} = -F_{\text{tr}} = -\mu N = -\mu P$$

($N = P$, nes šiuo atveju tai ta pati jėga, t. y. jėga, kuria krovinys spaudžia atramą); $F_{\text{s}x} = 0$; $R_x = 0$.

Viską surašykime į (1a):

$$F\cos\alpha - \mu \cdot P = 0. \tag{2}$$

Šioje formulėje yra du nežinomieji: F ir P, todėl reikalinga dar viena lygtis. Atkreipiame dėmesį, kad šiuo atveju $|P| \neq |mg|$, nes virvės įtempimo jėgos dedamoji F_y „kilsteli" krovinį nuo atramos, todėl čia $P < mg$. Turime gauti krovinio svorio išraišką, todėl projektuokime visas jėgas į y ašį:

$$F_y = F\sin\alpha \quad (\text{iš } \triangle\text{OCA: } \sin\alpha = \frac{\text{AB}}{\text{AO}} = \frac{F_y}{F}); \quad F_{\text{s}y} = -F_{\text{s}} = -mg,$$

nes sunkis nukreiptas prieš y ašies kryptį; $R_y = R = P$ (pagal III Niutono dėsnį, atramos reakcijos jėgos vertė lygi kūno svoriui); $F_{\text{tr}y} = 0$. Viską surašome į (1b):

$$F\sin\alpha - mg + P = 0. \tag{3}$$

Iš (3) išreiškiame P ($P = mg - F\sin\alpha$), įrašome į (2) ir apskaičiuojame F:

$$F = \frac{\mu \cdot mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = \frac{0{,}7 \cdot 600 \cdot 10}{0{,}7071 + 0{,}7 \cdot 0{,}7071} \approx 3500 \text{ N}.$$

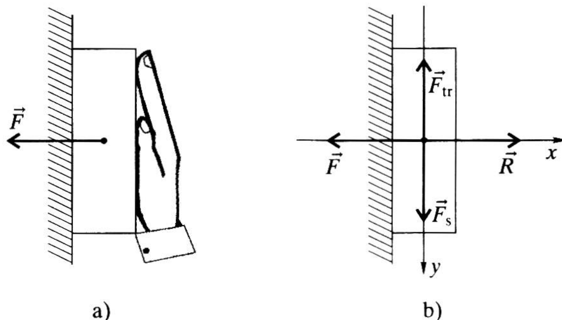
(Patikrinkite gautus matavimo vienetus.)

Ats. mažiausia jėga, kuria atletas gali patempti krovinį, lygi:

$$F = \frac{\mu \cdot mg}{\cos\alpha + \sin\alpha} \approx 3500 \text{ N}.$$

2.3.3 pavyzdys. 6 kg masės plyta laisvai krinta žemyn prie pat stačios sienos. Ar išlaikysime šią plytą ranka, jeigu spausime ją prie sienos gulsčia kryptimi 100 N jėga (žr. a) pav.)? Trinties tarp plytos ir sienos koeficientas 0,6. Ranka plytos atžvilgiu neslysta. $g \approx 10$ m/s^2.

Prispaudus plytą prie sienos, ją veikia keturios jėgos (žr. b) pav.): spaudžianti jėga $\vec{F}$, sunkis $\vec{F}_{\text{s}} = m\vec{g}$, trinties jėga $\vec{F}_{\text{tr}} = \mu\vec{N}$ ir sienos reakcijos jėga $\vec{R}$, kurios, veikdamos kartu, gali sukurti pagreitį. Kad galėtume nustatyti plytos judėjimo pobūdį po to, kai ją prispausime ranka, turime apskaičiuoti jos pagreitį.



a) b)

Aptarkime keletą galimų uždavinio atsakymo variantų.

1. Jeigu apskaičiuotasis pagreitis bus lygus 0, tai nuo prispaudimo momento plyta tolygiai slys žemyn, išlaikydama tą momentinį greitį, kurį ji spėjo įgyti iki prispaudimo (trinties jėga kompensuos sunkio poveikį).

2. Jeigu apskaičiuotas $a \neq 0$ ir nukreiptas žemyn, tai plyta greitėdama slinks žemyn – 100 N jėga nesugebės jos išlaikyti.

3. Jeigu $a \neq 0$ ir nukreiptas aukštyn, tai plytos greitis ims mažėti, kol ji sustos. Šiuo atveju prispaudę plytą sukursime trinties jėgą, kuri yra didesnė nei plytos sunkis. Šiomis sąlygomis plyta negali pradėti judėti aukštyn, nes neliks nė vienos jėgos, kuri būtų nukreipta aukštyn ir atsvertų sunkio bei trinties jėgas (kūnui judant aukštyn, trinties jėga, kaip ir sunkis, būtų nukreipta žemyn).

4. Šiomis sąlygomis negali atsirasti horizontalus pagreitis, nes gulsčia kryptimi plytą veikiančios jėgos kompensuojasi: $|N| = |R|$ (III Niutono dėsnis), o $N = F$ (čia N – plytos slėgimo į sieną jėga), tada $R - F = 0$ (žr. pav.). Kitų gulsčiai veikiančių jėgų nėra.

Duota: $m = 6$ kg – plytos masė; $\mu = 0{,}6$ – trinties tarp plytos ir sienos koeficientas, $F = 100$ N – gulsčia jėga, kuria plyta spaudžiama prie sienos; $g \approx 10$ m/s^2.

Rasti: plytos pagreitį a.

Sprendimas

Pagal II Niutono dėsnį apskaičiuokime galimą plytos pagreitį:

$$\vec{F}_{\text{atst}} = m \cdot \vec{a} \quad \text{arba} \quad \vec{F} + \vec{R} + \vec{F}_{\text{s}} + \vec{F}_{\text{tr}} = m \cdot \vec{a}. \qquad (1)$$

Suprojektuokime jėgas y ašyje (žr. b) pav.). Tada (1) lygtis taps tokia:

$$F_y + R_y + F_{\text{s}y} + F_{\text{tr}y} = ma_y. \qquad (1a)$$

Jėgų projekcijos:

$$F_y = 0,\ R_y = 0,\ F_{\text{s}y} = F_{\text{s}} = mg,\ F_{\text{tr}\,y} = -\mu N = -\mu F;$$

čia $N = F$ normalinio slėgio jėga (žr. 4 galimo atsakymo variantą).

Tarkime, kad galimo pagreičio kryptis – žemyn – pagal y ašies kryptį, tada $a_y = a$. Įrašykime visų jėgų ir pagreičio projekcijas į (1a):

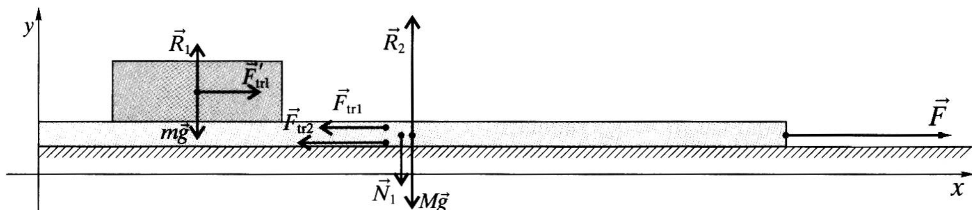
$$mg - \mu F = ma, \qquad (2)$$

iš čia:

$$a = \frac{mg - \mu \cdot F}{m} = \frac{6 \cdot 10 - 0{,}6 \cdot 100}{6} = \frac{60 - 60}{6} = 0 \text{ m/s}^2.$$

Ats. Neišlaikys, nes $a = \dfrac{mg - \mu \cdot F}{m} = 0$ (žr. 1 variantą). Plyta tolygiai slys žemyn.

2.3.4 pavyzdys. Ant lentos, kurios masė M, padėta m masės plyta.Trinties koeficientas tarp plytos ir lentos paviršių μ_1, o tarp lentos ir gulsčio pagrindo paviršiaus – μ_2. Kokia mažiausia gulsčia jėga F reikia truktelėti lentą, kad plyta pradėtų slysti nuo lentos (žr. pav.)?



Duota: M – lentos masė, m – plytos masė, μ_1 – trinties koeficientas tarp plytos ir lentos paviršių, μ_2 – trinties koeficientas tarp lentos ir gulsčio pagrindo paviršiaus.

Rasti: $F_{\min}$ – mažiausią jėgą, kuria reikia truktelėti lentą, kad plyta pradėtų nuo jos slysti.

Išsiaiškinkime, kokiomis sąlygomis įmanomas slydimas. Kai vienas kūnas guli ant gulsčio kito kūno paviršiaus ir jo niekas nejudina, trinties tarp kūno ir pagrindo nėra. Atsiradus tempiančiai gulsčiai jėgai ir jai didėjant, atsiranda *rimties* trinties jėga, kuri taip pat didėja, kaip ir tempianti jėga. Pagaliau pasiekiama ribinė tempiančios jėgos vertė F, kuri savo verte lygi *slydimo* trinties jėgos vertei $F_{tr} = \mu N$. Slydimo „pradžia" atitinka momentą, kai dar galioja lygybė $a_1 = a_2$ (čia a_1 – plytos, o a_2 – lentos pagreičiai toje pačioje atskaaitos sistemoje). Kai nors vieno iš kūnų pagreitis tampa didesnis už kito, prasideda slydimas – kūnai vienas kito atžvilgiu pradeda judėti. Slydimas gali prasidėti ir tada, kai vienas iš kūnų tiesai ir tolygiai jau juda kito kūno paviršiumi: juk ir tuo atveju galioja lygybė $a_1 = a_2$.

Sprendimas

Pažymėkime visas plytą ir lentą veikiančias jėgas (žr. pav.). Užrašykime II Niutono dėsnį pirma plytai, o po to lentai:

$$m\vec{g} + \vec{R}_1 + \vec{F}'_{tr1} = m\vec{a}_1, \tag{1}$$

čia: $m\vec{g}$ – plytos sunkis; $\vec{R}_1$ – atramos (lentos) reakcijos jėga, kuri atsiranda dėl plytos svorio; $\vec{F}'_{tr1}$ – trinties tarp plytos ir lentos paviršių jėga; $\vec{a}_1$ – plytos pagreitis lentos atžvilgiu. Užrašykime (1) x ir y projekcijomis:

$$x \text{ ašyje:} \quad F'_{tr1} = ma_1, \tag{2}$$

$$y \text{ ašyje:} \quad R_1 - mg = 0; \tag{3}$$

čia $F'_{tr1} = \mu_1 N_1$ (N_1 – plytos normalinio slėgio į lentos paviršių jėga; $N_1 = R_1$ (III Niutono dėsnis); $N_1 = P_1 = mg$). Tada iš (2) ir (3):

$$a_1 = \mu_1 g. \tag{4}$$

Dabar užrašykime II Niutono dėsnį lentai:

$$\vec{F} + M\vec{g} + \vec{R}_2 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{tr1} + \vec{F}_{tr2} = M\vec{a}_2. \tag{5}$$

Vėl suprojektuokime visas jėgas į x ir y ašis:

$$x \text{ ašyje:} \quad F - F_{tr1} - F_{tr2} = Ma_2, \tag{6}$$

$$y \text{ ašyje:} \quad R_2 - Mg - N_1 = 0. \tag{7}$$

(6) lygtyje $F_{tr1} = F'_{tr1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 mg$ (III Niutono dėsnis), $F_{tr2} = \mu_2 N_2$. Įrašome pastarąsias lygybes į (6) lygtį:

$$F - \mu_1 mg - \mu_2 N_2 = Ma_2; \tag{8}$$

čia

$$N_2 = g(M + m). \tag{9}$$

Tai lentos ir plytos slėgio į gulsčią paviršių jėga.

Įrašykime (9) lygtį į (8) ir apskaičiuokime lentos pagreitį a_2:

$$a_2 = \frac{F - \mu_2 g\,(M + m) - \mu_1 gm}{M}. \tag{10}$$

Slydimas prasideda tada, kai $a_1 = a_2$, vadinasi:

$$\mu_1 g = \frac{F - \mu_2 g\,(M + m) - \mu_1 gm}{M},$$

tada mažiausia jėga, galinti išjudinti lentą (sukelti plytos slydimą lentos atžvilgiu), yra tokia:

$$F = F_{min} = g(M + m)(\mu_1 + \mu_2).$$

Ats. $F_{min} = g(M + m)(\mu_1 + \mu_2)$.

2.3.5 pavyzdys. 1,5 kg masės medinis tašelis guli ant nuožulniosios plokštumos, kurios polinkio kampas 30° (žr. a) pav.); $g \approx 10$ m/s^2. Raskime:

a) atramos reakcijos jėgos vertę R;

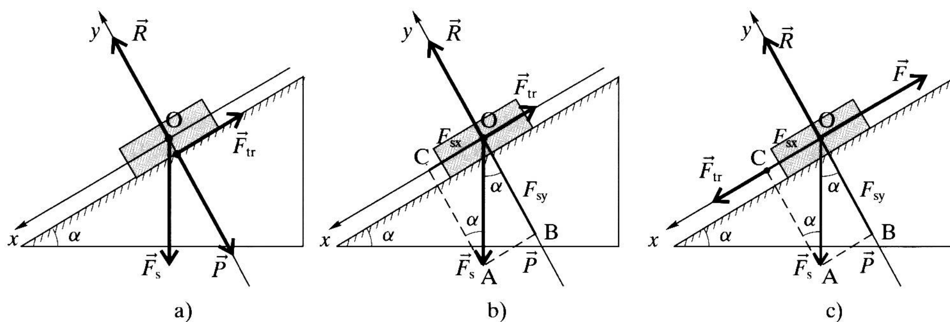
b) slydimo trinties tarp tašelio ir nuožulniosios plokštumos paviršiaus jėgos vertę, jam tolygiai slystant žemyn;

c) mažiausią jėgos, kurios reikės tašeliui šia plokštuma užtempti į viršų, vertę.

Trinties koeficientas pastovus ir nepriklauso nuo judėjimo krypties.

Duota: $m = 1{,}5$ kg – tašelio masė, $\alpha = 30°$ – nuožulniosios plokštumos polinkio kampas, $g \approx 10$ m/s^2.

Rasti: R – plokštumos reakcijos jėgą, F_{tr} – slydimo trinties jėgą, F – mažiausią jėgą, kurios reikės tašeliui užtempti į viršų.



Sprendimas

a) $\vec{R}$ – tai nuožulniosios plokštumos reakcija į medinio tašelio svorio poveikį. Pagal III Niutono dėsnį: veiksmas (tašelio svoris) lygus atoveikiui (plokštumos reakcijos jėgai). Šios jėgos yra vienodų skaitinių verčių, bet priešingų krypčių ir veikia skirtingus kūnus:

$$|\vec{P}| = |\vec{R}|. \quad \text{(a) pav.)} \tag{1}$$

Apskaičiavę medinio tašelio svorio vertę, sužinosime ir atramos reakcijos jėgos vertę.

Tašelio svoris – tai jėga, kuria statmenai nuožulniosios plokštumos paviršiui tašelis spaudžia atramą (nuožulniąją plokštumą). Šiuo atveju $|\vec{P}| \neq |m\vec{g}|$, nes plokštuma, ant kurios padėtas tašelis, yra ne gulsčia, o nuožulni.

Pažymėkime tašelį veikiančias jėgas: sunkį $\vec{F}_s$, atramos reakcijo jėgą $\vec{R}$ ir trinties jėgą $\vec{F}_{tr}$. Suprojektuokime jas į x ir y ašis; y ašį nukreipkime nuo tašelio centro, statmenai nuožulniosios plokštumos paviršiui (pasinaudokime kampainio stačiuoju kampu); x ašį nukreipkime išilgai nuožulniosios plokštumos paviršiaus (žr. b) pav.).

Sunkio jėgą $\vec{F}_s$ išskaidykime į dvi dedamąsias F_{sx} ir F_{sy}. Iš b) pav. matyti, kad statmenai nuožulniosios plokštumos paviršiui veikia ne visa sunkio jėga, o tik jos dalis F_{sy}, todėl

$$P = F_{sy}. \tag{2}$$

Šių jėgų vertės lygios, bet tai dvi skirtingos jėgos – sunkis veikia tašelį, o tašelio svoris – nuožulniąją plokštumą. Šiuo atveju svorį sukuria F_{sy}, o F_{sx} svorio nesukuria, nes x ašies kryptimi tašeliui nėra atramos.

Kadangi $R = P = F_{sy}$, tai apskaičiuokime F_{sy}.

Imkime statųjį trikampį AOB, kurio kraštinė OB atitinka F_{sy}, kraštinė AB $=$ CO $= F_{sx}$, o įžambinė OA – sunkio jėgą $\vec{F}_s$. Čia $\angle$CAO $= \angle$AOB $= \angle\alpha$ (kaip kampai su atitinkamai

statmenomis kraštinėmis). Užrašykime kampo AOB kosinusą:

$$\cos\alpha = \frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OA}} = \frac{F_{sy}}{F_s}; \quad \text{iš čia} \quad F_{sy} = F_s\cos\alpha = mg\cos 30^\circ \approx 13\ \mathrm{N}.$$

Taigi $R = F_{sy} = F_s\cos\alpha = 13$ N.

b) apskaičiuokime *slydimo* trinties jėgos F_{tr} vertę, kai tašelis tolygiai slysta nuožulniosios plokštumos paviršiumi žemyn (kai tašelis nejuda, jį veikia *rimties* trinties jėga). Šiuo atveju visos tašelį veikiančios jėgos kompensuojasi (I Niutono dėsnis):

$$\vec{F}_s + \vec{R} + \vec{F}_{tr} = 0. \tag{4}$$

Tašelis juda išilgai nuožulniosios plokštumos paviršiaus (pagal x ašies kryptį), todėl perrašysime (4) lygtį projekcijomis į x ašį:

$$F_{sx} + F_{trx} = 0; \tag{5}$$

čia $F_{sx} = F_s\sin\alpha = mg\sin\alpha$ (iš trikampio CAO: $\sin\alpha = \frac{\mathrm{OC}}{\mathrm{OA}} = \frac{F_{sx}}{F_s}$); $R_x = 0$; $F_{trx} = -F_{tr}$ (trinties jėga nukreipta prieš x ašies kryptį).

Surašykime šias projekcijas į (5) lygtį:

$$mg\sin\alpha - F_{tr} = 0, \quad \text{iš čia:} \quad F_{tr} = mg\sin\alpha = 1{,}5\cdot 10\cdot 0{,}5 = 7{,}5\ \mathrm{N}. \tag{6}$$

Atkreipkite dėmesį: vektoriaus $\vec{F}_{tr}$ ilgis brėžinyje turi būti lygus sunkio jėgos projekcijos ilgiui F_{sx}, tik tokiu atveju tašelis judės tolygiai, o brėžinys atitiks uždavinio sąlygą.

c) apskaičiuokime mažiausią jėgą, kurios reikės tašeliui užtempti nuožulniąja plokštuma į viršų. Dabar trinties jėga bus priešingos krypties nei b) atveju. Mažiausia tempimo jėga bus tada, kai tašelis judės į viršų tolygiai (žr. c) pav.). Užrašykime I Niutono dėsnį šiuo atveju:

$$\vec{F}_s + \vec{R} + \vec{F}_{tr} + \vec{F} = 0. \tag{7}$$

Perrašykime (7) lygtį projekcijomis į x ašį:

$$F_{sx} + F_{trx} + F_x + R_x = 0, \tag{8}$$

Įrašykime į (8) lygtį projekcijų vertes: $F_{sx} = mg\sin\alpha$, $F_{trx} = F_{tr}$, $F_x = -F$, $R_x = 0$:

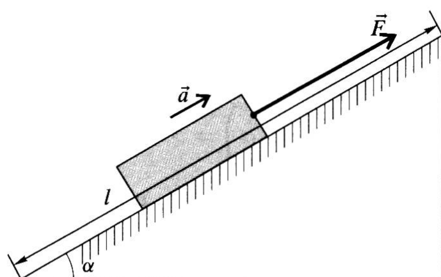
$$mg\sin\alpha + F_{tr} - F = 0, \quad \text{tada} \quad F = mg\sin\alpha + F_{tr}.$$

Trinties jėgos vertę jau apskaičiavome b) dalyje (6), todėl

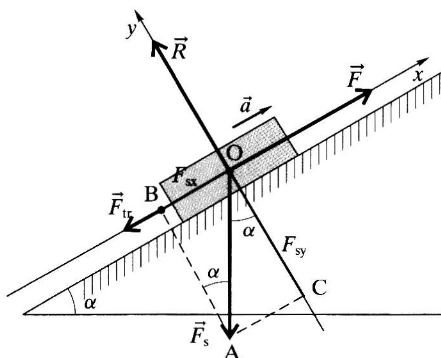
$$F = mg\sin\alpha + F_{tr} = 1{,}5\cdot 10\cdot 0{,}5 + 7{,}5 = 15\ \mathrm{N}.$$

Ats. a) $R = mg\cos\alpha \approx 13$ N; b) $F_{tr} = mg\sin\alpha = 7{,}5$ N; c) $F = mg\sin\alpha + F_{tr} = 15$ N.

2.3.6 pavyzdys. Kokios jėgos reikia, norint per 20 s nuožulniąja plokštuma užtempti 50 kg masės dėžę (žr. a) pav.)? Nuožulniosios plokštumos ilgis 10 m, jos polinkio kampas 30°, trinties tarp dėžės ir nuožulniosios plokštumos koeficientas lygus 0,2; $g \approx 10$ m/s^2.



a)



b)

Duota: $t = 20$ s – laikas, $l = 10$ m – nuožulniosios plokštumos ilgis, $m = 50$ kg – dėžės masė, $\alpha = 30^\circ$ – nuožulniosios plokštumos polinkio kampas, $\mu = 0{,}2$ – trinties koeficientas, $g \approx 10$ m/s^2.

Rasti: F – jėgą, reikalingą dėžei užtempti nuožulniąja plokštuma per 20 s.

Sprendimas

Jeigu tempimo jėga $\vec{F}$ pastovi, tai dėžė judės pastoviu pagreičiu, todėl jai galime taikyti tolygiai kintančio judėjimo kelio lygtį:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}; \tag{1}$$

čia $s = l$, $v_0 = 0$, t – visas tempimo laikas, a – dėžės pagreitis. Iš (1):

$$l = \frac{at^2}{2}; \quad a = \frac{2l}{t^2}. \tag{2}$$

Akivaizdu, kad $a > 0$, nes visi (2) lygtyje esantys dydžiai yra teigiami. Dėžės judėjimui taikome II Niutono dėsnį:

$$\vec{F}_{\text{atst}} = m\vec{a} \tag{3}$$

arba

$$\vec{F}_s + \vec{R} + \vec{F}_{tr} + \vec{F} = m\vec{a}, \quad \text{(žr. b) pav.).} \tag{4}$$

Suprojektuokime jėgas į x ir y ašis.

x ašyje: $a_x = a$, $F_{sx} = -F_s \sin\alpha = -mg\sin\alpha$ (iš $\triangle$BAO: $\angle$BAO $= \alpha$, $\sin\alpha = \frac{F_{sx}}{F_s}$), $R_x = 0$, $F_{trx} = -\mu N$, $F_x = F$.

Perrašykime (4) lygtį projekcijomis į x ašį:

$$-mg\sin\alpha + F - \mu N = ma. \tag{5}$$

y ašyje: $a_y = 0$, $F_{sy} = -F_s\cos\alpha = -mg\cos\alpha$ (iš $\triangle$AOC: $\angle$AOC $= \alpha$, $\cos\alpha = \frac{F_{sy}}{F_s}$), $R_y = R$, $F_y = 0$.

Perrašykime (4) lygtį projekcijomis į y ašį:

$$-mg\cos\alpha + R = 0; \tag{6}$$

čia $|R| = |N|$ (III Niutono dėsnis), todėl

$$N = mg\cos\alpha. \tag{7}$$

Įrašykime (7) į (5):

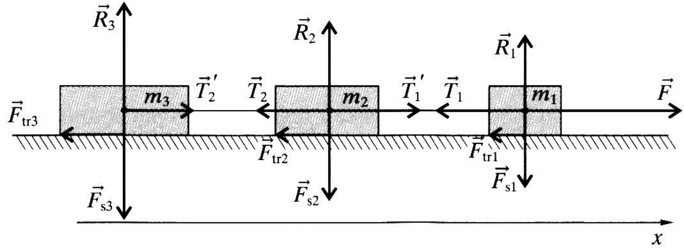
$$-mg\sin\alpha + F - \mu\cdot mg\cos\alpha = ma. \qquad (5a).$$

Iš (2) ir (5a) išreikškime F:

$$F = ma + mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = m\left(\frac{2l}{t^2} + g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha\right) = 339{,}1 \text{ N}.$$

Ats. dėžei užtempti reikės $F = m\left(\frac{2l}{t^2} + g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha\right) = 339{,}1$ N jėgos.

2.3.7 pavyzdys. Tris netąsiais ir nesvariais siūlais surištus tašelius, kurių masės $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, ir $m_3 = 3$ kg, traukia gulsčia 20 N jėga F (žr. pav.). Trinties tarp stalo ir visų tašelių paviršių koeficientas $\mu = 0{,}2$. Raskime siūlų įtempimo jėgų vertes T_1 ir T_2.



Duota: $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg ir $m_3 = 3$ kg – tašelių masės; $F = 20$ N – jėga; $\mu = 0{,}2$ – trinties tarp stalo ir tašelių paviršių koeficientas.

Rasti: T_1 ir T_2 – siūlų įtempimo jėgas.

Sprendimas

Pavaizduojame visas tašelius veikiančias jėgas ir užrašome II Niutono dėsnį kiekvienam jų. Akivaizdu, kad mums rūpi tik gulsčios jėgos (t. y. tos, kurios veikia išilgai x ašies), nes stačiai nukreiptos sunkio ir atramos reakcijos jėgos kiekvienam tašeliui kompensuojasi. Užrašykime kiekvienam tašeliui II Niutono dėsnį x projekcijomis (indeksus praleidžiame, nes visos jėgos lygiagrečios):

$$\begin{cases} F - T_1 - F_{\text{tr}1} = m_1 a_1, \\ T_1' - T_2 - F_{\text{tr}2} = m_2 a_2, \\ T_2' - F_{\text{tr}3} = m_3 a_3. \end{cases} \qquad (1)$$

Kadangi visi tašeliai surišti, tai $a_1 = a_2 = a_3 = a$, o $F_{\text{tr}1} = \mu m_1 g$, $F_{\text{tr}2} = \mu m_2 g$, ir $F_{\text{tr}3} = \mu m_3 g$; $T_1 = T_1'$, $T_2 = T_2'$. Šiuos dydžius įrašome į (1) lygčių sistemą:

$$F - T_1 - \mu m_1 g = m_1 a, \qquad (2)$$

$$T_1 - T_2 - \mu m_2 g = m_2 a, \qquad (3)$$

$$T_2 - \mu m_3 g = m_3 a. \qquad (4)$$

Sudėję (2), (3) ir (4) lygtis, gausime:

$$F - \mu g(m_1 + m_2 + m_3) = a(m_1 + m_2 + m_3).$$

Iš čia:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} - \mu g. \qquad (5)$$

Įrašykime (5) lygtį į (4) ir išreikškime T_2:

$$T_2 = \mu m_3 g + m_3 a = \mu m_3 g + \frac{m_3 F}{m_1 + m_2 + m_3} - \mu m_3 g = \frac{m_3 F}{m_1 + m_2 + m_3} = 10 \text{ N}. \qquad (6)$$

(6) ir (5) lygtis įrašykime į (3) ir išreikškime T_1:

$$T_1 = T_2 + \mu m_2 g + m_2 a =$$

$$= \frac{m_3 F}{m_1 + m_2 + m_3} + \mu m_2 g + m_2 \left(\frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} - \mu g \right) = \frac{(m_3 + m_2) F}{m_1 + m_2 + m_3} \approx 16{,}7 \text{ N}.$$

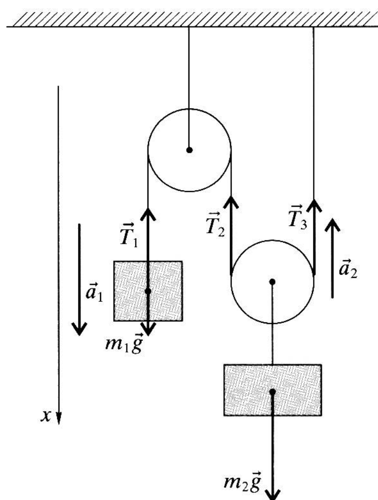
Ats. $T_1 = \frac{(m_3 + m_2) F}{m_1 + m_2 + m_3} \approx 16{,}7$ N, $T_2 = \frac{m_3 F}{m_1 + m_2 + m_3} = 10$ N.

2.3.8 pavyzdys. Brėžinyje parodyta skridinių sistema. Krovinių masės yra $m_1 = 2$ kg ir $m_2 = 3$ kg. Raskime abiejų krovinių pagreičių vertes. Skridiniai idealūs, siūlas nesvarus ir netąsus; $g \approx 10$ m/s^2.

Duota: $m_1 = 2$ kg ir $m_2 = 3$ kg – krovinių masės; $g \approx 10$ m/s^2.

Rasti: a_1 ir a_2 – krovinių pagreičių vertes.

Sprendimas



Kadangi kroviniai juda skirtingais pagreičiais, tai kiekvienam iš jų pritaikykime II Niutono dėsnį:

$m_1\vec{g} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$,

$m_2\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = m_2\vec{a}_2$.

Suprojektuokime visas jėgas į x ašį, kurią nukreipkime pagal spėjamą krovinio m_1 judėjimo kryptį – žemyn (kilnojamuoju skridiniu dvigubai laimima jėgos). Kai sistemoje nėra trinties ir skridiniai nesvarūs, tai siūlo įtempimo jėga visame jo ilgyje yra vienoda: $T_1 = T_2 = T_3 = T$.

Užrašykime II Niutono dėsnio išraiškas kiekvienam kroviniui x projekcijomis:

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a_1, & (1) \\ m_2 g - 2T = -m_2 a_2. & (2) \end{cases}$$

Per tą patį laiką t pirmasis krovinys nusileis žemyn atstumu

$$h_1 = \frac{a_1 t^2}{2}, \quad \text{o antrasis pakils} \quad h_2 = -\frac{a_2 t^2}{2}.$$

Iš brėžinio matyti, kad pirmasis krovinys nusileis dvigubai didesnį atstumą, negu pakils antrasis: $h_1 = 2h_2$, tada $|a_1| = |2a|_2$, t. y. galime rašyti taip:

$$|a_2| = a, \quad |a_1| = 2a. \qquad (3)$$

Įrašę (3) į (1) ir (2) lygtis, išspręskime lygčių sistemą a vertės atžvilgiu: (1) lygtį padauginkime iš 2 ir iš gautos lygties atimkime (2) lygtį. Tokiu būdu eliminuosime T ir apskaičiuosime abiejų krovinių pagreičių vertes:

$$|a_2| = a = \frac{g(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} = 0{,}91 \text{ m/s}^2 \quad \text{ir} \quad |a_1| = 2a = \frac{2g(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} = 1{,}82 \text{ m/s}^2.$$

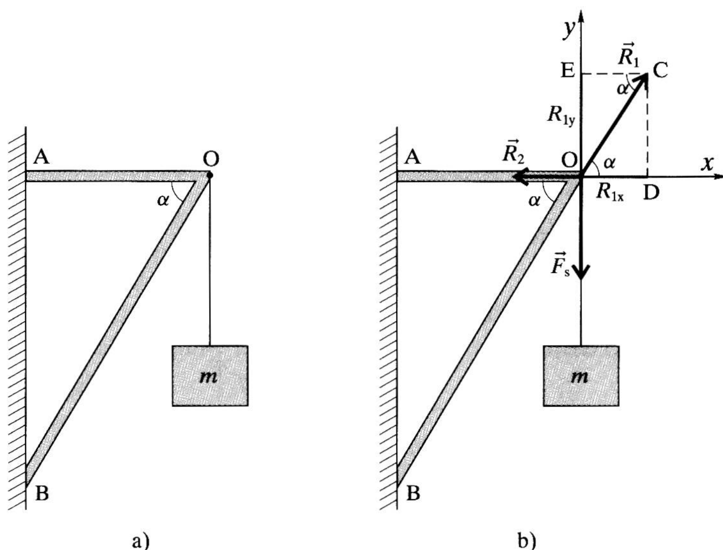
Kai $m_2 < 2m_1$, pirmasis krovinys judės žemyn, kaip ir spėjome iš pradžių, pasirinkdami x ašies kryptį, todėl $a_1 > 0$, tada $a_2 < 0$ (žr. (2) lygtį).

Ats. $a_1 = \frac{2g(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} = 1{,}82$ m/s^2, $a_2 = -\frac{g(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} = -0{,}91$ m/s^2.

2.4. Kūnų pusiausvyra. Mechanizmai

2.4.1 pavyzdys. 60 kg masės krovinys pakabintas, kaip parodyta a) pav.

Strypai AO ir OB išlaiko krovinį pusiausvirą. $\angle\alpha = 60°$; $g \approx 10$ m/s^2. Raskime jėgas, kurios veikia strypus AO ir OB. Virvė netąsi ir nesvari.



Duota: $m = 60$ kg – krovinio masė; $\angle\alpha = 60°$ – kampas tarp strypų AO ir OB.

Rasti: F_1 – jėgą, kuri veikia strypą OB; F_2 – jėgą, kuri veikia strypą AO.

Sprendimas

Papildykime brėžinį (žr. a) pav.). Pažymėkime jėgas, veikiančias krovinį, ir suprojektuokime jas į x ir y ašis (žr. b) pav.). Šiame brėžinyje pažymėtos jėgos, kurios *veikia krovinį*, o jėgos, kuriomis *krovinys veikia strypus* AO ir OB, yra tokio pat dydžio, tik priešingų krypčių (III Niutono dėsnis). Taigi

$$F_1 = R_1, \quad \text{o} \quad F_2 = R_2; \tag{1}$$

čia F_1 ir F_2 – jėgos, kuriomis krovinys veikia strypus, R_1, R_2 – strypų reakcijos jėgos, veikiančios krovinį. Apskaičiavę R_1 ir R_2 vertes, sužinosime ir jėgų F_1 ir F_2 vertes. Jėga $\vec{F}_1$ gniuždo strypą OB, todėl reakcijos jėga $\vec{R}_1$ nukreipta į priešingą pusę – kryptimi OC. Jėga $\vec{F}_2$ tempia strypą AO x ašies kryptimi, todėl jo reakcijos jėga $\vec{R}_2$ veikia OA kryptimi ir neleidžia ištempti strypo.

Pagal sąlygą krovinys yra pusiausviras, todėl galime jam užrašyti vieną iš pusiausvyros sąlygų (I Niutono dėsnį):

$$\vec{R}_1 + \vec{F}_s + \vec{R}_2 = 0 \quad \text{(žr. b) pav.).} \tag{2}$$

Šis dėsnis teisingas taip pat ir projekcijoms x ir y ašyse:

$$x \text{ ašyje:} \quad R_{1x} + F_{sx} + R_{2x} = 0, \tag{3}$$

$$y \text{ ašyje:} \quad R_{1y} + F_{sy} + R_{2y} = 0. \tag{4}$$

Jėgų projekcijos x ašyje:

$$R_{1x} = R_1 \cos\alpha \text{ (iš } \triangle\text{OCD: } \cos\alpha = \frac{\text{OD}}{\text{OC}} = \frac{R_{1x}}{R_1}, \text{ nes } \angle\text{COD} = \alpha), \; F_{sx} = 0,$$
$$R_{2x} = -R_2.$$

Įrašykime jas į (3) lygtį:

$$R_1 \cos\alpha - R_2 = 0, \quad \text{tada} \quad R_1 \cos\alpha = R_2. \tag{5}$$

Jėgų projekcijos y ašyje:

$$R_{1y} = R_1 \sin\alpha \text{ (iš } \triangle\text{OEC: } \sin\alpha = \frac{\text{OE}}{\text{OC}} = \frac{R_{1y}}{R_1}, \text{ nes } \angle\text{ECO} = \alpha), \; F_{sy} = -F_s = -mg,$$
$$R_{2y} = 0.$$

Įrašykime jas į (4) lygtį:

$$R_1 \sin\alpha - mg = 0, \quad \text{tada} \quad R_1 = F_1 = \frac{mg}{\sin\alpha} = 692{,}2 \text{ N}. \tag{6}$$

Padalykime (6) lygtį iš (5):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{mg}{R_2}, \quad \text{tada} \quad R_2 = \frac{mg}{\operatorname{tg}\alpha}. \tag{7}$$

Apskaičiuokime R_2 vertę, kuri lygi F_2 (1):

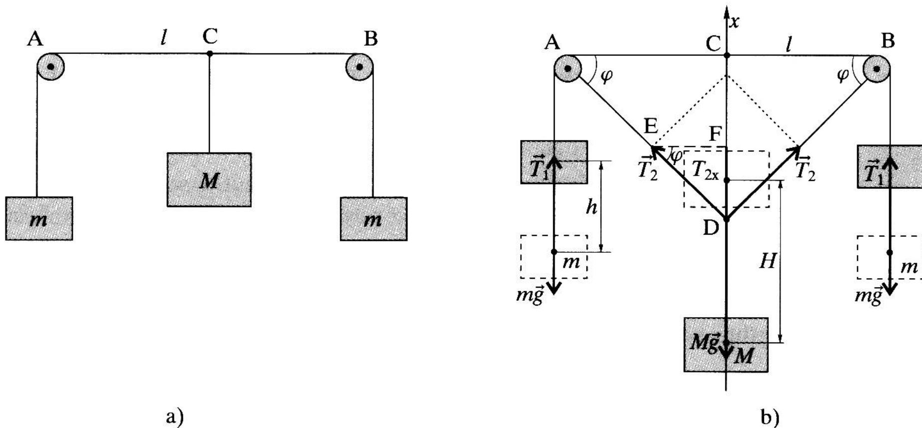
$$R_2 = F_2 = \frac{mg}{\operatorname{tg} 60^\circ} = 346{,}4 \text{ N}.$$

Pasinaudokime (6) ir (7) lygybėmis ir apskaičiuokime R_1 vertę, kuri lygi F_1 (1):

$$R_1 = F_1 = \frac{R_2}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\alpha} = \frac{mg}{\sin 60^\circ} = \frac{60 \cdot 10}{0{,}866} = 692{,}8 \text{ N}.$$

Ats. Strypą OB veikia jėga $F_1 = \dfrac{mg}{\sin\alpha} = 692{,}8$ N,
Strypą AO veikia jėga $F_2 = \dfrac{mg}{\operatorname{tg}\alpha} = 346{,}4$ N.

2.4.2 pavyzdys. Per du gulsčiai įtvirtintus strypus, nutolusius vienas nuo kito 2 m, permesta netąsi ir nesvari virvutė, o prie jos galų pririšti du kūnai, kurių kiekvieno masė lygi $m = 2$ kg. Virvutės viduryje pakabinus $M = 3$ kg masės krovinį (žr. a) pav.), krovinys ėmė leistis žemyn, kartu keldamas m masės kūnus. Į kokį aukštį h pakilo m masės kūnai, nusistovėjus pusiausvyrai? Trinties tarp virvutės ir strypų nepaisykime.



Duota: AB $= l = 2$ m – atstumas tarp strypų; $M = 3$ kg – krovinio masė; $m_1 = m_2 = m = 2$ kg – kūnų, pakabintų prie virvutės galų, masės.

Rasti: h – aukštį (nuo pradinės padėties), į kurį pakils m masės kūnai, nusistovėjus pusiausvyrai.

Sprendimas

Pirmiausia papildykime brėžinį. Suprojektuokime jėgas į x ašį, kuri nukreipta stačiai aukštyn (žr. b) pav.). Virvutės dalį AD pažymėkime L. Iš brėžinio matyti, kad AC $= l/2$, o

$$h = \mathrm{AD} - \mathrm{AC} = L - l/2. \qquad (1)$$

Iš $\triangle$DEF:

$$\cos\varphi = \frac{\mathrm{EF}}{\mathrm{ED}} = \frac{l}{2L},$$

nes trikampiai DAC ir DEF panašūs. Tada

$$L = \frac{l}{2\cos\varphi}. \qquad (2)$$

Kad galėtume rasti h, turime sužinoti $\cos\varphi$ vertę ir apskaičiuoti L.

Kai sistema pusiausvira, nė vienas iš jos elementų neturi pagreičio. Užrašykime pusiausvyros sąlygą kroviniui M, visas jį veikiančias jėgas lygiagrečiai perkėlę į jo pakabinimo tašką D:

$$\vec{T}_2 + \vec{T}_2 + M\vec{g} = 0. \qquad (3)$$

Suprojektavę jėgas į x ašį, gauname (žr. b) pav.):

$$2T_{2x} - Mg = 0. \qquad (4)$$

Iš $\triangle$DEF, kurio kampas $\angle$DEF $= \varphi$, randame T_{2x}:

$$\sin\varphi = \frac{T_{2x}}{T_2},$$

tada

$$T_{2x} = T_2 \sin\varphi. \qquad (5)$$

Užrašykime pusiausvyros sąlygą kūnui, kurio masė m:

$$\vec{T}_1 + m\vec{g} = 0; \quad \text{dabar projekcijomis: } T_1 - mg = 0, \quad \text{tada } T_1 = mg. \qquad (6)$$

$T_1 = T_2 = T$, nes, nesant trinties, virvutė visame ilgyje įtempta vienodai, tad iš (5) ir (6) lygčių:

$$T_{2x} = mg\sin\varphi. \qquad (7)$$

Įrašykime (7) lygtį į (4):

$$2mg\sin\varphi - Mg = 0 \quad \text{ir apskaičiuokime } \sin\varphi = \frac{M}{2m}. \qquad (8)$$

Pasinaudokime (8) lygtimi bei formule $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$ ir apskaičiuokime $\cos\varphi$:

$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \sin^2\varphi} = \sqrt{1 - \frac{M^2}{4m^2}}. \qquad (9)$$

Įrašykime (9) į (2):

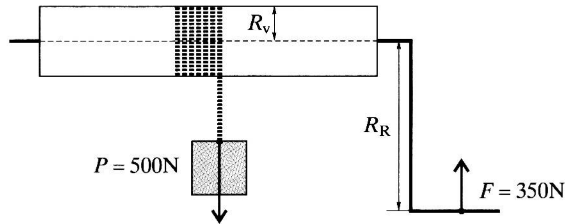
$$L = \frac{l}{2\sqrt{1 - \frac{M^2}{4m^2}}} = \frac{lm}{\sqrt{4m^2 - M^2}}. \quad (10)$$

Gautąją L išraišką įrašykime į (1) lygtį ir apskaičiuokime h:

$$h = L - \frac{l}{2} = l \cdot \left(\frac{m}{\sqrt{4m^2 - M^2}} - \frac{1}{2} \right) = 0{,}51 \text{ m.}$$

Ats. m masės kūnai pakils nuo pradinės padėties į aukštį $h = l \cdot \left(\frac{m}{\sqrt{4m^2 - M^2}} - \frac{1}{2} \right) \approx 0{,}51$ m.

2.4.3 pavyzdys. Suktuvu keliamas krovinys, kurio svoris 500 N. Grandinės masė 7 kg, veleno spindulys 20 cm, rankenos spindulys 50 cm (žr. pav.). Krovinys pakeliamas panaudojus vidutinę 350 N jėgą, $g \approx 10$ m/s^2.



Raskime:

a) sistemoje veikiančią trinties jėgą F_{tr1},

b) kroviniui pakelti reikalingos jėgos didumą F', kai, sutepus besitrinančias suktuvo dalis, trinties jėga sumažės 30%.

Duota: $P = 500$ N – keliamo krovinio svoris; $m_g = 7$ kg suktuvo grandinės masė; $R_V = 0{,}2$ m – veleno spindulys; $R_R = 0{,}5$ m – rankenos spindulys; $F = 350$ N – vidutinė jėga, kurios reikia kroviniui šiuo suktuvu pakelti; F_{tr2} – 30% sumažėjusi trinties jėgos vertė; $g \approx 10$ m/s^2.

Rasti: a) F_{tr1} – iki sutepimo suktuve veikiančios trinties jėgos vertę;

b) F' – jėgą, kurios reikia kroviniui šiuo suktuvu pakelti, kai trinties jėga sumažės 30%.

Sprendimas

a) Pasinaudosime pusiausviro suktuvo formule

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R_R}{R_V}$$ (žr. sk. „Gamtos jėgos“ formulę 2.16 b));

F_1 – tai jėga, kurios reikėtų kroviniui pakelti be jokio mechanizmo, šiuo atveju $F_1 = P$, F_2 – jėga, kurios reikėtų kroviniui pakelti idealiu suktuvu. Tada:

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot R_V}{R_R} = \frac{500 \cdot 0{,}2}{0{,}5} = 200 \text{ N.} \quad (1)$$

Reali vidutinė jėga, kuria pakeliamas krovinys, yra 350 N. Toks skirtumas susidaro todėl, kad reikia kelti ne tik krovinį, bet ir suktuvo grandinę bei nugalėti trintį. Atkreipkite dėmesį: keliant krovinį suktuvu, nukarusi suktuvo grandinės dalis tolydžio mažėja, todėl ir kėlimo jėga kinta. Skaičiuokime *vidutinę krovinio kėlimo jėgą*, vietoj grandinės masės m_g įrašę $\frac{m_g}{2}$. Dabar užrašykime realios vidutinės krovinio kėlimo jėgos formulę:

$$F = F_2 + P_g + F_{tr1} = \frac{F_1 \cdot R_V}{R_R} + \frac{m_g \cdot g}{2} + F_{tr1}. \quad (2)$$

Tada trinties jėga F_{tr1} lygi

$$F_{tr1} = F - \frac{F_1 \cdot R_V}{R_R} - \frac{m_g g}{2} = 350 - \frac{500 \cdot 0{,}2}{0{,}5} - 3{,}5 \cdot 10 = 115 \text{ N.} \quad (3)$$

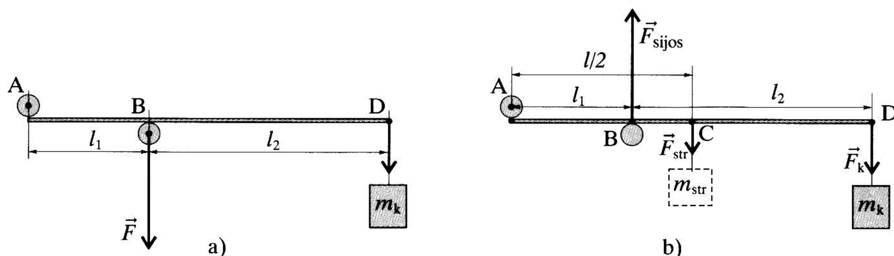
b) Raskime kėlimo jėgą F', kai suktuvo sistemoje trinties jėga sumažėja 30%.

Pasinaudosime (2) lygtimi ir įrašysime į ją naują trinties jėgos vertę: $F_{tr2} = 0{,}3F_{tr1}$.

$$F' = F_2 + P_g + F_{tr2} = \frac{F_1 \cdot R_V}{R_R} + \frac{m_g \cdot g}{2} + 0{,}3F_{tr1} = \frac{500 \cdot 0{,}2}{0{,}5} + 3{,}5 \cdot 10 + 0{,}3 \cdot 115 = 269{,}5 \text{ N}.$$

Ats. a) $F_{tr1} = F - \frac{F_1 \cdot R_V}{R_R} - \frac{m_g g}{2} = 115$ N; b) $F' = \frac{F_1 \cdot R_V}{R_R} + \frac{m_g \cdot g}{2} + 0{,}3F_{tr1} = 269{,}5$ N.

2.4.4 pavyzdys. Tarp dviejų horizontalių sijų A ir B įtvirtintas strypas, kurio masė 20 kg (žr. a) pav.). Ant jo laisvojo galo pakabintas $m_k = 50$ kg masės krovinys. Raskime jėgą F, kuria strypas AD veikia atraminę siją B. $l_1 = 0{,}3$ m, $l_2 = 1{,}2$ m, $g \approx 10$ m/s^2.



Duota: $m_{str} = 20$ kg – strypo masė, $m_k = 50$ kg – krovinio masė, AB $= l_1 = 0{,}3$ m – atstumas tarp abiejų sijų centrų, BD $= l_2 = 1{,}2$ m, $g \approx 10$ m/s^2.

Rasti: F – jėgą, kuria ši sistema veikia atraminę siją B.

Sprendimas

Pirmiausia papildykime brėžinį (žr. b) pav.):

1) strypo viduryje (sunkio centre) pakabinkime menamą svarelį, kurio masė lygi visai strypo masei (įsivaizduojame, kad visa strypo masė sukoncentruota taške C);

2) nusibraižykime visas *strypą* veikiančias jėgas ir pažymėkime jų pečius. Atkreipiame dėmesį į tai, kad ieškomoji jėga F veikia ne strypą, o siją B. Čia pasinaudosime III Niutono dėsniu: $\vec{F} = -\vec{F}_{sijos}$ (F_{sijos} – tai sijos reakcijos jėga, nukreipta į viršų, kuria sija B veikia strypą AD). Taigi apskaičiavę F_{sijos}, sužinosime ir F vertę.

Kai ši sistema nejuda, jai galime taikyti vieną iš pusiausvyros sąlygų. Šiuo atveju taikysime momentų taisyklę, nes įtvirtinta sistema negali slinkti, bet galėtų suktis apie ašį, statmeną brėžinio plokštumai. Užrašykime šiai sistemai momentų taisyklę, kai sukimosi ašis yra taške A. Iš brėžinio matyti, kad strypą veikia trys sukimo momentai, todėl pusiausvyros atveju:

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0, \tag{1}$$

čia: $M_1 = -F_{sijos} \cdot d_1 = -F_{sijos}\text{AB} = -F_{sijos}l_1$ (sistema sukama prieš laikrodžio rodyklę);

$$M_2 = F_{str} \cdot d_2 = F_{str} \cdot \text{AC} = m_{str} \cdot g \cdot \frac{l}{2} = m_{str} \cdot g \cdot \frac{l_1 + l_2}{2}$$

($F_{str} = m_{str}g$ – strypo sunkis, l – visas strypo ilgis);

$$M_3 = F_k \cdot d_3 = P_k \cdot \text{AD} = m_k \cdot g \cdot (l_1 + l_2)$$

($P_k = m_k g$ – krovinio svoris).

Visus jėgų momentus įrašykime į (1):

$$-F_{sijos} \cdot l_1 + m_{str} \cdot g \cdot \frac{l_1 + l_2}{2} + m_k \cdot g \cdot (l_1 + l_2) = 0. \tag{2}$$

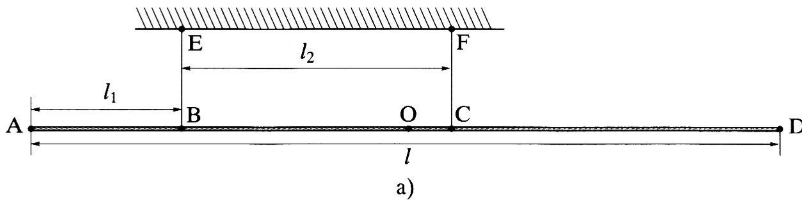
Apskaičiuokime F_{sijos}:

$$F_{\text{sijos}} = \frac{g \cdot \left[m_{\text{str}} \cdot \frac{l_1 + l_2}{2} + m_k (l_1 + l_2)\right]}{l_1} = 3000 \text{ N}.$$

Sija veikia strypą jėga F_{sijos}, kuri lygi 3000 N. Tada strypas veikia atraminę siją tokios pat vertės, bet priešingos krypties jėga F (III Niutono dėsnis).

$$Ats.\ F = \frac{g \cdot \left[m_{str} \cdot \frac{l_1 + l_2}{2} + m_k (l_1 + l_2)\right]}{l_1} = 3 \text{ kN}.$$

2.4.5 pavyzdys. Ant dviejų grandinių taškuose B ir C pakabinta vienalytė 150 kg masės ir 15 m ilgio sija yra pusiausvira. Atstumas tarp pakabinimo taškų 5 m. Pirmasis pakabinimo taškas B nutolęs per 3 m nuo kairiojo sijos galo (žr. a) pav.). $g \approx 10$ m/s^2. Kokį svorį teks išlaikyti kiekvienai grandinei?



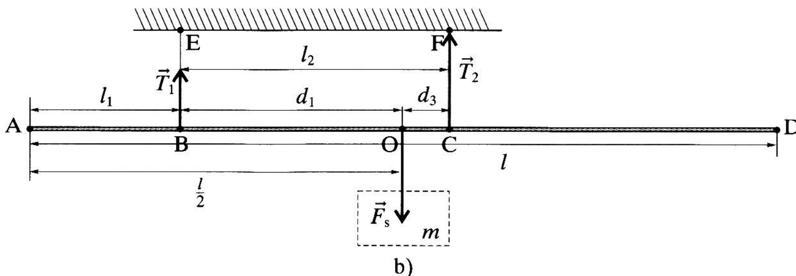
a)

Duota: l = AD = 15 m – sijos ilgis; l_1 = AB = 3 m – atstumas nuo kairiojo sijos galo iki grandinės EB; l_2 = BC = EF = 5 m – atstumas tarp grandinių pakabinimo taškų; $m = 150$ kg – sijos masė; $g \approx 10$ m/s^2.

Rasti: P_1 – sijos svorį, tenkantį grandinei EB; P_2 – sijos svorį, tenkantį grandinei FC.

Sprendimas

Pažymėkime visas *siją* veikiančias jėgas bei jų pečius (žr. b) pav.) ir užrašykime sijos pusiausvyros sąlygą (momentų taisyklę) taškams B ir C. Jėgos P_1 ir P_2 veikia grandines, o T_1 ir T_2 – grandinių įtempimo jėgos, kurios veikia siją. Pagal III Niutono dėsnį $P_1 = T_1$, $P_2 = T_2$, vadinasi, apskaičiavę T_1 ir T_2 vertes, žinosime, kaip sijos svoris pasiskirstė abiem grandinėms. Siją veikia trys jėgos: F_s – sijos sunkio jėga, sukoncentruota vienalytės sijos centre – taške O, T_1 taške B ir T_2 – taške C.



b)

1. Įsivaizduokime, kad sijos sukimosi ašis yra taške B: tada sijos pusiausvyros sąlyga yra tokia:

$$M_1 + M_2 = 0. \qquad (1)$$

$$M_1 = F_s \cdot d_1 = mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right) \quad \text{– sijos sunkio jėgos momentas.} \qquad (2)$$

$M_1 > 0$, nes jis suktų siją pagal laikrodžio rodyklę;

$$d_1 = \mathrm{BO} = \frac{l}{2} - l_1 \quad \text{(žr. b) pav.).}$$

$$M_2 = -T_2 \cdot d_2 = -T_2 \cdot l_2; \tag{3}$$

M_2 – antrosios grandinės įtempimo jėgos momentas, $d_2 = l_2$ (iš brėžinio), $M_2 < 0$, nes suktų siją prieš laikrodžio rodyklę. Jėgos T_1 momentas lygus nuliui, nes ši jėga eina per sukimosi ašį B.

(2) ir (3) įrašykime į (1) lygtį:

$$mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right) - T_2 \cdot l_2 = 0 \quad \text{ir} \quad T_2 = \frac{mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right)}{l_2} = \frac{150 \cdot 10\,(7{,}5 - 3)}{5} = 1350\ \text{N}.$$

Taigi grandinė FC turi išlaikyti $P_2 = T_2 = 1350$ N svorį.

2. Dabar užrašykime sijai momentų taisyklę taško C atžvilgiu:

$$M_3 + M_4 = 0. \tag{4}$$

$$M_3 = T_1 \cdot d_2 = T_1 \cdot l_2 \text{ – grandinės EB įtempimo jėgos } T_1 \text{ momentas,} \tag{5}$$

$d_1 = d_2 = l_2$, $M_3 > 0$. Sunkio jėgos momentas M_4 taško C atžvilgiu

$$M_4 = -mg \cdot d_3 = -mg(l_2 - d_1) = -mg\left[l_2 - \left(\frac{l}{2} - l_1\right)\right]. \tag{6}$$

Jėgos T_2 momentas taško C atžvilgiu lygus nuliui, nes T_2 eina per sukimosi ašį C.

(5) ir (6) lygtis įrašykime į (4):

$$T_1 \cdot l_2 - mg\left[l_2 - \left(\frac{l}{2} - l_1\right)\right] = 0$$

ir

$$T_1 = \frac{mg\left[l_2 - \left(\frac{l}{2} - l_1\right)\right]}{l_2} = \frac{150 \cdot 10\left[5 - \left(\frac{15}{2} - 3\right)\right]}{5} = 1500 \cdot 0{,}1 = 150\ \text{N}.$$

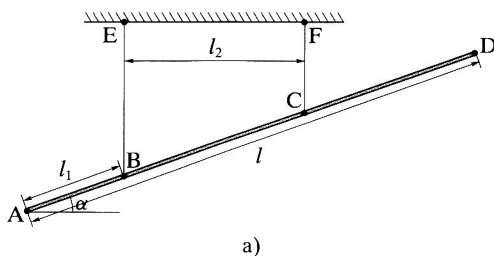
Tada $P_1 = T_1 = 150$ N.

$$\textit{Ats.}\ P_1 = T_1 = \frac{mg\left[l_2 - \left(\frac{l}{2} - l_1\right)\right]}{l_2} = 150\ \text{N ir}\ P_2 = T_2 = \frac{mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right)}{l_2} = 1350\ \text{N}.$$

2.4.6 pavyzdys. Kaip pasikeis kiekvienos grandinės apkrova (2.4.5 pavyzdys), jeigu sija bus pakabinta taip, kaip parodyta a) pav.?

Sija pasvirusi horizonto atžvilgiu 30°. $g \approx 10$ m/s^2.

Duota: $l = \mathrm{AD} = 15$ m – sijos ilgis; $l_1 = \mathrm{AB} = 3$ m – atstumas nuo kairiojo sijos galo iki pakabinimo taško B; $l_2 = \mathrm{EF} = 5$ m – atstumas tarp pakabinimo taškų; $m = 150$ kg – sijos masė; $\alpha = 30°$ – sijos pasvirimo horizonto atžvilgiu kampas; $g \approx 10$ m/s^2.



a)

Rasti: P_1 – sijos svorį, tenkantį grandinei EB; P_2 – sijos svorį, tenkantį grandinei FC.

Sprendimas

Pažymėkime brėžinyje siją veikiančias jėgas ir jų pečius (žr. b) pav.). Darysime taip pat, kaip ir 2.4.5 uždavinyje – iš pradžių apskaičiuosime grandinių įtempimo jėgas T_1 ir T_2, veikiančias siją, o tada sužinosime jėgas P_1, P_2, kuriomis sija veikia grandines, nes $T_1 = P_1$, $T_2 = P_2$ (III Niutono dėsnis).

Kadangi sija yra pusiausvira, užrašykime momentų taisyklę pakabinimo taškams B ir C.

b)

Taškui B:

$$M_1 + M_2 = 0, \tag{1}$$

čia M_1 – sijos sunkio jėgos momentas, M_2 – grandinės FC įtempimo jėgos T_2 momentas; jėgos T_1 momentas lygus nuliui, nes ši jėga eina per sukimosi ašį B.

$$M_1 = F_s d_1 = F_s \text{BG} = mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right)\cos\alpha. \tag{2}$$

Jėgos petį d_1 randame iš trikampio BOG. Akivaizdu, kad $\angle\text{OBG} = \alpha$ (kaip atitinkami kampai tarp lygiagrečių tiesių ir jų kirstinės).

$$\frac{\text{BG}}{\text{BO}} = \cos\alpha;\ \text{BO} = \text{AO}-\text{AB} = \frac{l}{2} - l_1,\ \text{tada } d_1 = \text{BG} = \text{BO}\cos\alpha = \left(\frac{l}{2} - l_1\right)\cos\alpha. \tag{3}$$

$$M_2 = -T_2 d_2 = -T_2\text{BH} = -T_2\text{EF} = -T_2 l_2 \quad (\text{žr. b) pav.}). \tag{4}$$

Įrašykime šiuos jėgų momentus į (1) lygtį ir apskaičiuokime grandinės FC įtempimo jėgą T_2:

$$mg(l/2 - l_1)\cos\alpha - T_2 l_2 = 0, \tag{5}$$

tada T_2 lygi:

$$T_2 = \frac{mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right)\cos\alpha}{l_2} = \frac{150\cdot 10\,(7{,}5 - 3)\,0{,}866}{5} = 1169{,}1\ \text{N}.$$

Dabar užrašykime sijos pusiausvyros sąlygą taško C atžvilgiu:

$$M_3 + M_4 = 0, \tag{6}$$

čia M_3 – sijos sunkio jėgos momentas, o M_4 – įtempimo jėgos T_1 momentas, jėgos T_2 momentas taško C atžvilgiu lygus nuliui.

$$M_3 = -F_s d_3 = -mg\text{OK} = -mg(\text{BH} - \text{BG}) = -mg\left[l_2 - \left(\frac{l}{2} - l_1\right)\cos\alpha\right]. \tag{7}$$

$$M_4 = T_1 d_4 = T_1\text{BH} = T_1 l_2, \tag{8}$$

žr. (3) lygtį ir b) pav.

Įrašę šiuos jėgų momentus į (6) lygtį, apskaičiuokime grandinės EB įtempimo jėgą T_1:

$$-mg\left[l_2 - \left(\frac{l}{2} - l_1\right)\cos\alpha\right] + T_1 l_2 = 0, \tag{9}$$

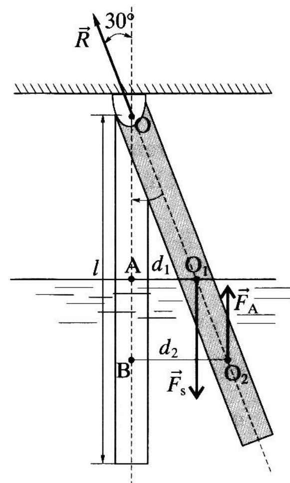
$$T_1 = \frac{mg\left[l_2 - \left(\frac{l}{2} - l_1\right)\cos\alpha\right]}{l_2} = \frac{150 \cdot 10\,[5 - (7{,}5 - 3)\,0{,}866]}{5} = 330{,}9\ \text{N},$$

$$Ats.\ P_1 = T_1 = \frac{mg\left[l_2 - \left(\dfrac{l}{2} - l_1\right)\cos\alpha\right]}{l_2} = 330{,}9\ \text{N},$$

$$P_2 = T_2 = \frac{mg\left(\dfrac{l}{2} - l_1\right)\cos\alpha}{l_2} = 1169{,}1\ \text{N}.$$

2.4.7 pavyzdys. Vienalytis l ilgio medinis strypas pakabintas taške O taip, kad galėtų laisvai suktis apie horizontalią, statmeną lapo plokštumai ašį, einančią per pakabinimo tašką. Panardinus strypą į vandenį, jis tapo pusiausviras, kai pasisuko 30° kampu stačiosios krypties atžvilgiu ir pusė jo tūrio atsidūrė po vandeniu (žr. pav.) $g \approx 10$ m/s^2. Raskime medienos, iš kurios pagamintas strypas, tankį.

Duota: $\rho_v = 1000$ kg/m^3 – vandens tankis; $\alpha = 30°$ – kampas, kurį su stačiąja kryptimi sudaro strypas, kai, paniręs į vandenį, jis tampa pusiausviras; $g \approx 10$ m/s^2.



Rasti: ρ_m – medienos, iš kurios pagamintas strypas, tankį.

Sprendimas

Panardintą strypą veikia trys jėgos: sunkio jėga $\vec{F}_s$ – taške O_1 (vienalyčio strypo geometriniame centre), Archimedo jėga $\vec{F}_A$ – taške O_2 (panardintos dalies centre) ir pakabos reakcijos jėga $\vec{R}$ – pakabinimo taške O. Kadangi strypas yra pusiausviras ir turi sukimosi ašį taške O, tai šio taško atžvilgiu strypui galime užrašyti momentų taisyklę:

$$M_S + M_A = 0, \qquad (1)$$

$M_R = 0$, nes jėga $\vec{R}$ eina per sukimosi ašį.

$$M_S = F_S d_1 \qquad (2)$$

– sunkio jėgos momentas $M_S > 0$.

$$F_S = m_{str} g = m_{str} S l g; \qquad (3)$$

čia S – strypo skerspjūvio plotas, m_{str} – strypo masė, l – jo ilgis.

$$d_1 = \frac{l}{4} \qquad (4)$$

(iš $\triangle AOO_1$: $d_1 = \frac{OO_1}{2}$ kaip statinis prieš 30° kampą; įžambinė $OO_1 = \frac{l}{2}$).

Įrašykime (3) ir (4) į (2):

$$M_S = \frac{\rho_m g S l^2}{4}. \qquad (2a)$$

Archimedo jėgos momentas $M_A < 0$:

$$M_A = -F_A d_2, \qquad (5)$$

$$F_A = \rho_V g \frac{V}{2} = \frac{\rho_V g S l}{2}, \qquad (6)$$

$$d_2 = \frac{3l}{8} \qquad (7)$$

(iš $\triangle BOO_2$: $d_2 = \frac{OO_2}{2}$ kaip statinis prieš 30° kampą; įžambinė $OO_2 = \frac{3l}{4}$).
Įrašykime (6) ir (7) į (5) lygtį:

$$M_A = -\frac{3\rho_V g S l^2}{16}. \qquad (5a)$$

Sunkio ir Archimedo jėgų momentų išraiškas (2a) ir (5a) įrašykime į (1):

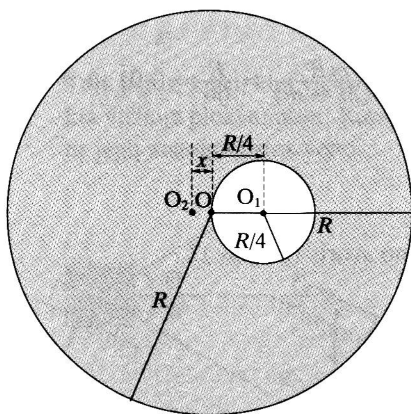
$$\frac{\rho_m g S l^2}{4} - \frac{3\rho_V g S l^2}{16} = 0.$$

Suprastinę g, S, l^2 bei koeficientą $\frac{1}{4}$, gauname:

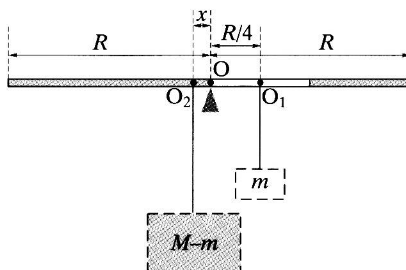
$$\rho_m = \frac{3\rho_V}{4} = 0{,}75 \cdot 10^3 = 750 \text{ kg/m}^3.$$

Ats. $\rho_m = \frac{3\rho_V}{4} = 750$ kg/m^3.

2.4.8 pavyzdys. Raskime vienalytės medžiagos skritulio su išpjova (žr. a) pav.) sunkio centrą. Skritulio spindulys $R = 60$ cm, išpjovos spindulys $R_1 = R/4$.



a)



b)

Duota: $R = 0{,}6$ m – vienalytės medžiagos skritulio spindulys; $R_1 = R/4$ – išpjovos spindulys; O – vienalyčio skritulio geometrinis centras; O_1 – išpjovos geometrinis centras; O_2 – skritulio su išpjova sunkio centras.

Rasti: $x = O_2O$ – atstumą nuo skritulio geometrinio centro O iki skritulio su išpjova sunkio centro O_2.

Sprendimas

Įsivaizduokime, kad skritulio išpjovą užpildėme tokia pat, kaip ir viso skritulio, vienalyte medžiaga. Gausime vienalytį simetrišką skritulį, kurio sunkio centras sutampa su jo geometriniu centru ir yra taške O, o masė, tarkime, yra M. Išskaidykime šį skritulį į dvi dalis: skritulį su išpjova, kurio masė $M - m$, ir išpjovos užpildą, kurio masė m.

Jeigu atremsime šį *skritulį su užpildu* taške O, tai jis bus pusiausviras (žr. b) pav.). Tarkime, kad *skritulio su išpjova* sunkio centras yra taške O_2. Taške O_2 „pakabiname" menamą svarelį, kurio masė $M - m$, nes šiame taške yra skritulio su išpjova sunkio centras. Jis nutolęs nuo atramos (sukimosi ašies) atstumu x, kurį ir turime rasti. Taške O_1 yra *išpjovos užpildo* sunkio centras, nutolęs nuo sukimosi ašies atstumu $OO_1 = R/4$ atstumu. Taigi taško O atžvilgiu galime užrašyti momentų taisyklę skrituliui su užpildu:

$$M_1 + M_2 = 0; \tag{1}$$

čia $M_1 = -(M - m)gd_1 = -(M - m)gx$, o $M_2 = mgd_2 = mgR/4$ ($d_1 = x$, $d_2 = R/4$). Įrašykime šias jėgų momentų išraiškas į (1)lygtį:

$$-(M - m)gx + mgR/4 = 0, \quad \text{tada} \quad x = \frac{mR}{4(M - m)}. \tag{2}$$

Dabar turime apskaičiuoti skritulio išpjovos *užpildo* masę m ir *skritulio su išimta išpjova* masę $(M - m)$. Tarkime, kad medžiagos, iš kurios pagamintas skritulys ir jo užpildas, tankis ρ, o skritulio storis h. Tada

$$M = \rho V = \rho\pi R^2 h; \quad m = \rho V_1 = \frac{(\rho\pi R^2 h)}{16}, \quad \text{o } M - m = \frac{15\rho\pi R^2 h}{16}.$$

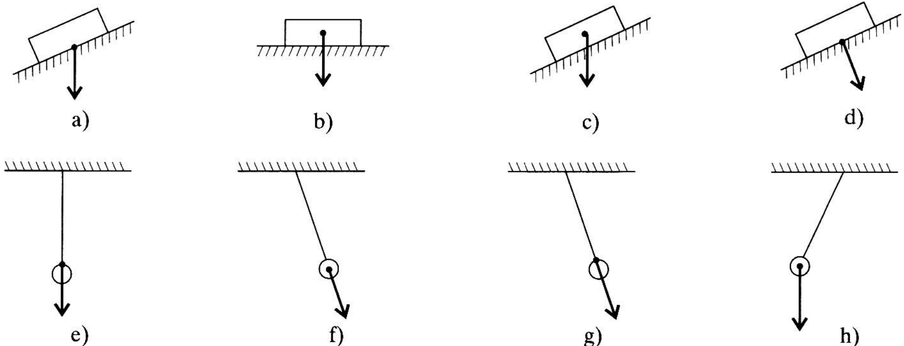
Įrašome $(M - m)$ bei m formules į (2) lygtį ir suprastinę vienodus dydžius $\rho\pi R^2 h$, gauname:

$$x = \frac{R}{4 \cdot 16 \cdot \frac{15}{16}} = \frac{R}{60} = 0{,}01 \text{ m} = 1 \text{ cm}.$$

Ats. $x = \frac{mR}{4(M - m)} = \frac{R}{60} = 0{,}01$ m $= 1$ cm.

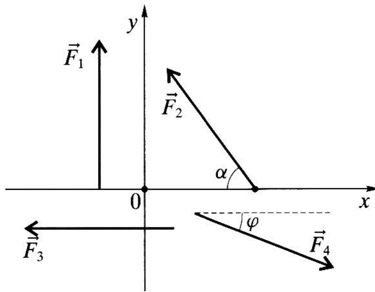
2.5. Užduotys

2.5.1. Kuriuose brėžiniuose teisingai pavaizduotas kūno svoris (žr. pav.)?



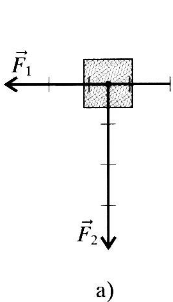
2.5.2. Pažymėkite visas jėgas, veikiančias: a) tiesiai ir tolygiai plaukiantį burinį laivą; b) tašelį, pagreičiu a slystantį žemyn nuožulniąja plokštuma; c) kylantį stačiai aukštyn futbolo kamuolį.

2.5.3. Raskite jėgų $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ projekcijas x ir y ašyse (žr. pav.). Visų jėgų moduliai lygūs 2,2 N, $\alpha = 54°$, $\varphi = 22°$.

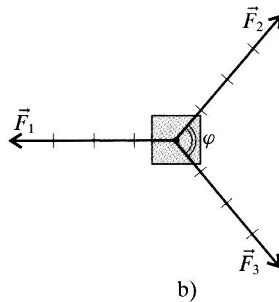


2.5.4. Dvi jėgos, kurių atstojamosios vertė 8 N, nukreiptos išilgai vienos tiesės. $F_1 = 10$ N. Raskite antrosios jėgos didumą.

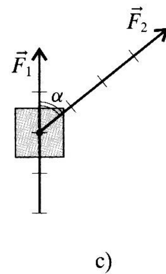
2.5.5. Raskite jėgų atstojamąsias (žr. a), b) ir c) pav.): grafiškai nustatykite atstojamųjų jėgų kryptis ir apskaičiuokite jų vertes. Visų jėgų, pavaizduotų brėžinyje, vertės lygios $F_1 = F_2 = F_3 = 4$ N, $\angle\varphi = 120°$, $\angle\alpha = 45°$.



a)

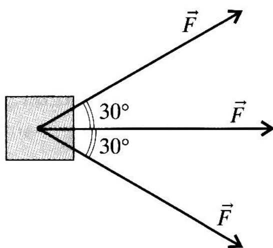


b)



c)

2.5.6. Trys jėgos, kurių kiekvienos vertė lygi 10 N, nukreiptos kaip parodyta paveiksle ir veikia vienoje plokštumoje. Kampas tarp gretimų jėgų vektorių lygus 30°. Apskaičiuokite tų jėgų atstojamosios vertę.

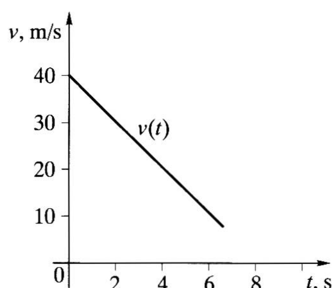


2.5.7. Koks turi būti kampas α tarp dviejų vienodo modulio jėgų, kad šių jėgų sumos vektoriaus modulis būtų 4 kartus didesnis už jų skirtumo vektoriaus modulį?

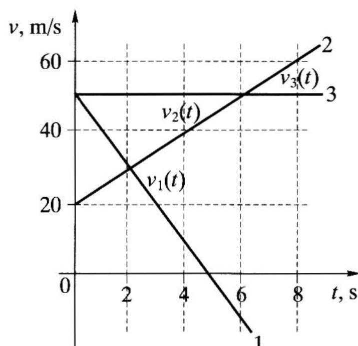
2.5.8. Arklys tolygiai greitėdamas tempia vežimą, pilną šieno. Bendra vežimo ir šieno masė $m = 1{,}4$ t. Iškrovus šieną, arklys tuo pačiu pagreičiu gali tempti vežimą $k = 1{,}75$ karto mažesne jėga. Kokia vežime buvusio šieno masė m_1? Oro pasipriešinimo ir trinties jėgos abiem atvejais tokios pat.

2.5.9. Kranas 12,4 kN jėga stačiai į viršų kelia 1,2 t masės gelžbetoninę plokštę. Per kiek laiko kranas pakels šią plokštę į 24 m aukštį? $g \approx 10$ m/s^2.

2.5.10. Iš pateikto kūno judėjimo grafiko raskite jėgos, veikiančios 5 kg masės kūną lygiagrečiai jo pradinio greičio krypčiai, vertę ir nustatykite jos kryptį. Nubraižykite $F(t)$ grafiką.



2.5.11. Raskite jėgas, kuriomis lygiagrečiai judėjimo krypčiai yra veikiami 5 kg masės kūnai, jeigu šių kūnų greičiai kinta pagal 1, 2, 3 grafikus (žr. pav.):



2.5.12. Automobilio masė 1,2 t. Visame kelyje judantį automobilį veikė pastovi pasipriešinimo jėga, kurios vertė 300 N. Automobilio greičio priklausomybės nuo laiko grafikas pateiktas paveiksle. Raskite:

a) automobilio pradinį greitį;

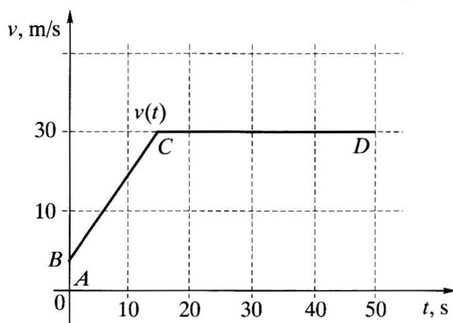
b) automobilio greitį po 10 s nuo judėjimo pradžios;

c) kokiu pagreičiu automobilis greitėjo?

d) traukos jėgą F_{t1}, kurią išvystė automobilio variklis, kol automobilis tolygiai greitėjo;

e) traukos jėgą F_{t2}, kurią išvystė variklis, kai automobilis judėjo tolygiai.

f) kelią, kurį nuvažiuos automobilis per 50 s.



2.5.13. Pajudėjęs iš vietos, kateris per 40 s nuplaukė 100 m kelią. Katerio masė 15 t. Kokią vidutinę traukos jėgą išvystė katerio variklis šiame kelyje? Pasipriešinimo judėjimui jėga pastovi ir lygi 700 N.

2.5.14. Kokiu pagreičiu tolygiai greitėdamas juda automobilis, jei nuo starto momento 108 km/h greitį jis pasiekia per 20 sekundžių? Kokią vidutinę traukos jėgą išvysto automobilio variklis, jei žinoma, kad bendra pasipriešinimo judėjimui jėga lygi 4 kN? Automobilio masė 1,5 t.

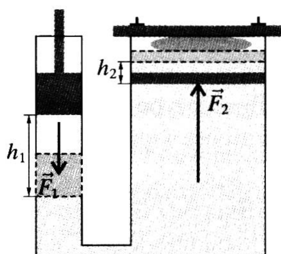
2.5.15. Kamuolys, kurio masė 0,5 kg, skrieja statmenai į sieną $v_1 = 22$ m/s greičiu ir atšoka nuo jos 20,5 m/s greičiu. Smūgio trukmė 0,01 s. Raskite vidutinę smūgio jėgos vertę.

2.5.16. Gulsčia kryptimi judančio $m = 4$ kg masės kūno koordinatė laikui bėgant kinta taip: $x(t) = 3t + 4t^2$ (visi dydžiai išreikšti SI vienetais). Visame kelyje judantį kūną veikė pastovi 3 N trinties jėga. Raskite jėgą F, veikiančią kūną jo judėjimo kryptimi.

2.5.17. Horizontaliais geležinkelio bėgiais tolygiai juda elektrinis traukinys. Traukinio ratų slėgis į bėgius 30 MPa. Bendras ratų ir bėgių sąlyčio plotas 8 m^2. Raskite elektrovežio variklio traukos jėgą F, jeigu žinoma, kad trinties tarp ratų ir bėgių koeficientas yra 0,03.

2.5.18. Barometras rodo 760 mm Hg slėgį. Kokia jėga oras slegia parduotuvės vitrinos stiklą, kurio matmenys 3,2×5,8 m? Kodėl stiklas nesuskyla?

2.5.19. Hidraulinio preso (spaustuvo) mažasis stūmoklis per vieną eigą nusileidžia $h_1 = 0{,}2$ m, o didysis stūmoklis pakyla $h_2 = 0{,}01$ m. Kokia jėga spaustuvas spaudžia slegiamą sūrį, jei mažasis stūmoklis yra veikiamas $F_1 = 55$ N jėga?

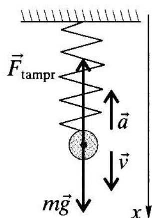


2.5.20. Kokio didumo slėgis normaliomis sąlygomis susidaro fontano dugne, jei vandens čiurkšlės aukštis yra 30 m? Kokia slėgio jėga veikia vandenį, jei čiurkšlės skersmuo ties pagrindu lygus 3 cm? $p_0 = 10^5$ Pa, $g \approx 10$ m/s^2.

2.5.21. Laboratorinio darbo metu mokinys matavo spyruoklės standumą ir gautus rezultatus pateikė lentelėje. Pagal šiuos duomenis nubraižykite tamprumo jėgos priklausomybės nuo spyruoklės pailgėjimo grafiką ir apskaičiuokite spyruoklės standumą. Įvertinkite santykinę matavimų paklaidą, jei dinamometro padalos vertė $\Delta F = 0{,}1$ N, o liniuotės – $\Delta x = 1$ mm.

Band. Nr.	Tamprumo jėga F_{tampr}, N	Spyruoklės pailgėjimas Δx, cm
1	1	2,4
2	2	4,9
3	3	7,5
4	4	9,9

2.5.22. Viršutinis $k = 1500$ N/m standumo spyruoklės galas pritvirtintas prie lubų, apatinis – prie $m = 5$ kg masės svarelio. Raskite spyruoklės pailgėjimą tuo momentu, kai žemyn judančio svarelio lėtėjimo pagreitis lygus 2,5 m/s^2. $g \approx 10$ m/s^2.



2.5.23. Kokiame aukštyje nuo Žemės paviršiaus pirmasis kosminis greitis bus toks pat, kaip ir netoli Mėnulio paviršiaus?

2.5.24. Kiek kartų per parą apsisuka dirbtinis Žemės palydovas (DŽP), jeigu jis skrieja 100 km aukštyje nuo Žemės paviršiaus?

2.5.25. Kokia turėtų būti Žemės paros trukmė, kad visi kūnai, esantys jos pusiaujyje, būtų nesvarūs? Tarkime, kad Žemės pusiaujo spindulys lygus vidutiniam Žemės spinduliui.

2.5.26. Krovininiu liftu su pagreičiu vežamas krovinys. Koks turi būti lifto pagreitis, kad jame esančio krovinio svoris būtų lygus $1/4$ krovinio sunkio? Į kurią pusę turi judėti liftas? $g \approx 10$ m/s^2.

2.5.27. Du m_1 ir m_2 masės kūnai vienu metu vienodais parašiutais išmetami iš lėktuvo. Parašiutai išsiskleidė vienu metu, juos abu veikė vienodos pasipriešinimo jėgos F_p. Kuris kūnas greičiau pasieks žemę?

2.5.28. Kokiu greičiu turi suktis stačioje plokštumoje pramogų parko 8,1 m spindulio „velnio ratas", kad keleiviai patirtų nesvarumą? Koks šio rato kampinis sukimosi greitis? $g \approx 10$ m/s^2.

2.5.29. 1,5 kg masės svarstis, pritvirtintas prie $l = 0{,}7$ m ilgio strypo, sukamas stačioje plokštumoje 30 aps/min. dažniu. Nustatykite, kokiose ribose kinta strypo įtempimo jėga T. $g \approx 10$ m/s^2.

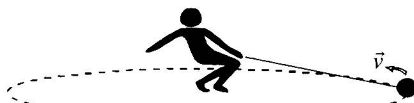
2.5.30. Berniukas ridena gulsčioje plokštumoje sunkų rutulį, pririštą prie l ilgio virvės. Trinties ir oro pasipriešinimo nepaisykite. Kaip pasikeis virvės įtempimo jėga T, jeigu:

a) berniukas padvigubins sukimo greitį?

b) dvigubai sutrumpins virvės ilgį?

c) 3 kartus padidins kampinį sukimo dažnį?

d) dvigubai sumažins pririšto rutulio masę?



2.5.31. Kai šunų kinkinys, nutrūkus pakinktams, paliko roges, jos gulsčiu keliu dar nuvažiavo 230 m. Kokiu greičiu jos važiavo, jei trinties koeficientas 0,03? Oro pasipriešinimo nepaisykite. $g \approx 10$ m/s^2.

2.5.32. Važiuodamas 72 km/h greičiu, automobilis pradėjo staiga stabdyti ir iki sustojimo nuslydo 35 m. Slydimo trinties tarp kelio dangos ir padangų koeficientas pastovus ir lygus 0,6. Raskite automobilio greitį v_1 stabdymo kelio viduryje. $g \approx 10$ m/s^2.

2.5.33. Ant gulsčio paviršiaus guli kūnas, kurio masė $m = 2$ kg. Trinties tarp kūno ir gulsčio paviršiaus koeficientas pastovus ir lygus 0,3. Kūną gulsčia kryptimi veikia jėga F. Apskaičiuokite kūną veikiančios trinties jėgos vertes, kai tempianti jėga F įgyja tokias vertes: $F_1 = 3$ N, $F_2 = 5$ N, $F_3 = 7$ N, $F_4 = 12$ N. $g \approx 10$ m/s^2.

2.5.34. Traktorius gulsčiu kelio paviršiumi pradeda vilkti M masės gelžbetoninę plokštę. Slydimo trinties koeficientas μ. Grafiškai pavaizduokite trinties jėgos F_{tr} ir tempiančios jėgos F tarpusavio priklausomybę.

2.5.35. Cirko artistas gulsčia trajektorija važinėja motociklu stačia cilindrinio 10 m skersmens narvo siena pastoviu 36 km/h greičiu. Kokiai mažiausiai slydimo trinties tarp motociklo ratų ir narvo sienos koeficiento vertei esant šis cirko numeris vyksta saugiai? $g \approx 10$ m/s^2.

2.5.36. Kūnas plaukioja alkoholyje, panirę̨s 1/3 savo tūrio. Koks kūno medžiagos tankis ρ_k? Alkoholio tankis $\rho_{alk} = 790$ kg/m^3.

2.5.37. ρ_s tankio skystyje plūduriuoja ρ_k tankio kūnas. Šiame skystyje panirusio kūno svoris sudaro $1/4$ jo sunkio. Kuri šio kūno tūrio dalis V_k' yra virš skysčio paviršiaus? ($P_{ore} \approx P_0$.)

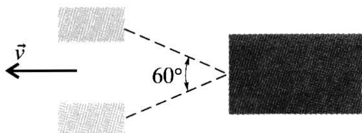
2.5.38. Pūkinė pagalvė, kurios tūris 0,04 m^3, normaliomis sąlygomis ore sveria 12 N. Kokia pagalvės pūkų masė? $g = 9{,}81$m/s^2.

2.5.39. 3 m^2 ploto ir 15 cm storio plaustas plaukia 30% savo tūrio iškilęs virš vandens paviršiaus. Ar išlaikys šis plaustas du draugus, kurių kiekvieno masė po 50 kg?

2.5.40. Iš vandens tolygiai keliama ritinio formos plieninė sija, kurios skersmuo 30 cm, o ilgis $l = 3$ m. Kokią apkrovą patiria kėlimo lynas, kai iš vandens iškeliama 4/5 sijos tūrio? $g = 10$ m/s^2.

2.5.41. Atmosferos tyrimo zondas, kurio masė $M = 14$ kg, o tūris 8 m^2 pastoviu greičiu leidžiasi žemyn. Kokios masės m balastas turėtų būti išmestas iš šio zondo, kad jis tuo pačiu greičiu pradėtų kilti aukštyn? Oro tankis 1,29 kg/m^3. Oro pasipriešinimo jėga yra pastovi ir nepriklauso nuo zondo judėjimo krypties. Baliono tūris nekinta.

2.5.42. Du traktoriai horizontaliais lynais, kurie tarpusavyje sudaro $\alpha = 60^\circ$ kampą, tolygiai traukia grioviakasę. Kiekvieno lyno įtempimo jėga $F = 16$ kN. Apskaičiuokite grunto pasipriešinimo jėgą. Oro pasipriešinimo nepaisykite. $g \approx 10$ m/s^2.

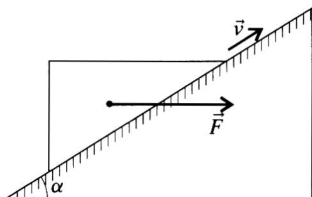


2.5.43. Slidininkas 25° nuokalne slysta pastoviu greičiu. Kokia jėga slidininkas veikia nuokalnę? Slidininko kartu su slidėmis sunkis 650 N. Kokia trinties jėga veikia slidininką? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

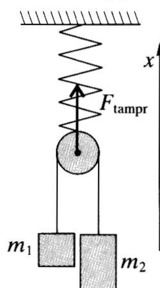
2.5.44. Arklys gulsčiu paviršiumi tolygiai tempia roges su kroviniu. Kinkinio ienos sudaro 30° kampą su horizontu. Arklys traukia roges 450 N jėga. Įvertinkite trinties jėgos didumą. Oro pasipriešinimo nepaisykite.

2.5.45. Vaikas rogutėmis tolygiai slysta nuo kalno, kurio nuolydis 30°? Apskaičiuokite trinties koeficientą μ. Oro pasipriešinimo nepaisykite.

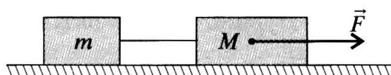
2.5.46. Ant nuožulniosios plokštumos, kurios pasvirimo kampas α, uždedamas m masės pleištas taip, kad viršutinis jo paviršius būtų gulsčias, o laisvasis šoninis paviršius stačias (žr. pav.). Kokio didumo gulsčia jėga F reikia veikti šį pleištą, kad jis pradėtų judėti nuožulniosios plokštumos paviršiumi aukštyn? Trinties koeficientas μ. $g \approx 10$ m/s^2.



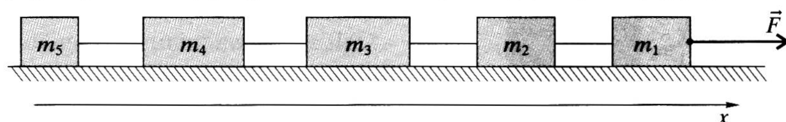
2.5.47. Ant spyruoklės pakabintas nesvarus skridinys, per kurį permestas nesvarus ir netąsus siūlas. Siūlo galuose pririšti $m_1 = 0,3$ kg ir $m_2 = 0,6$ kg masės svarsčiai (žr. pav.). Raskite spyruoklės pailgėjimą Δx. Spyruoklės standumas $k = 150$ N/m, $g \approx 10$ m/s^2.



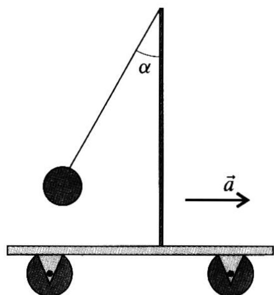
2.5.48. Du kūnus, kurių masės M ir m, jungiantis nesvarus ir netąsus siūlas trūksta, kai įtempimo jėga pasiekia vertę T. Kokios didžiausios vertės gulsčia jėga F galima traukti kūną M, kad *judant sistemai* siūlas nenutrūktų? *Slydimo* trinties koeficientas tarp abiejų kūnų paviršių ir gulsčios plokštumos vienodas.



2.5.49. Penki tašeliai, kurių masės m_1, m_2, m_3, m_4 ir m_5, surišti nesvariais ir netąsiais siūlais gulsčia jėga F yra tempiami lygiu ($\mu \approx 0$) gulsčiu paviršiumi. Raskite kūnų sistemos pagreitį a ir siūlo, jungiančio tašelius m_3 ir m_4, įtempimo jėgą T_3.



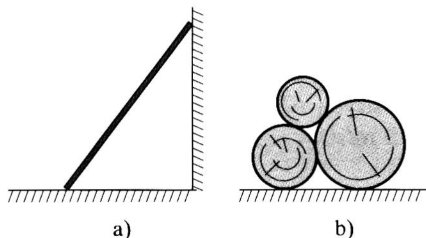
2.5.50. Kokiu pagreičiu juda vežimėlis, jeigu siūlas, ant kurio pakabintas pasvarėlis, nukrypo $\alpha = 30^\circ$ kampu stačios krypties atžvilgiu? $g \approx 10$ m/s^2.



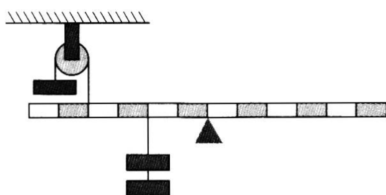
2.5.51. a) ir b) pav. pavaizduoti kūnai yra pusiausviri. Pažymėkite visas šiuos kūnus veikiančias jėgas ir užrašykite jų pusiausvyros lygtis:

a) į sieną atremta lenta (žr. a) pav.);

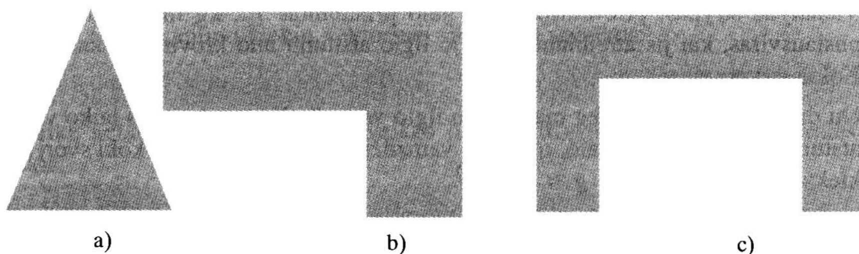
b) trys rąstai, suguldyti, kaip parodyta b) pav. Pažymėkite visas dešinįjį apatinį rąstą veikiančias jėgas.



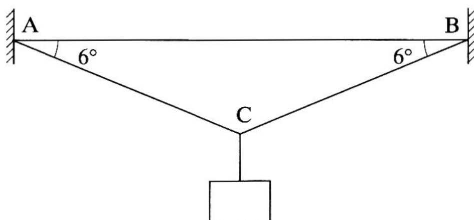
2.5.52. Ar ši sistema pusiausvira?



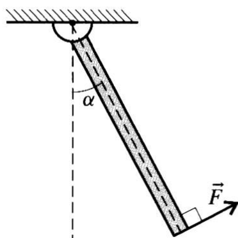
2.5.53. Grafiškai nustatykite šių plokščių vienalyčių figūrų sunkio centrus (žr. a) ir b) pav.):



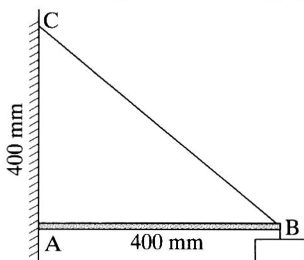
2.5.54. Prie dviejų lynų AC ir CB prikabintas 260 N svorio krovinys. Abu lynai su horizontu sudaro 6° kampus. Apskaičiuokite lynų įtempimo jėgas.



2.5.55. Taške O šarnyru pritvirtintas strypas panaudojant statmeną strypui jėgą $F = 3$ N, nukreipiamas į šoną kampu $\alpha = 30°$ (žr. pav.). Apskaičiuokite strypo masę. $g \approx 10$ m/s^2.



2.5.56. 5 kg masės krovinys pakabintas naudojant strypą AB ir vielą BC (žr. pav.). Kokio didumo jėgos veikia strypą ir vielą? $g \approx 10$ m/s^2.



2.5.57. Pusiausviro nesvaraus sverto galus veikia 25 ir 60 N jėgos. Atstumas nuo atramos iki mažesniosios jėgos veikimo taško 1,2 m. Koks viso sverto ilgis?

2.5.58. Nustatykite dviejų rutulių, sujungtų 80 cm ilgio strypu, masės centrą, jeigu pirmojo rutulio spindulys $R_1 = 15$ cm, o antrojo – $R_2 = 5$ cm. Rutulių masės atitinkamai lygios 1 kg ir 400 g. Strypo masės nepaisykite. $g \approx 10$ m/s^2.

2.5.59. Vienalytis strypas, prie kurio vieno galo prikabintas 1,2 kg masės krovinys, tampa pusiausviras, kai jis atremiamas 1/5 jo ilgio atstumu nuo krovinio pakabinimo taško. Kokia strypo masė?

2.5.60. Du darbininkai neša 80 kg masės 5 m ilgio vamzdį. Vienas žmogus laiko vamzdį 1 m atstumu nuo vamzdžio galo, o kitas – vamzdžio galą. Nustatykite, kokį svorį teks nešti kiekvienam darbininkui. $g \approx 10$ m/s^2.

2.5.61. Ant $L = 5$ m ilgio vienalyčio strypo, kurio masė $M = 5$ kg, galų pakabinti $m_1 = 7$ kg ir $m_2 = 6$ kg masės kūnai. Raskite šios sistemos sunkio centrą.

2.5.62. Krovinys, kurio masė 100 kg, traukiamas į 3 m aukštį nuožulniąja plokštuma, kurios ilgis 5 m, panaudojant 650 N jėgą. Apskaičiuokite trinties jėgą, kuri veikia traukiamą krovinį. $g \approx 10$ m/s^2.

3. Tvermės dėsniai

Fizikinis dydis, lygus kūno masės ir jo greičio sandaugai, vadinamas *kūno judėjimo kiekiu* arba *impulsu* p:

$$p = m \cdot v; \tag{3.1}$$

čia m – kūno masė, v – jo judėjimo greitis. Judėjimo kiekis SI sistemoje matuojamas kg·m/s (kilogramas iš metro per sekundę).

Materialiojo taško judėjimo kiekis (impulsas) yra vektorinis dydis, kurio kryptis sutampa su greičio vektoriaus kryptimi.

Materialiųjų taškų sistemos judėjimo kiekis lygus sistemą sudarančių taškų judėjimo kiekių vektorinei sumai:

$$p = p_1 + p_2 + \cdots p_n. \tag{3.2}$$

Sąveikaujančių kūnų sistema vadinama uždara, jeigu jos neveikia išoriniai kūnai. Uždaroje sistemoje galioja **judėjimo kiekio tvermės dėsnis**: uždaros sistemos judėjimo kiekis yra pastovus dydis ($p = \text{const}$).

Pritaikysime šį dėsnį dviejų kūnų sąveikai.

1) Kai sąveika tamprioji (kūnai po sąveikos juda atskirai) kūnų judėjimo kiekių vektorinė suma prieš sąveiką lygi jų judėjimo kiekių vektorinei sumai po sąveikos:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'. \tag{3.3}$$

2) Kai sąveika netamprioji (kūnai po sąveikos juda kartu), judėjimo kiekio tvermės dėsnio išraiška tokia:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2)v; \tag{3.4}$$

čia m_1 ir m_2 – kūnų masės, v_1 ir v_2 – kūnų greičiai prieš sąveiką, v_1', v_2' ir v – kūnų greičiai po sąveikos.

Judėjimo kiekio tvermės dėsnį galima taikyti sąveikaujančių kūnų sistemoms tik tada, kai atskaitos sistema yra inercinė.

Jėgos impulsas – tai fizikinis dydis, lygus kūną veikiančios jėgos F ir jos veikimo laiko t sandaugai. Kūno judėjimo kiekio pokytis lygus jį sukėlusios jėgos impulsui:

$$F \cdot t = m \cdot \Delta v = m \cdot v - m \cdot v_0; \tag{3.5}$$

čia m – kūno masė, v_0 – pradinis greitis, v – galinis greitis, Δv – greičio pokytis.

Judėjimo kiekio tvermės dėsnis pasireiškia reaktyviajame judėjime. *Reaktyvusis judėjimas* – tai toks kūno judėjimas, kai kuri nors dalis atsiskiria nuo jo tam tikru greičiu.

Prieš pradedant veikti raketos varikliams, raketos ir kuro judėjimo kiekis lygus nuliui. Įjungus variklius, raketos judėjimo kiekio ir išmetamų dujų judėjimo kiekio suma lygi nuliui:

$$M \cdot V - m \cdot v = 0; \tag{3.6}$$

čia M – raketos masė, V – raketos greitis, m – išmetamų dujų masė, v – dujų išmetimo greitis.

Pastovios jėgos atliekamas *darbas* A – tai fizikinis dydis, lygus jėgos F ir poslinkio s modulių bei kampo α tarp jėgos ir poslinkio vektorių kosinuso sandaugai:

$$A = F \cdot s \cdot \cos\alpha. \quad (3.7)$$

SI sistemoje darbas matuojamas džauliais (J), 1 J = 1 N·1 m.

Slenkančio kūno *kinetinė energija* E_k – fizikinis dydis, lygus kūno masės m ir jo greičio v kvadrato sandaugos pusei (kai greičiai $\ll c$):

$$E_k = m \cdot v^2/2; \quad (3.8)$$

čia E_k – kinetinė energija, m – masė, v – greitis. SI sistemoje energija matuojama džauliais (J).

Kūną veikiančių jėgų atstojamosios darbas lygus kūno kinetinės energijos pokyčiui – tai **kinetinės energijos teorema**:

$$A = E_{k2} - E_{k1}. \quad (3.9)$$

Sunkio darbas nepriklauso nuo kūno judėjimo trajektorijos, jis visada lygus sunkio modulio ir aukščio pokyčio sandaugai:

$$A = m \cdot g \cdot \Delta h; \quad (3.10)$$

čia m – kūno masė, g – laisvojo kritimo pagreitis, $g \approx 10 \text{m/s}^2$, Δh – aukščio pokytis. Sunkio jėgos darbas uždaroje trajektorijoje lygus nuliui.

Fizikinis dydis, lygus kūno masės, laisvojo kritimo pagreičio modulio ir aukščio sandaugai, vadinamas *kūno potencine energija* E_p:

$$E_p = mgh; \quad (3.11)$$

čia E_p – kūno, esančio vienalyčiame Žemės traukos lauke, potencinė energija, m – kūno masė, g – laisvojo kritimo pagreitis, $g \approx 10$ m/s^2, h – aukštis. Ši formulė teisinga, kai $h \ll R_Ž$ ($R_Ž$ – Žemės spindulys; $R_Ž = 6370$ km).

Sunkio darbas lygus kūno potencinės energijos pokyčiui su priešingu ženklu:

$$A = -(E_{p2} - E_{p1}). \quad (3.12)$$

Tampriai deformuoto kūno (suspaustos ar ištemptos spyruoklės) potencinė energija išreiškiama formule

$$E_p = k \cdot \Delta l^2/2; \quad (3.13)$$

čia k – kūno standumo koeficientas (SI sistemoje matuojamas N/m), Δl – absoliutus kūno pailgėjimas ar sutrumpėjimas (SI sistemoje matuojamas m).

Galia N – fizikinis dydis, lygus darbo A ir laiko t, per kurį tas darbas atliktas, santykiui:

$$N = A/t. \quad (3.14)$$

SI sistemoje galia matuojama vatais (W). 1 W = 1 J/s. Technikoje vartojami stambesni galios vienetai – kilovatai, megavatai, gigavatai: 1 kW = 10^3 W, 1 MW = 10^6 W, 1 GW = 10^9 W.

Darbas, kurį atlieka 1 kW galios mechanizmas per 1 h, vadinamas kilovatvalande.

1 kWh = $3{,}6 \cdot 10^6$ J.

Mechanizmo *naudingumo koeficientas* – tai fizikinis dydis, lygus naudingo darbo ir viso atlikto darbo (sunaudotos energijos) santykiui:

$$\eta = A_n/A \cdot 100\% = N_n/N \cdot 100\% = E_n/E \cdot 100\%; \quad (3.15)$$

čia A_n (N_n; E_n) – naudingas mechanizmo darbas (galia, energija); A (N; E) – visas mechanizmo atliktas darbas (vartojamoji galia, energija).

Mechaninės energijos tvermės dėsnis: uždaros sistemos kūnų, veikiančių vienas kitą visuotinės traukos ir tamprumo jėgomis, kinetinės ir potencinės energijos suma lieka pastovi:

$$E_\mathrm{k} + E_\mathrm{p} = \mathrm{const}. \qquad (3.16)$$

Jeigu sistema nėra uždara, tai sistemos visos energijos pokytis lygus išorinių jėgų, veikiančių sistemą, atliktam darbui:

$$\Delta E = A_{\text{išor}}. \qquad (3.17)$$

Metodiniai nurodymai

Tvermės dėsniais reikia naudotis sprendžiant tokius mechanikos uždavinius, kuriuose nežinomos kūną veikiančios jėgos. Judėjimo kiekio ir energijos tvermės dėsniai taikytini tiek įprastinių matmenų, tiek kosminiams kūnams, tiek elementariosioms dalelėms. Jeigu judėjimo kiekių suma nekinta, tai nekinta ir jų projekcijų koordinačių ašyse suma. Kitaip sakant, jei tvermės dėsnis galioja judėjimo kiekiui, tai galioja ir jo projekcijoms. Jeigu vektoriai ($m\vec{v}$) yra vienoje tiesėje ir išorinės jėgos veikia tik išilgai tos tiesės, tai užtenka pasirinkti tik x ašį. Jeigu vektoriaus ($m\vec{v}$) kryptis sutampa su x ašies kryptimi arba sudaro su ja smailųjį kampą, tai judėjimo kiekio projekcija toje ašyje yra teigiama, priešingu atveju – neigiama. Kadangi Žemės masė nepalyginamai didesnė už tiriamojo kūno masę, tai į Žemės judėjimo kiekio pokytį neatsižvelkite. Judėjimo kiekis, kaip ir greitis, yra reliatyvus dydis, todėl kūnų greičius, judėjimo kiekius ir jų pokyčius reikia nagrinėti nejudančio atskaitos kūno – Žemės, atžvilgiu. Siūlome šiuos uždavinius spręsti tokia tvarka:

1. Brėžinyje pavaizduokite kiekvieną kūną, nubrėžkite judėjimo kiekio vektorius.
2. Išanalizuokite, kokio pobūdžio yra sistemos judėjimas, nustatykite, ar ta sistema uždara.
3. Užrašykite judėjimo kiekio tvermės dėsnį, vektorius pakeitę projekcijomis ašyse.
4. Jeigu reikia, užrašykite kitas kinematikos ar dinamikos formules.
5. Išspręskite gautąją lygčių sistemą ieškomojo dydžio atžvilgiu ir apgalvokite rezultatą.

Uždaviniams spręsti taikydami energijos tvermės dėsnį, atkreipkite dėmesį į tai, kad kinetinės energijos vertė negali būti neigiama, nes ji nepriklauso nuo judėjimo krypties. Kūnų kinetinės energijos sudedamos aritmetiškai. Potencinės energijos vertė gali būti ir teigiama, ir neigiama, žiūrint kaip pasirinktas nulinis energijos atskaitos lygis. Nuliniu atskaitos lygiu imkite tą lygį, kuriame esančio kūno potencinė energija laikoma lygia nuliui. Patogiausia nuliniu atskaitos lygiu rinktis žemiausią kūno padėtį. Uždaros sistemos mechaninė energija nebūna pastovi, jeigu toje sistemoje veikia trinties jėga. Todėl į trinties jėgų darbą žiūrėkite taip pat kaip į išorinių jėgų darbą. Kai kuriais atvejais tarpinių sistemos būsenų galima nenagrinėti: galima iš karto palyginti pradinę ir galinę būsenas.

Siūlome šiuos uždavinius spręsti tokia tvarka:

1. Nubraižykite brėžinį.
2. Pasirinkite potencinės energijos atskaitos nulinį lygį.

3. Nustatykite pradinę ir galinę kūno (kūnų sistemos) būseną.
4. Nustatykite kūno arba kūnų sistemos visą mechaninę energiją esant konkrečiai būsenai (pradinei ir galinei).
5. Užrašykite energijos tvermės dėsnio lygtį: jeigu sistema uždara, tai $E_1 = E_2$, arba $E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$; jeigu sistemai pereinant iš pradinės būsenos į galinę, veikia išorinės jėgos, tai $E_2 - E_1 = A$; čia A – išorinių jėgų darbas.
6. Jeigu reikia, užrašykite kitas kinematikos ar dinamikos formules.
7. Iš gautosios lygčių sistemos raskite reikiamą dydį.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

3.1. Judėjimo kiekio tvermės dėsnis

3.1.1 pavyzdys. Kūno, kurio masė 5,0 kg, judėjimą aprašo lygtis $x = 12 - 6t + 4t^2$. Apskaičiuokime kūno judėjimo kiekį po 3 s ir po 4 s nuo judėjimo pradžios bei tą judėjimo kiekio pokytį sukėlusią jėgą.

Duota: kūno masė $m = 5{,}0$ kg; kūno judėjimo lygtis: $x = 12 - 6t + 4t^2$; laikotarpiai nuo judėjimo pradžios $t_1 = 3$ s ir $t_2 = 4$ s.

Rasti: judėjimo kiekius p_1 ir p_1; jėgą F, sukėlusią judėjimo kiekio pokytį.

Sprendimas

Judėjimo lygtis rodo, kad judėjimas yra tolygiai kintamas. Tolygiai kintamo judėjimo greitis aprašomas (1.6) lygtimi: $v = v_0 + at$. Palyginę judėjimo lygtį su (1.6) ir (1.8) formulėmis randame, kad kūno pradinis greitis $v_0 = -6$ m/s, o pagreitis $a = 8$ m/s^2. Tad judėjimo kiekis (3.1): $p = m(v_0 + at)$.

Įrašę atitinkamų dydžių vertes gauname: $p_1 = 90$ kgm/s ir $p_2 = 130$ kgm/s.

Judėjimo kiekio pokytį sukėlusią jėgą F randame remdamiesi (3.5) sąryšiu:

$$F = (p_2 - p_1)/(t_2 - t_1) = ma = 40 \text{ N}.$$

Ats. 90 kgm/s; 130 kgm/s; 40 N.

3.1.2 pavyzdys. 200 g masės kūnas krinta iš 1 m aukščio 8 m/s^2 pagreičiu. Kiek pakinta jo judėjimo kiekis?

Duota: krintančio kūno masė $m = 0{,}2$ kg; aukštis $h = 1$ m; pagreitis $a = 8$ m/s^2.

Rasti: kūno judėjimo kiekio pokytį $\Delta(mv)$.

Sprendimas

Judėjimo kiekio pokytis $\Delta(m \cdot v) = m(v - v_0)$. Kadangi kūnas pradėjo kristi iš rimties būsenos, jo pradinis greitis $v_0 = 0$. Galinį kūno greitį v randame naudodamiesi kinematiniais sąryšiais (1.9) ir atsižvelgdami į tai, kad kūnas, matyt, dėl oro pasipriešinimo, krinta ne su laisvuoju pagreičiu g, o mažesniu a: $v = \sqrt{2ah}$. Atsižvelgus į tai,

$$\Delta(m \cdot v) = m \cdot \sqrt{2ah} = 0{,}8 \text{ kgm/s}.$$

Ats. 0,8 kgm/s.

3.1.3 pavyzdys. 200 g masės rutuliukas, pririštas prie 1 m ilgio siūlo, vertikalioje plokštumoje sukamas 2 Hz dažniu. Raskime judėjimo kiekio pokytį tarp viršutinės ir apatinės rutuliuko padėties.

Duota: rutuliuko masė $m = 200$ g $= 0{,}2$ kg; $L = 1$ m siūlo ilgis; rutuliuko sukimo dažnis $n = 2$ Hz.

Rasti: judėjimo kiekio pokytį $\Delta(mv)$.

Sprendimas

Rutuliuko viršutinėje ir apatinėje padėtyse jo greitis, o kartu ir judėjimo kiekis, yra toks pat, tik priešingos krypties. Jei rutuliuko judėjimo kiekį apatinėje padėtyje laikysime teigiamu, tai viršutinėje padėtyje jis bus neigiamas. Todėl judėjimo kiekio pokytis tarp viršutinės ir apatinės rutuliuko padėties bus toks: $\Delta(mv) = mv - (-mv) = 2mv$. Apskritimu judančio kūno greitis (1.10): $v = 2\pi Rn$. Taigi

$$\Delta(mv) = 4\pi mRn = 5 \text{ kgm/s}.$$

Ats. 5 kgm/s.

3.1.4 pavyzdys. 100 kg masės sviedinys, lėkdamas horizontaliai išilgai geležinkelio bėgių 500 m/s greičiu, pataiko į priešais atriedantį vagoną su smėliu ir įstringa jame. Kokiu greičiu pradeda judėti 10 t masės vagonas, jeigu iki tol jis riedėjo 36 km/h greičiu?

Duota: sviedinio masė $m_1 = 100$ kg; sviedinio judėjimo greitis $v_1 = 500$ m/s; vagono masė $m_2 = 10$ t $= 10^4$ kg; vagono pradinis greitis $v_2 = 36$ km/h $= 10$ m/s.

Rasti: vagono greitį po susidūrimo su sviediniu v.

Sprendimas

Užrašome judėjimo kiekio tvermės dėsnį (3.4) netampriam sviedinio ir vagono su smėliu susidūrimui padarę prielaidą, kad sviedinys juda teigiama, o vagonas – neigiama kryptimi: $m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$. Iš šios lygties išreiškiame greitį v:

$$v = (m_1v_1 - m_2v_2)/(m_1 + m_2) = -5 \text{ m/s}.$$

Minuso ženklas rodo, kad kad vagonas po susidūrimo važiavo neigiama kryptimi.

Ats. –5 m/s.

3.1.5 pavyzdys. 10 m ilgio, 20 t masės vagonas iš inercijos 3 m/s greičiu įrieda po bunkeriu su biria medžiaga. Riedantis vagonas tolygiai užpildomas 40 t šios statmenai byrančios medžiagos. Kokiu pagreičiu rieda vagonas krovimo metu?

Duota: vagono ilgis $s = 10$ m; masė $m_1 = 20$ t = $20 \cdot 10^3$ kg; pradinis greitis $v_1 = 3{,}0$ m/s; krovinio masė $m = 40$ t = $40 \cdot 10^3$ kg.

Rasti: vagono pagreitį a.

Sprendimas

Statmenai byrantis krovinys statmenos judėjimo kiekio dedamosios nesukuria, pakinta tik masė. Remiantis judėjimo kiekio tvermės dėsniu:

$$m_1v_1 = (m_1 + m)v_2; \quad v_2 = m_1v_1/(m_1 + m) = 1 \text{ m/s}.$$

Iš kinematikos sąryšių (1.5), (1.7), kadangi čia poslinkio modulis lygus keliui, gaunama:

$$a = (v_2^2 - v_1^2)/2s = -0{,}4 \text{ m/s}^2.$$

Ats. $-0{,}4$ m/s^2.

3.1.6 pavyzdys. Granata, lėkusi 15 m/s greičiu, suskilo į dvi skeveldras, kurių masės 6 ir 14 kg. Didesniosios skeveldros greitis padidėjo iki 24 m/s ir liko tos pačios krypties. Kokiu greičiu ir kokia kryptimi nulėkė mažesnioji skeveldra?

Duota: granatos judėjimo greitis $v = 15$ m/s; mažesniosios skeveldros masė $m_1 = 6$ kg; didesniosios skeveldros masė $m_2 = 14$ kg; didesniosios skeveldros greitis $v_2 = 24$ m/s.

Rasti: mažesniosios skeveldros greitį v_1.

Sprendimas

Užrašome judėjimo kiekio tvermės dėsnį: $(m_1 + m_2)v = m_1 v_1 + m_2 v_2$, čia $m_1 + m_2$ – visos granatos masė. Iš pastarojo sąryšio išreiškiame v_1:

$$v_1 = [(m_1 + m_2)v - m_2 v_2]/m_1 = -6 \text{ m/s}.$$

Minuso ženklas rodo, kad mažesnioji skeveldra nulėkė į priešingą pusę, negu lėkė granata.

Ats. –6 m/s.

3.1.7 pavyzdys. 120 kg masės 3 m ilgio valtis plūduriuoja nejudančiame vandenyje. Joje 60 kg masės žvejys gaudo žuvį. Kiek nuplauks valtis, kol žvejys pereis iš valties priekio į jos galą? Į vandens pasipriešinimą neatsižvelkime.

Duota: valties masė $m_1 = 120$ kg; valties ilgis $l = 3$ m; žvejo masė $m_2 = 60$ kg.

Rasti: s – atstumą, kurį nuplaukia valtis.

Sprendimas

Prieš pradedant žvejui eiti sistemos – valties ir žvejo – suminis judėjimo kiekis buvo lygus nuliui. Pagal judėjimo kiekio tvermės dėsnį jis turi išlikti lygus nuliui ir tada, kai žvejys pradeda eiti: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$, čia v_1 ir v_2 – valties ir žvejo greičiai kranto atžvilgiu. Žvejys per laiką t greičiu $v_1 = (l - s)/t$ pereina iš valties priekio į jos galą. Tuo pat metu valtis greičiu $v_2 = s/t$ plaukia į priešingą pusę. Įrašę greičių v_1 ir v_2 išraiškas į judėjimo kiekio tvermės lygtį, gauname tokią atstumo s išraišką:

$$s = m_1 l/(m_1 + m_2) = 1 \text{ m}.$$

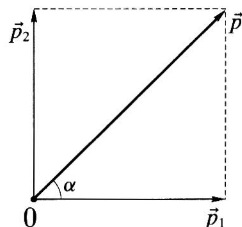
Ats. 1 m.

3.1.8 pavyzdys. 2,0 g ir 3,0 g rutuliukai, judantys atitinkamai 6,0 m/s ir 4,0 m/s greičiais dviem viena kitai statmenomis kryptimis, susiduria ir sulimpa. Koks rutuliukų suminis judėjimo kiekis iki susidūrimo? Kokiu greičiu ir kokia kryptimi jie judės po susidūrimo?

Duota: rutuliukų masės $m_1 = 2{,}0$ g $= 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ kg ir $m_2 = 3{,}0$ g $= 3{,}0 \cdot 10^{-3}$ kg; jų greičiai $v_1 = 6{,}0$ m/s ir $v_2 = 4{,}0$ m/s.

Rasti: rutuliukų suminį judėjimo kiekį prieš susidūrimą p; rutuliukų greitį po susidūrimo v; kampą α tarp greičio v krypties ir gulsčios krypties.

Sprendimas



Braižome judėjimo scemą. Rutuliukų greičiai yra statmeni, tad ir jų judėjimo kiekiai yra statmeni. Juos sudedame vektoriškai, taikydami Pitagoro teoremą:

$$p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2} = 1{,}7 \cdot 10^{-2} \text{ kg·m/s}.$$

Iš šio sąryšio išreiškiame greitį:

$$v = (\sqrt{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2})/(m_1 + m_2) = 3{,}4 \text{ m/s}.$$

Iš schemos matyti, kad

$$\operatorname{tg}\alpha = p_2/p_1 = m_2v_2/m_2v_2 = 1 \quad \text{ir} \quad \alpha = 45^\circ.$$

Ats. $1{,}7\cdot10^{-2}$ kg·m/s; 3,4 m/s; 45°.

3.1.9 pavyzdys. Du rutuliai juda priešpriešiais. Pirmojo rutulio masė 5,0 kg ir greitis 5,0 m/s, o antrojo – atitinkamai 3,0 kg ir 3,0 m/s. Kokiais greičiais ir kokiomis kryptimis judės rutuliai po absoliučiai tampraus susidūrimo?

Duota: rutulių masės: $m_1 = 5{,}0$ kg ir $m_2 = 3{,}0$ kg; rutulių greičiai: $v_1 = 5{,}0$ m/s ir $v_2 = -3{,}0$ m/s.

Rasti: rutulių greičius po susidūrimo v_1' ir v_2'.

Sprendimas

Pagal judėjimo kiekio tvermės dėsnį (3.3): $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$. Matome, kad lygtyje yra du nežinomieji – greičiai v_1' ir v_2'. Todėl remiantis vien tik judėjimo kiekio tvermės dėsniu uždavinio išspręsti neįmanoma. Reikia dar vienos lygties. Ją gausime pritaikę rutuliams energijos tvermės dėsnį, nes absoliučiai tampraus susidūrimo metu kinetinė energija išlieka tokia pati, t. y. rutulių suminė kinetinė energija prieš susidūrimą yra lygi jų suminei kinetinei energijai po susidūrimo: $m_1v_1^2/2 + m_2v_2^2/2 =: m_1v_1'^2/2 + m_2v_2'^2/2$.

Šių dviejų lygčių sistemą patogu spręsti šitaip. Iš pradžių vienoje lygybės pusėje sugrupuojame dydžius, susijusius su pirmuoju rutuliu, o antroje lygybės pusėje – dydžius, susijusius su antruoju rutuliu: $m_1v_1 - m_1v_1' = m_2v_2' - m_2v_2$ ir $m_1v_1^2 - m_1v_1'^2 = m_2v_2'^2 - m_2v_2^2$. Po to, padaliję antrąją lygtį iš pirmosios ir atlikę supaprastinimus gauname: $v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$. Iš pastarojo sąryšio išreiškę v_1' ir v_2' ir įrašę į judėjimo kiekio tvermės dėsnio lygtį, gauname:

$v_1' = ((m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2)/(m_1 + m_2) = -1$ m/s;

$v_2' = ((m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1)/(m_1 + m_2) = 7$ m/s.

Skaičiuodami pirmojo rutulio greitį laikėme teigiamu, o antrojo – neigiamu. Gautos greičių vertės rodo, kad po susidūrimo rutuliai nulėkė į priešingas puses.

Ats. –1 m/s; 7 m/s.

3.2. Mechaninis darbas, energija, galia, energijos tvermės dėsnis

3.2.1 pavyzdys. 1 kg masės ir 2 kg masės netamprūs rutuliai juda priešpriešiais 1 m/s ir 2 m/s greičiu. Raskime sistemos kinetinės energijos pokytį smūgio metu.

Duota: pirmojo rutulio masė $m_1 = 1$ kg; jo greitis $v_1 = 1$ m/s; antrojo rutulio masė $m_2 = 2$ kg; jo greitis $v_2 = 2$ m/s.

Rasti: kinetinės energijos pokytį smūgio metu ΔE_k.

Sprendimas

Užrašome judėjimo kiekio tvermės dėsnį dviejų rutulių netampriam susidūrimui (3.4), sutarę, kad antrojo rutulio greitis yra teigiamas, o pirmojo – neigiamas: $-m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$. Iš šio sąryšio randame greitį v, kuriuo rutuliai judės po susidūrimo: $v = (m_2v_2 - m_1v_1)/(m_1 + m_2)$.

Rutulių kinetinė energija (3.8) prieš smūgį $E_{k1} = m_1v_1^2/2 + m_2v_2^2/2$, o po smūgio $E_{k2} = (m_1 + m_2)v^2/2 = (m_2v_2 - m_1v_1)^2/2(m_1 + m_2)$. Kinetinės energijos pokytis $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$.

Įrašę atitinkamas energijos išraiškas, gauname:

$$\Delta E_k = m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2 / 2(m_1 + m_2) = -3 \text{ J}.$$

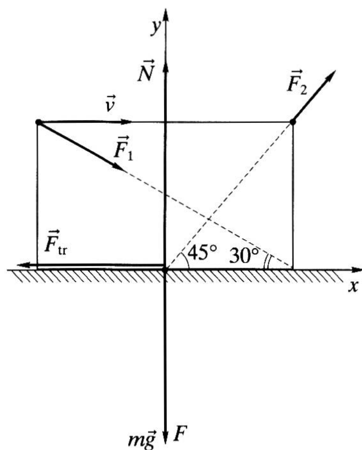
Ats. −3 J.

3.2.2 pavyzdys. Du darbininkai tolygiai grindimis tempia dėžę, kurios sunkis 900 N. Vienas darbininkas stumia dėžę 300 N jėga, sudarančia 30° kampą su grindimis, kitas tokio pat modulio jėga traukia dėžę, pririšęs virvutę, kuri su grindimis sudaro 45° kampą. Kokį darbą atliks darbininkai, perkėlę dėžę 20 m? Koks dėžės trinties į grindis koeficientas?

Duota: $F = 900$ N – dėžės sunkis; $F_1 = F_2 = 300$ N – jėga, kuria darbininkai perkelia dėžę; $\alpha_1 = 30°$ ir $\alpha_2 = 45°$ – kampai, kuriuos sudaro pirmojo ir antrojo darbininko jėga su grindimis; $s = 20$ m – atstumas, kuriuo perkeliama dėžė.

Rasti: A – darbą, kurį atlieka darbininkai, perkeldami dėžę; μ – dėžės trinties į grindis koeficientą.

Sprendimas



Braižome judėjimo schemą, kurioje pažymime dėžę veikiančias jėgas: sunkio jėgą F, grindų reakcijos jėgą N, trinties jėgą F_{tr}, jėgas F_1 ir F_2, kuriomis dėžę veikia darbininkai. Darbą A randame pritaikę darbo formulę (3.7):

$$A = Fs = (F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2)s = 9400 \text{ J} = 9{,}4 \text{ kJ}.$$

Dėžės trinties į grindis koeficientą μ randame pritaikę (2.9) formulę: $\mu = F_{tr}/F_g$; čia F_g – jėga, kuria dėžė veikia grindis. Ši jėga greičiausiai nesutaps su sunkio jėga F, nes pirmasis darbininkas stumdamas dėžę šiek tiek spaudžia ją prie grindų, o antrasis darbininkas, atvirkščiai, tempdamas dėžę šiek tiek ją kelia. Suprojektavę dėžę vertikaliai veikiančias jėgas gauname, kad $F_g = F + F_1 \sin\alpha_1 - F_2 \sin\alpha_2$.

Kadangi dėžė juda tolygiai, trinties jėga $F_{tr} = \mu F_g$ atsveria jėgą $F = (F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2)$, kuria darbininkai veikia dėžę gulsčiąja kryptimi: $F_{tr} = F$. Įrašę į šį sąryšį atitinkamas jėgų išraiškas, gauname:

$$\mu = F_{tr}/F_g = F/F_g = (F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2)/(F + F_1 \sin\alpha_1 - F_2 \sin\alpha_2) = 0{,}56.$$

Ats. 9,4 kJ; $\mu = 0{,}56$.

3.2.3 pavyzdys. Lėktuvas IL-62 turi keturis variklius, kurių kiekvieno traukos jėga 103 kN. Kokia yra 864 km/h greičiu skrendančio lėktuvo variklių naudingoji galia?

Duota: lėktuvo greitis $v = 864$ km/h $= 240$ m/s; variklio traukos jėga $F = 103$ kN $= 1{,}03 \cdot 10^5$ N; variklių skaičius $n = 4$.

Rasti: variklių naudingąją galią N.

Sprendimas

Variklio naudingoji galia lygi mechaninio darbo A ir laiko t santykiui $N_1 = A/t$ (3.14). Kai jėgos ir poslinkio kryptys sutampa, mechaninis darbas $A = Fs$ (3.7). Vadinasi, mechaninė galia $N_1 = A/t = Fs/t = Fv$. Variklių naudingoji galia

$$N = nN_1 = nFv = 100 \text{ MW}.$$

Ats. 100 MW.

3.2.4 pavyzdys. 2,2 m aukštyje nuo žemės paviršiaus kamuolio greitis 10 m/s. Kokiu greičiu kamuolys judės prie žemės paviršiaus? Oro pasipriešinimo nepaisykime. Laisvojo kritimo pagreitis lygus 10 m/s^2.

Duota: aukštis $h_1 = 2{,}2$ m; aukštis žemės paviršiuje $h_2 = 0$; $v_1 = 10$ m/s kamuolio greitis aukštyje h_1; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: kamuolio greitį prie žemės paviršiaus v_2.

Sprendimas

Žemė veikia kamuolį tik gravitacijos jėga. Todėl taikome mechaninės energijos tvermės dėsnį. Pagal jį kamuolio kinetinės energijos pokytis (3.12), (3.16) lygus jo potencinės energijos pokyčiui su minuso ženklu: $E_{k2} - E_{k1} = -(E_{p2} - E_{p1})$.

Kamuolio masę pažymėję m, gauname (3.8), (3.11): $mv_2^2/2 - mv_1^2/2 = -(mgh_2 - mgh_1)$. Atlikę veiksmus, gauname kamuolio greičio prie žemės paviršiaus išraišką:

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2) + v_1^2} = 12 \text{ m/s}.$$

Ats. 12 m/s.

3.2.5 pavyzdys. Vienas 15 m ilgio stulpo galas lėtai pakeliamas į 4,0 m aukštį. Stulpo skerspjūvio plotas $S = (20 \times 40)$ cm^2, jo tankis 2,5·10^3 kg/m^3. Apskaičiuokime atliekamą mažiausią darbą.

Duota: stulpo ilgis $l = 15$ m; aukštis $h = 4$ m; stulpo skerspjūvio plotas $S = (20 \times 40)$ cm$^2 = (20 \times 40) \cdot 10^{-4}$ m^2; stulpo tankis $\rho = 2{,}5 \cdot 10^3$ kg/m^3.

Rasti: stulpo kėlimo darbą A.

Sprendimas

Mažiausias stulpo kėlimo darbas lygus potencinės energijos prieaugiui (3.17): $A = (E_{p2} - E_{p1})$. Stulpo pradinė potencinė energija Žemės paviršiaus atžvilgiu lygi nuliui. Keliant stulpo masės centras pakilo į aukštį $h/2$. Tad galutinė potencinė energija (3.11) $E_{p2} = mgh/2$. Stulpo masė $m = \rho V = \rho Sl$. Tuomet darbas

$$A = \rho Slgh/2 = 60 \text{ kJ}.$$

Ats. 60 kJ.

3.2.6 pavyzdys. 12 t masės palydovas, besisukantis apie Žemę apskritimu, turi 54 GJ kinetinę energiją. Kokiu greičiu ir kokiame aukštyje jis sukasi? Koks palydovo sukimosi periodas? Žemės masę laikysime lygia 6·10^{24} kg.

Duota: palydovo masė $m = 12t = 1{,}2 \cdot 10^4$ kg; palydovo kinetinė energija $E_k = 54$ GJ $= 5{,}4 \cdot 10^{10}$ J; žemės spindulys $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Rasti: palydovo greitį v; aukštį h; periodą T.

Sprendimas

Palydovo kinetinė energija $E_k = mv^2/2$ (3.8). Iš šios lygties

$$v = \sqrt{2E_k/m} = 3 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

Aplink Žemę besisukantį palydovą veikia gravitacinės traukos jėga (2.5) $F = GMm/r^2 = GMm/(R + h)^2$, čia M – Žemės masė, $r = R + h$ – orbitos spindulys. Ši jėga atlieka įcentrinės jėgos $F_{\text{įc}}$ vaidmenį, kuri yra lygi palydovo masės m ir įcentrinio pagreičio (1.11)

$a_{\text{įc}} = v^2/(R+h)$ sandaugai: $F = F_{\text{įc}}$; $GMm/(R+h)^2 = mv^2/(R+h)$. Iš šio sąryšio išreiškiame aukštį h, kuriame palydovas sukasi greičiu v:

$$h = GM/v^2 - R = GMm/2E_k - R = 3{,}8 \cdot 10^7 \text{ m}.$$

Palydovo sukimosi apskrita orbita periodas (1.10):

$$T = 2\pi(R+h)/v = 2\pi(R+h)/(\sqrt{2E_k}/m) = 9{,}3 \cdot 10^4 s = 26 \text{ h}.$$

Ats. $3 \cdot 10^3$ m/s; $3{,}8 \cdot 10^7$ m; 26 h.

3.2.7 pavyzdys. 3,0 kg masės rutulys krinta iš 3,0 m aukščio ant spyruoklės, pritvirtintos prie masyvaus stalelio, ir suspaudžia ją. Spyruoklės standumas lygus 700 N/m. Raskime didžiausią spyruoklės suspaudimą. Į spyruoklės ir stalelio masę galima neatsižvelgti.

Duota: rutulio masė $m = 3{,}0$ kg; aukštis $h = 3{,}0$ m; spyruoklės standumas $k = 700$ N/m; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: spyruoklės suspaudimą x.

Sprendimas

Rutulio potencinę energiją laikysime lygia nuliui tuo momentu, kai jis labiausiai suspaudžia spyruoklę. Pradiniu momentu rutulys nejuda ir visa mechaninė energija E_1 yra lygi rutulio potencinei energijai E_{p1} Žemės traukos lauke. Atsižvelgę į (3.11) formulę galime užrašyti, kad $E_1 = E_{p1} = mg(h+x)$. Tuo momentu rutulio kinetinė energija lygi nuliui. Spyruoklei labiausiai susispaudus, rutulio potencinė energija, o drauge ir visa mechaninė energija, yra virtusi suspaustos spyruoklės potencinė energija $E_2 = E_{p2} = kx^2/2$ (3.13). Pagal energijos tvermės dėsnį $E_1 = E_2$, t. y. $mg(h+x) = kx^2/2$. Išsprendę kvadratinę lygtį ir atmetę fizikinės prasmės neturinčią neigiamą šaknį, gauname:

$$x = mg(1 + (1 + 2kh/mg)^{1/2})/k = 0{,}55 \text{ m}.$$

Ats. 0,55 m.

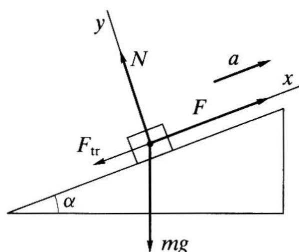
3.2.8 pavyzdys. 100 kg masės krovinys keliamas nuožulniąja plokštuma, kurios ilgis 2 m, kampas su horizontu 30°. Kėlimo pagreitis 1 m/s^2, trinties koeficientas 0,1. Prie plokštumos pagrindo krovinys nejudėjo. Koks darbas keliant krovinį, kokia keliamojo įtaiso vidutinė galia?

Duota: krovinio masė $m = 100$ kg; nuožulniosios plokštumos ilgis $l = 2$ m; kampas $\alpha = 30°$; kėlimo pagreitis $a = 1$ m/s^2; trinties koeficientas $\mu = 0,1$; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: darbą A; vidutinę galią N.

Sprendimas

Braižome judėjimo schemą.



Nuožulniąja plokštuma judantį krovinį veikia: sunkio jėga mg, plokštumos reakcijos jėga N, keliamojo įtaiso traukos jėga F ir trinties jėga F_{tr}. Kūno judėjimui sudarome antrojo Niutono dėsnio lygtį (2.2) ir suprojektuojame jos vektorius į pasirinktas x ir y ašis. Gauname: $-F_{tr} - mg\sin\alpha + F = ma$; $N - mg\cos\alpha = 0$. Iš čia $F = ma + mg\sin\alpha + F_{tr}$; $N = mg\cos\alpha$. Remiantis (2.9) sąryšiu, $F_{tr} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$. Tad $F = m(a + g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha)$.

Krovinio kėlimo darbas (3.7):

$$A = Fl = ml(a + g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha) = 1{,}35 \cdot 10^3\ \text{J} = 1{,}35\ \text{kJ}.$$

Vidutinė keliamojo įtaiso galia $N = A/t$ (3.14). Kėlimo laiką t randame pritaikę tolygiai greitėjančio judėjimo lygtį (1.7). Iš jos, atsižvelgiant į tai, kad pradinis greitis $v_0 = 0$, išplaukia, kad $l = at^2/2$ ir $t = \sqrt{2l/a}$. Tad

$$N = A/\sqrt{2l/a} = 675\ \text{W}.$$

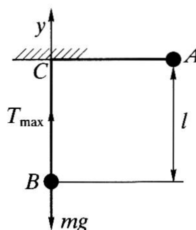
Ats. 1,35 kJ; 675 W.

3.2.9 pavyzdys. M masės rutulys, pakabintas ant l ilgio siūlo, nukreipiamas nuo vertikalios krypties 90° kampu ir paleidžiamas. Kokia bus didžiausia siūlo įtempimo jėga?

Duota: rutulio masė M; siūlo ilgis l; kampas $\alpha = 90°$; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: didžiausią siūlo įtempimo jėgą $T_{\max}$.

Sprendimas



Braižome judėjimo schemą.

Siūlas bus labiausiai įtempiamas rutuliui praeinant pro tašką B. Taške B rutulį veikia: sunkio jėga mg ir didžiausia siūlo įtempimo jėga $T_{\max}$. Užrašome rutulio judėjimui antrojo Niutono dėsnio lygtį, suprojektavę jėgas į y ašį: $T_{\max} - mg = ma$; čia a – įcentrinis pagreitis, kuris, remiantis (1.11) formule, gali būti užrašytas taip: $a = v^2/l$. Gauname $T_{\max} - mg = mv^2/l$. Iš čia $T_{\max} = mg + mv^2/l$.

Rutulio greičiui taške B rasti užrašome energijos tvermės dėsnį taškams A ir B: $E_{\text{A}} = E_{\text{B}}$; čia $E_{\text{A}} = mgl$ (3.11), $E_{\text{B}} = mv^2/2$ (3.8). Taigi $mgl = mv^2/2$, iš čia $v^2 = 2gl$. Įrašę greičio kvadrato išraišką į $T_{\max}$ lygtį, gauname:

$$T_{\max} = mg + m2gl/l = 3mg.$$

Ats. $T_{\max} = 3mg$.

3.2.10 pavyzdys. 1 kg masės kūnas krinta iš 8 m aukščio. Raskime, kokia bus kūno kinetinė energija smūgio į žemę metu. Kokiame aukštyje jo kinetinė energija bus lygi potencinei energijai?

Duota: kūno masė $m = 1$ kg; aukštis $h = 8$ m; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: kinetinę energiją E_{k}; aukštį, kuriame kinetinė ir potencinė energijos susilygina, h_1.

Sprendimas

Smūgio į žemę metu kūno kinetinę energiją rasime pritaikę energijos tvermės dėsnį: $E_{\text{p}} = E_{\text{k}}$. Kadangi $E_{\text{p}} = mgh$, tai

$$E_{\text{k}} = mgh = 80\ \text{J}.$$

Aukščiausiame taške kūnas turi tik potencinės energijos E_{p}. Aukštyje, kuriame energijos susilygina, kūnas turės ir potencinės E_{p1}, ir kinetinės E_{k1} energijos. Pagal energijos tvermės dėsnį $E_{\text{p}} = E_{\text{p1}} + E_{\text{k1}}$. Įrašome potencinės energijos išraišką $mgh = E_{\text{p1}} + E_{\text{k1}}$. Iš sąlygos žinome, kad $E_{\text{p1}} = E_{\text{k1}}$, t. y. $mgh = 2E_{\text{p1}} = 2mgh_1$. Iš šios lygybės randame:

$$h_1 = h/2 = 4\ \text{m}.$$

Ats. 80 J; 4 m.

3.2.11 pavyzdys. Automobilis greičiu v_1 važiuoja į įkalnę, kurio polinkio kampas α, o ta pačia nuokalne – greičiu v_2. Variklio galia nekinta. Kokiu greičiu važiuotų šis automobilis horizontaliu keliu?

Duota: v_1 ir v_2 – automobilio greičiai važiuojant į įkalnę ir į nuokalnę.

Rasti: automobilio greitį horizontaliame kelyje v.

Sprendimas

Važiuojant pastoviu greičiu horizontaliu keliu, variklio traukos jėga F turi įveikti tik trinties jėgą: $F = F_{tr}$. Trinties jėgą rasime remdamiesi 3.2.8 pavyzdyje pateiktais sąryšiais.

Pastoviu greičiu kylant įkalne, variklio traukos jėga F_1 turi atsverti sunkio jėgos projekciją $mg\sin\alpha$ ir trinties jėgą F_{tr}: $F_1 = mg\sin\alpha + F_{tr}$. Pastoviu greičiu leidžiantis nuokalne, pakanka mažesnės variklio traukos jėgos, trinties jėgą atsveria variklio traukos jėga F_2 drauge su sunkio jėgos projekcija: $F_2 + mg\sin\alpha = F_{tr}$. Sudėję F_1 ir F_2, gauname: $F_{tr} = (F_1 + F_2)/2$.

Antra vertus, remdamiesi sąryšiais (3.7), (3.14) ir (1.3) randame, kad variklio galia $N = A/t = Fs/t = Fv$. Pagal uždavinio sąlygą variklio galia N visais atvejais ta pati. Todėl kylant įkalne $N = F_1v_1$, leidžiantis nuokalne $N = F_2v_2$, o važiuojant horizontaliu keliu $N = Fv$. Tad $F_1 = N/v_1$, $F_2 = N/v_2$ ir $F = N/v$. Iš sąryšio $N/v = (N/v_1 + N/v_2)/2$ išreiškiame greitį v:

$$v = 2v_1v_2/(v_1 + v_2).$$

Ats. $2v_1v_2/(v_1 + v_2)$.

3.3. Mechanizmų naudingumo koeficientas

3.3.1 pavyzdys. Keliamojo krano variklio galia lygi 10 kW. Kiek laiko reikės 2 t masės kroviniui pakelti į 50 m aukštį? Variklio naudingumo koeficientas yra 75%.

Duota: keliamojo krano variklo galia $N = 10$ kW $= 10^4$ W; krovinio masė $m = 2t = 2\cdot10^3$ kg; aukštis $h = 50$ m; variklio naudingumo koeficientas $\eta = 75\% = 0{,}75$; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: laiką t.

Sprendimas

Krano naudingumo koeficientas $\eta = A_n/A$ (3.15). Krano naudingasis darbas $A_n = mgh$. Visas atliktas darbas $A = Nt$. Tad $A_n = \eta Nt$. Iš čia

$$t = A_n/\eta N = mgh/\eta N \approx 130 \text{ s}.$$

Ats. ≈ 130 s.

3.3.2 pavyzdys. Raskime vandens turbinos galią, jeigu vanduo į ją patenka 10 m/s greičiu, o išteka 2 m/s greičiu 4 m žemiau esančiame lygyje. Per sekundę pro turbiną prateka 20 m^3 vandens, jos naudingumo koeficientas 0,8.

Duota: įtekančio ir ištekančio vandens greičiai $v_1 = 10$ m/s ir $v_2 = 2$ m/s; aukštis $h = 4$ m; per laiką $t = 1$ s pratekančio vandens tūris $V = 20$ m^3; turbinos naudingumo koeficientas $\eta = 0{,}8$; vandens tankis $\rho = 10^3$ kg/m^3; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: turbinos galią N.

Sprendimas

Remsimės (3.8), (3.9), (3.10), (3.14), (3.15) sąryšiais.

Visas turbinos darbas yra lygus įtekančio ir ištekančio vandens energijų skirtumui: $A = E_1 - E_2$. Įtekantis vanduo turi ir kinetinės, ir potencinės energijos ($E_1 = E_{k1} + E_p = mv_1^2/2 + mgh$), o ištekantis – tik kinetinės energijos ($E_2 = E_{k2} = mv_2^2/2$), čia $m = \rho V$ – pratekančio vandens masė. Naudingasis darbas $A_n = \eta A$, naudingoji galia $N = A_n/t$. Atsižvelgę į visa tai gauname:

$$N = \eta(mv_1^2/2 + mgh - mv_2^2/2)/t = \eta\rho V(v_1^2/2 + gh - v_2^2/2)/t = 1{,}4 \cdot 10^6 \text{ W} = 1{,}4 \text{ MW}.$$

Ats. 1,4 MW.

3.3.3 pavyzdys. Ciklonas, siaubdamas šalį, užtvindė 0,50 km gylio ir 4,0 m skersmens šachtą. Siurblys, išsiurbdamas vandenį, atliko 26 GJ darbą. Koks siurblio naudingumo koeficientas?

Duota: šachtos gylis $h = 0{,}50$ km $= 500$ m; šachtos skersmuo $d = 4{,}0$ m; siurblio atliktas darbas $A = 26$ GJ $= 2{,}6 \cdot 10^{10}$ J; vandens tankis $\rho = 10^3$ kg/m^3; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: siurblio naudingumo koeficientą η.

Sprendimas

Šachtoje buvusio vandens masės centras buvo gylyje $h/2$. Todėl siurblio atliktas naudingas darbas, kuris yra lygus vandens potencinės energijos prieaugiui (3.11), bus $A_n = mgh/2$. Atsižvelgę į tai, kad $m = \rho V$, $V = Sh$ ir $S = \pi d^2/4$, gauname $A_n = \pi\rho g d^2/8$.

Siurblio naudingumo koeficientas (3.15)

$$\eta = A_n/A = \pi\rho g d^2/8A = 0{,}60 = 60\%.$$

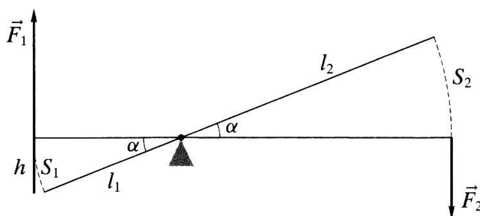
Ats. 60%.

3.3.4 pavyzdys. Trumpąjį sverto petį, kurio ilgis 80 cm, veikia 100 kg masės akmuo. Jam pakelti ilgasis petys, kurio ilgis 4,0 m, buvo veikiamas 250 N jėga. Koks yra sverto naudingumo koeficientas?

Duota: trumpasis sverto petys $l_1 = 80$ cm $= 0{,}80$ m; ilgasis sverto petys $l_2 = 4{,}0$ m; akmens masė $m = 100$ kg; ilgąjį petį veikianti jėga $F = 250$ N; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: sverto naudingumo koeficientą η.

Sprendimas



Idealiu atveju (2.3a) akmeniui pakelti turėtų pakakti jėgos $F_2 = F_1 l_2/l_1 = mgl_2/l_1 = 200$ N, tačiau realiai reikia didesnės jėgos $F = 250$ N. Todėl sverto naudingumo koeficientas $\eta = A_n/A$ yra mažesnis už vienetą.

Iš pateiktos schemos matyti, kad, tuo atveju kai sverto posūkio kampas α yra mažas, akmens pakilimo aukštis h apytiksliai lygus trumpojo sverto galu nueitam keliui s_1: $h = s_1$.

Tad sverto atliktas naudingas darbas A_n yra lygus akmens potencinės energijos prieaugiui (3.10) $A_n = mgh$, o visas sverto atliktas darbas (3.7) $A = Fs_2$. Tad $\eta = mgh/Fs_2$. Iš schemos matyti, kad $h/s_2 \approx s_1/s_2 = l_1/l_2$. Atsižvelgiant į tai

$$\eta = mgl_1/Fl_2 = 0{,}80 = 80\%.$$

Ats. 80%.

3.3.5 pavyzdys. Kokį darbą reikia atlikti, norint nuožulniąja plokštuma, kurios nuolydis 30°, užtempti į 3,0 m aukštį pianiną, kurio masė 120 kg? Trinties koeficientas lygus 0,20. Koks yra nuožulniosios plokštumos naudingumo koeficientas?

Duota: nuožulniosios plokštumos nuolydis $\alpha = 30°$; aukštis $h = 3{,}0$ m; pianino masė $m = 120$ kg; trinties koeficientas $\mu = 0{,}20$; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: naudingumo koeficientą η.

Sprendimas

Pasiremsime 3.2.8 ir 3.2.11 pavyzdžiais.

Šiame uždavinyje kūnas (pianinas) tempiamas be pagreičio. Jėga F turi tik atsverti sunkio jėgos projekciją $mg\sin\alpha$ ir trinties jėgą $F_{tr} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$: $F = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$. Darbą A randame pritaikę darbo formulę (3.7): $A = Fl = Fh/\sin\alpha$. Įrašę F išraišką, gauname:

$$A = (mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha)h/\sin\alpha = 4{,}85\cdot10^3 \text{ J} = 4{,}85 \text{ kJ}.$$

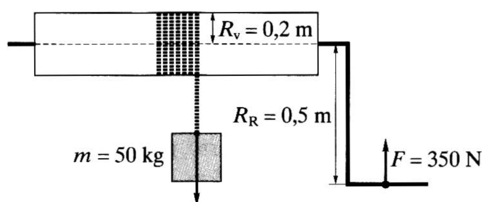
Naudingas darbas yra tai, kad pianiną užtempė į aukštį h, t. y. jis yra lygus pianino potencinės energijos prieaugiui (3.11): $A_n = mgh = mgh/\sin\alpha$. Tad įrašę į nuožulniosios plokštumos naudingumo koeficiento formulę (3.15) A_n ir A išraiškas ir atlikę supaprastinimus, gauname:

$$\eta = A_n/A = \sin\alpha/(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 0{,}74 = 74\%.$$

Ats. 4,85 kJ; 74%.

3.3.6 pavyzdys. Suktuvu keliamas krovinys, kurio masė 50 kg. Grandinės masė 7 kg, veleno spindulys 20 cm, rankenos spindulys 50 cm. Krovinys keliamas, panaudojant 350 N jėgą. Raskime trinties jėgą ir suktuvo naudingumo koeficientą.

Duota: $m = 50$ kg – krovinio masė; $m_g = 7$ kg – grandinės masė; $R_v = 0{,}2$ m – veleno spindulys; $R_R = 0{,}5$ m – rankenos spindulys; $F = 350$ N – vidutinė jėga, kuria šiuo suktuvu pakeliamas krovinys.



Rasti: trinties jėgą F_{tr} ir suktuvo naudingumo koeficientą η.

Sprendimas

Idealiu atveju (jei nebūtų trinties ir grandinė nieko nesvertų) jėga F_2, kurios reikėtų suktuvu pakelti krovinį, turėtų būti gerokai mažesnė (čia F_1 – tai jėga, kurios reikėtų kroviniui pakelti be jokio mechanizmo, šiuo atveju $F_1 = mg$) (2.3b):

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R_R}{R_V}; \quad F_2 = \frac{F_1 \cdot R_V}{R_R} = \frac{500 \cdot 0{,}2}{0{,}5} = 200 \text{ N}. \quad (1)$$

Reali jėga, kuria pakeliamas krovinys, yra 350 N. Toks skirtumas susidaro todėl, kad reikia kelti ne tik krovinį, bet ir suktuvo grandinę bei nugalėti trintį. Taigi reali jėga, keliant krovinį suktuvu, lygi:

$$F = F_2 + F_{gr} + F_{tr} = \frac{F_1 \cdot R_V}{R_R} + \frac{m_{gr}}{2} \cdot g + F_{tr}.$$

Keliant grandinę, jos ilgis, o kartu ir kėlimo jėga, vis mažėja, todėl vidutinė grandinės kėlimo jėga

$$F_{gr} = \frac{m_{gr}}{2} \cdot g.$$

Tada trinties jėga lygi:

$$F_{tr} = F - \frac{F_l \cdot R_V}{R_R} - \frac{m_{gr}}{2} \cdot g = F - mgR_v/R_R - m_{gr}/2 \approx 115 \text{ N}.$$

Dabar apskaičiuokime suktuvo naudingumo koeficientą:

$$\eta = \frac{A_n \cdot 100\%}{A_V};$$

čia A_n – naudingas darbas, lygus potencinės energijos prieaugiui pakeliant krovinį; A – visas darbas, kuris realiai atliekamas, keliant krovinį šiuo suktuvu. Per vieną suktuvo apsukimą krovinys pakyla į aukštį $h = 2\pi R_v$. Tuo tarpu rankena turi nueiti kelią $s = 2\pi R_R$. Taigi, laimėdami jėgos, pralaimime kelio, nes $R_R > R_v$. Apskaičiuokime η:

$$\eta = \frac{A_n \cdot 100\%}{A_V} = \frac{P \cdot h \cdot 100\%}{F \cdot s} = \frac{P \cdot 2\pi \cdot R_V \cdot 100\%}{F \cdot 2\pi \cdot R_R} = \frac{500 \cdot 0{,}2 \cdot 100\%}{350 \cdot 0{,}5} \approx 57\%.$$

Ats. 115 N; 57%.

3.4. Užduotys

3.4.1. Iš 5,0 kg masės šautuvo 600 m/s greičiu išlekia 10 g masės kulka. Raskite šautuvo atatrankos greitį. Kokia vidutine jėga šautuvas veikia šaulio petį, jei šūvio metu šautuvas pajuda 5,0 cm?

3.4.2. Lėktuvas, skrendantis 900 km/h greičiu, susiduria su 2,0 kg masės paukščiu. Kokia jėga paukštis atsimuša į lėktuvą, jeigu smūgis trunka 0,0010 s?

3.4.3. Formuojant geležinkelio sąstatą, trys sukabinti vagonai, važiavę 0,40 m/s greičiu, susiduria su nejudančiu vagonu. Po susidūrimo visi vagonai juda vienodu greičiu į tą pačią pusę. Vagonų masė vienoda. Raskite tą greitį.

3.4.4. Prie 160 kg masės oro baliono pririštos virvinės kopėčios, ant kurių stovi 40 kg masės berniukas. Tarę, kad balionas Žemės atžvilgiu nejuda, apskaičiuokite jo greitį, berniukui lipant kopėčiomis. Berniuko greitis kopėčių atžvilgiu 0,50 m/s.

3.4.5. Kai dviejų pakopų raketos, kurios masė 1,00 t, greitis buvo 171 m/s, nuo jos atsiskyrė antroji pakopa ir nuskriejo 185 m/s greičiu. Antrosios pakopos masė 400 kg. Kokiu greičiu ėmė skrieti pirmoji pakopa?

3.4.6. Sviedinys, kurio masė 50 kg, lėkė 400 m/s greičiu išilgai geležinkelio ir įstrigo 10 t masės vagone su smėliu. Kokiu greičiu pradėjo judėti vagonas, jeigu prieš įstringant sviediniui: a) vagonas stovėjo; b) vagonas judėjo 36 km/h greičiu ta pačia kryptimi kaip ir sviedinys; c) vagonas judėjo 36 km/h greičiu priešinga sviediniui kryptimi?

3.4.7. Stovintis ant ledo 50 kg masės berniukas pagauna 1,0 kg sviedinį, lekiantį gulsčiai 20 m/s greičiu. Kokį atstumą nuslysta žmogus horizontaliu ledo paviršiumi? Trinties koeficientas 0,020.

3.4.8. Žmogus, kurio masė 80 kg, šokdamas statmenai krantui, 7,0 m/s greičiu užšoka ant plausto, plaukiančio pasroviui. Plausto masė 300 kg. Kokiu greičiu ir kokia kryptimi

pradės judėti plaustas su žmogumi, jeigu vandens pasipriešinimo nepaisysime? Upės tėkmės greitis 1,0 m/s.

3.4.9. Žmogus, stovintis ant vagonėlio, pastumia kitą vagonėlį. Abu vagonėliai pradeda riedėti ir, kiek pariedėję, dėl trinties sustoja. Koks yra vagonėlių poslinkių santykis, jeigu pirmojo vagonėlio kartu su žmogumi masė 3 kartus didesnė už antrojo vagonėlio masę?

3.4.10. Molekulė, kurios masė $4{,}65 \cdot 10^{-26}$ kg, atsitrenkia į indo sienelę ir tuo pačiu greičiu atšoka nuo jos. Raskite jėgos impulsą, kai molekulė atsitrenkia ir atšoka: a) statmenai indo sienelei; b) 30° kampu. Molekulės greitis 600 m/s.

3.4.11. Berniukas, kurio masė M, atsirėmęs į barjerą, horizontalia kryptimi greičiu v_1 sviedė m masės akmenį. 1) Kokį greitį v_2 berniukas su pačiūžomis ir stovėdamas ant ledo suteiks akmeniui, mesdamas jį ta pačia jėga? 2) Koks bus akmens greitis v_3 berniuko atžvilgiu? 3. Ar vienodą galią išvystys berniukas abiem atvejais?

3.4.12. Kūnas, kurio masė 0,20 kg, laisvai krinta iš 1,0 m aukščio. Raskite kūno judėjimo kiekio pokytį.

3.4.13. Meteoras ir raketa lekia vienas į kitą 90° kampu. Raketa pataiko į meteorą ir įstringa jame. Meteoro masė m, raketos masė $m/2$, meteoro greitis v, raketos greitis $2v$. Raskite meteoro ir raketos judėjimo kiekį po susidūrimo.

3.4.14. Patrankos sviedinys 1,0 km/s greičiu iššaunamas 60° kampu į horizontą. Aukščiausiame trajektorijos taške sviedinys suskilo į dvi vienodas dalis. Viena nulėkė gulsčiai pradine kryptimi 2,0 km/s greičiu. Kokiu greičiu ir kokia kryptimi tuo pačiu momentu juda antroji skeveldra?

3.4.15. Žmogus eina iš vieno valties galo į kitą. Žmogaus masė 80 kg, valties ilgis 5,0 m. Raskite valties masę, jeigu stovinčiame vandenyje tuo metu ji pasislenka priešinga kryptimi 2,0 m. Pradinis valties greitis lygus nuliui.

3.4.16. Dvi valtys plūduriuoja ežere. Tarp valčių ištempta virvė. Žmogus, sėdintis pirmoje valtyje, traukia virvę pastovia 50 N jėga. Kokiais greičiais kranto atžvilgiu ir antrosios valties atžvilgiu ims judėti pirmoji valtis po 5,0 s? Pirmosios valties ir žmogaus masė 250 kg, antrosios valties ir krovinio masė 500 kg. Vandens pasipriešinimo nepaisykite.

3.4.17. Geležinkelio platforma, kurios masė 20 t, juda greičiu 9,0 km/h. Platformoje yra senovinis pabūklas, iš kurio greičiu 700 m/s iššautas 25 kg masės sviedinys. Raskite platformos greitį po šūvio: 1) jeigu šaunama platformos judėjimo kryptimi; 2) jeigu šaunama priešinga kryptimi.

3.4.18. Trys valtys, kurių masės vienodos ir lygios M, viena paskui kitą iš inercijos plaukia greičiu v. Iš vidurinės valties į abi kraštines valtis vienu metu greičiu u išmetami m masės kroviniai. Kokius greičius įgys valtys, permetus krovinius? Į vandens pasipriešinimą neatsižvelkite.

3.4.19. Signalinės raketos be kuro masė 400 g, kuro masė 50 g. Sudegus kurui ji pakilo į 125 m aukštį. Kokiu greičiu degimo produktai išlekia iš raketos? Tarkime, kad kuras sudegė akimirksniu.

3.4.20. Du 2,0 kg ir 6,0 kg masės rutuliai juda priešpriešiais. Kokiais greičiais ir į kurią pusę judės rutuliai po tampraus smūgio?

3.4.21. 0,50 kg masės kūno judėjimas aprašomas lygtimi $x = 5 + 8t + 5t^2$. Raskite jo energijos prieaugį per pirmąsias dvi judėjimo sekundes.

3.4.22. 70 kg masės žmogus leidžiasi 20 m ilgio laiptais, kurie su horizontalia plokštuma sudaro 30° kampą. Apskaičiuokite sunkio jėgos darbą.

3.4.23. Kokį vandens tūrį 2,0 kW galios siurblys gali išsiurbti iš 20 m gylio šulinio per 10 min? Apskaičiuokite sunkio jėgos atliekamą darbą.

3.4.24. 10 kg masės kūnas, veikiamas pastovios 200 N jėgos, pakyla į 20 m aukštį. Kokį greitį turi kūnas aukščiausiame pakilimo taške? Kokia jo energija šiame taške? Kokiu greičiu laisvai krisdamas jis nukris?

3.4.25. 20 m/s greičiu važiuojantis automobilis buvo pradėtas stabdyti horizontalioje plento atkarpoje. Trinties koeficientas lygus 0,5. Apskaičiuokite trumpiausią automobilio stabdymo kelią.

3.4.26. Nuo 20 m aukščio bokšto gulsčiai 20 m/s greičiu mestas 1,0 kg masės akmuo. Kiek laiko akmuo kris ir kokiame nuotolyje nuo bokšto pagrindo jis nukris? Kokia bus akmens kinetinė energija tuo momentu, kai jis nukris?

3.4.27. Darbininkas tolygiai 100 m stumia 2,0 t masės vagonėlį. Raskite atliekamą darbą, jeigu trinties koeficientas 0,01. Kokį darbą atlieka trinties jėga?

3.4.28. Kamuolys, kurio masė 0,10 kg, laisvai krinta iš 10 m aukščio. Raskite: a) potencinę ir kinetinę energiją kritimo pradžioje; b) 4,0 m aukštyje ir c) kritimo pabaigoje. Oro pasipriešinimo nepaisykite.

3.4.29. Akmuo, kurio masė 2,0 kg, krinta iš 5,0 m aukščio ir įsminga į gruntą 5,0 cm. Raskite vidutinę grunto pasipriešinimo jėgą ir atliktą darbą įsmingant į gruntą. Kiek įsmigs akmuo, krisdamas iš dvigubai didesnio aukščio?

3.4.30. Kaip reikia mesti sviedinį į grindis iš aukščio h, kad jis atšoktų į aukštį H $(H > h)$?

3.4.31. 2 t masės lėktuvas skrenda 50 m/s greičiu. 420 m aukštyje išjungiami varikliai ir jis pradeda leistis. Lėktuvas žemę pasiekia, turėdamas 30 m/s greitį. Kokį darbą atlieka oro pasipriešinimo jėga lėktuvui planiruojant? Kokia lėktuvo mechaninė energija nurodytame aukštyje? Kokia lėktuvo mechaninė energija, jam nusileidus?

3.4.32. Kokį darbą reikia atlikti, norint iškasti 2,0 m skersmens ir 12 m gylio šulinį? Kasamo grunto vidutinis tankis $2{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3.

3.4.33. Traukinio sąstatas, kurio masė 600 t, kol nuvažiuoja nuo stoties 2,5 km, išvysto 60 km/h greitį. Kokia vidutinė lokomotyvo galia, jeigu trinties koeficientas 0,005? Kam lygus trinties jėgos darbas?

3.4.34. Iš nejudančios valties gulsčia kryptimi žmogus meta 20 m/s greičiu 1,0 kg masės akmenį. Valties ir žmogaus masė 200 kg. Kokį darbą atlieka žmogus, kai valtis pritvirtinta, ir kokį, kai valtis gali laisvai judėti?

3.4.35. Du žmonės, apsiavę riedučius, stovi vienas prieš kitą. Pirmojo čiuožėjo masė $m_1 =$ 70 kg, antrojo – $m_2 = 80$ kg. Pirmasis čiuožėjas greičiu $v = 5$ m/s gulsčiai meta antrajam čiuožėjui krovinį, kurio masė $m = 10$ kg. Raskite pirmojo ir antrojo čiuožėjo greičius ir kinetines energijas po metimo. Į trintį neatsižvelkite.

3.4.36. 2,0 kg masės rutulys 12 m/s greičiu trenkėsi į 4,0 kg masės nejudantį rutulį. Dėl to jo greitis sumažėjo 3 kartus. Raskite rutulių kinetines energijas, įgytas smūgio metu.

3.4.37. 10 m/s greičiu 30° kampu į horizontą išmestas rutulys aukščiausiame trajektorijos taške suskilo į dvi vienodas skeveldras. Viena skeveldra nulėkė vertikaliai žemyn 10 m/s greičiu. Kaip aukštai pakilo antroji skeveldra ir kokiu greičiu ji nukrito?

3.4.38. Du kūnai, kurių masės 2,0 kg ir 3,0 kg, juda dviem viena kitai statmenomis kryptimis 10 m/s ir 20 m/s greičiais. Po susidūrimo jie sulipo. Kiek šilumos išsiskyrė susidūrimo metu?

3.4.39. 0,50 kg masės kūnas, išmestas vertikaliai aukštyn 20 m/s greičiu, pakilo į 15 m aukštį. Apskaičiuokite pasipriešinimo jėgos atliktą darbą ir vidutinę pasipriešinimo jėgą.

3.4.40. Kokią galią išvysto žmogus, tempiantis horizontaliu keliu 3,0 m/s greičiu 40 kg masės roges? Rogių trinties į sniegą koeficientas 0,15. Virvės, su kuriomis tempiamos rogės, sudaro 30° kampą su keliu.

3.4.41. 0,10 kg masės materialusis taškas, sukdamasis horizontalioje plokštumoje 60 cm spindulio orbita, padidino savo greitį nuo 2,0 aps/s iki 5,0 aps/s. Koks darbas buvo atliktas didinant greitį? Kam lygus įcentrinės jėgos atliktas darbas?

3.4.42. Ant nesvarios 50 N/m standumo spyruoklės pakabintas 2,0 kg masės pasvaras. Kokia yra spyruoklės tampriosios deformacijos potencinė energija? Kokį darbą reikėtų atlikti, norint ištempti spyruoklę dar tiek, kiek ją ištempė pasvaras?

3.4.43. Berniukas šauna iš timpos, įtemdamas ją tiek, kad ji pailgėja 12 cm. Kokiu greičiu išlekia 30 g masės akmenėlis? Žinoma, kad, norint įtemti timpą 1,0 cm, reikia 13 N jėgos.

3.4.44. Spyruoklės standumas 1,5 N/cm. Nubrėžkite spyruoklės pailgėjimo priklausomybės nuo veikiančios jėgos grafiką. Iš grafiko apskaičiuokite jėgą, naudojamą ištempti spyruoklei 8,5 cm, ir mechaninį darbą.

3.4.45. Švininis kubas, kurio kraštinė a, jo tankis ρ, padėtas ant horizontalios plokštumos. Kokį mažiausią darbą reikia atlikti, norint kubą paversti ant gretimos sienos?

3.4.46. 1,5 m skersmens ir 0,50 t masės smagratis daro 600 aps/min. Raskite smagračio ratlankio linijinį greitį ir kinetinę energiją, tarę, kad visa smagračio masė sukoncentruota ratlankyje.

3.4.47. 5,0 kg masės lankas neslysdamas rieda 4,0 m/s greičiu. Apskaičiuokite jo kinetinę energiją.

3.4.48. Apskaičiuokite 1,0 t masės Žemės palydovo, besisukančio 600 km aukštyje, kinetinę energiją. Žemės masė $6 \cdot 10^{24}$ kg.

3.4.49. 100 kg masės krovinys 1,0 m/s^2 pagreičiu pakeliamas nuožulniąja plokštuma, kurios ilgis 2,0 m. Nuožulnioji plokštuma su horizontu sudaro 30° kampą, trinties koeficientas yra 0,10. Apskaičiuokite atliekamą darbą ir vidutinę galią.

3.4.50. Traukinys, kurio masė 1000 t, 30 km/h greičiu važiuoja įkalne, kurios nuolydis yra 10 m kiekvienam kilometrui. Trinties koeficientas lygus 0,0020. Raskite šilumvežio galią.

3.4.51. Automobilis, kurio masė 1,5 t, su išjungtu varikliu greičiu 60 km/h rieda nuo kalno, kurio nuolydis lygus 1 m kas 20 m. Apskaičiuokite variklio galią, automobiliui tuo pačiu greičiu kylant į kalną. Kokį darbą jis atlieka per 15 s?

3.4.52. 500 kg poliakalės tvoklė krinta 4 m/s greičiu ant 100 kg masės poliaus. Raskite poliakalės ir tvoklės greitį po smūgio. Koks yra smūgio naudingumo koeficientas, jeigu smūgis tamprus?

3.4.53. Siurblys per 15 min. pakelia į 18 m aukštį 100 m^3 vandens. Siurblio naudingumo koeficientas 50%. Apskaičiuokite siurblio variklio darbo metu išvystomą galią.

3.4.54. Turbinos galia 270 MW. Pro ją per 1 s prateka 300 m^3 iš 100 m aukščio krintančio vandens. Apskaičiuokite turbinos naudingumo koeficientą.

3.4.55. Metalo lakštai karpomi žirklėmis, kurių rankenos ilgos, o ašmenys trumpi. Kokia jėga veikia kerpamą lakštą, jei rankenos spaudžiamos 50 N jėga, o jėgų pečių ilgiai 20 cm ir 5 cm. Žirklių naudingumo koeficientas 90%.

3.4.56. Sukant rankeną 150 N jėga, suktuvu keliamas 45 kg krovinys. Rankenos spindulys 40 cm, veleno spindulys 12 cm. Koks šio suktuvo naudingumo koeficientas?

3.4.57. Krovinys, kurio masė 100 kg, traukiamas į 3 m aukštį nuožulniąja plokštuma, kurios ilgis 5 m, naudojant 650 N jėgą. Apskaičiuokite trinties jėgą, kuri veikia traukiamą krovinį. Koks šios nuožulniosios plokštumos naudingumo koeficientas?

3.4.58. Arklys traukia į kalną 550 kg masės vežimą. Įkalnės ilgis 1,5 km, o aukštis 100 m. Arklys turi įveikti 300 N dydžio trinties jėgą. Kokį darbą atlieka arklys sunkio jėgai įveikti ir kokį trinčiai įveikti? Koks yra įkalnės naudingumo koeficientas?

3.4.59. Raskite 4,0 m ilgio ir 2,0 m aukščio nuožulniosios plokštumos naudingumo koeficientą. Trinties koeficientas, šliaužiant ja kūnui 0,25.

3.4.60. Nekilnojamuoju skridiniu į 10 m aukštį keliamas 25 kg masės krovinys. Traukiamojo lyno šaka veikiama 275 N jėga. Apskaičiuokite naudingą ir visą atliktą darbą bei skridinio naudingumo koeficientą. Kiek mechaninės energijos suvartota trinčiai įveikti?

3.4.61. Kilnojamojo skridinio masė 10 kg. Juo keliami (atskirai) 40 kg ir 50 kg kroviniai. Koks mechanizmo naudingumo koeficientas vienu ir kitu atveju? Trinties galima nepaisyti.

3.4.62. 80 kg masės krovinys keliamas kilnojamuoju skridiniu į 12 m aukštį. Raskite šiam kėlimui reikalingą jėgą, naudingą ir visą atliktą darbą. Mechanizmo naudingumo koeficientas 80%.

II. ŠILUMINIAI REIŠKINIAI

4. Molekulinė fizika ir termodinamika

Molekulinė fizika šiluminius reiškinius aiškina kaip molekulių chaotinio judėjimo pasekmę.

Svarbus molekulinės kinetinės teorijos dydis yra medžiagos kiekis ν, matuojamas mòliais (mol) (lot. *moles* – masė). Tai vienas iš septynių pagrindinių SI vienetų. Avogadro skaičius $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1} rodo, kiek yra dalelių (molekulių, atomų, jonų) viename medžiagos mòlyje. Medžiagos mòlio masė paprastai žymima raide M. Įvairių medžiagų mòlio masės nurodomos lentelėse.

Žinant kokios nors medžiagos masę m ir jos mòlio masę M, labai paprasta apskaičiuoti medžiagos kiekį ν ir dalelių skaičių N jame bei dalelės masę m_0:

$$\nu = m/M; \quad N = \nu N_A = N_A m/M; \quad m_0 = M/N_A. \tag{4.1}$$

Lentelėse būna pateiktos įvairių medžiagų tankio vertės ρ. Pagal jas galima apskaičiuoti medžiagos dalelių koncentraciją n:

$$n = N/V = \rho N_A/M = \rho/m_0. \tag{4.2}$$

Kai medžiaga dujinė ir kai žinomas jos tūris V normaliomis sąlygomis (slėgis $p = 100$ kPa, temperatūra $T = 273$ K), galima rasti medžiagos kiekį

$$\nu = V/V_M; \tag{4.3}$$

čia $V_M = 22{,}4\cdot10^{-3}$ m^3/mol $= 22{,}4$ l/mol – dujų mòlio tūris normaliomis sąlygomis.

Molekulinėje kinetinėje dujų teorijoje naudojami modeliai. Paprasčiausias dujų modelis yra *idealiosios*, arba *tobulosios*, dujos. Šiame modelyje nepaisoma molekulių sąveikos jėgų – tariama, kad jos nykstamai mažos. Idealiųjų dujų molekulių vidutinė kinetinė energija daug kartų didesnė už jų sąveikos potencinę energiją. Realios dujos turi tokias pat savybes kaip idealiosios, kai jos labai praretintos, t. y. kai vidutinis atstumas tarp molekulių daug kartų didesnis už jų matmenis.

Idealiųjų dujų molekulinės kinetinės teorijos pagrindinė lygtis užrašoma keliais pavidalais:

$$p = (1/3)nm_0v_{kv}^2 = (2/3)n\overline{E}_K = nkT; \tag{4.4}$$

čia v_{kv}^2 – molekulių greičių kvadratų vidurkis;

$$\overline{E}_K = 3kT/2 \tag{4.5}$$

– molekulės vidutinė kinetinė energija (tobulųjų arba vienatomių dujų atveju tai visa molekulės energija; daugiaatomių molekulių atveju – tik tų molekulių slenkamojo judėjimo kinetinė energija); $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ J/K – Bolcmano konstanta; T – temperatūra absoliutinėje skalėje.

Iš (4.4) formulės aišku, kad slėgis dujose nepriklauso nuo molekulių rūšies, o priklauso tik nuo jų skaičiaus. Iš to išplaukia išvada, kurią nusako **Daltono dėsnis**: jeigu inde yra keleto

chemiškai tarpusavyje nereaguojančių dujų mišinys, tai jo slėgis lygus sumai dalinių slėgių, kuriuos inde sukelia kiekvienas atskiras mišinio komponentas:

$$p = p_1 + p_2 + \cdots + p_n. \tag{4.6}$$

Remiantis (4.4) lygtimi galima išvesti formulę molekulių vidutiniam kvadratiniam greičiui apskaičiuoti:

$$v_{kv} = (3p/\rho)^{1/2} = (3kT/m_0)^{1/2} = (3RT/M)^{1/2}; \tag{4.7}$$

čia $R = kN_A = 8{,}31$ J/mol·K – universalioji dujų konstanta.

Termodinamika – tai mokslas apie temperatūrą, šilumą, apie šilumos ir darbo virsmus. Ji remiasi keliais postulatais, vadinamais *termodinamikos dėsniais*. Termodinamikos dėsniai – nepaneigiami ir visuotiniai, jais pagrįstos įvairiausios žinios apie viską, kas egzistuoja, kinta ir vystosi mus supančiame pasaulyje.

Energijos tvermės ir virsmo dėsnis, pritaikytas šiluminiams reiškiniams dujose, vadinamas **pirmuoju termodinamikos dėsniu**: *dujoms suteiktas šilumos kiekis Q eikvojamas dujų vidinei energijai* ΔU *didinti ir dujų plėtimosi darbui A atlikti.*

$$Q = \Delta U + A. \tag{4.8}$$

Tobulųjų dujų vidinė energija U priklauso tik nuo medžiagos kiekio $\nu = m/M$ ir absoliutinės temperatūros T; ji gali būti apskaičiuota pagal formulę

$$U = 3m/2M \cdot RT = 3/2\nu \cdot RT. \tag{4.9}$$

Dviatomių ar daugiaatomių molekulių atveju (4.9) formulė išreiškia tik tų molekulių slenkamojo judėjimo energiją ir neįvertina jų energijos, susijusios su molekulių sukimusi ar atomų svyravimu molekulėje.

Šiluma, kaip ir darbas, – tai ne energija, o jos perdavimo būdas, t. y. procesas. Energijos, perduotos vieno kūno kitam šilumos mainų būdu, matas yra šilumos kiekis. Kūno, gavusio šilumos, vidinė energija padidėja. Kūnui atiduodant šilumą, jo vidinė energija sumažėja. Kiek šilumos atiduoda kūnai, kurių vidinė energija mažėja, tiek pat šilumos gauna kiti kūnai, kurių vidinė energija didėja.

Šilumos kiekis Q, reikalingas m masės kūno temperatūrai padidinti dydžiu $\Delta T = T_2 - T_1$, skaičiuojamas pagal formulę:

$$Q = cm(T_2 - T_1) = cm\Delta T; \tag{4.10}$$

čia c – medžiagos savitoji šiluma (J/kg·K) – tai šilumos kiekis, reikalingas medžiagos 1 kg temperatūrai pakelti vienu laipsniu.

Besiplečiančių dujų tūriui pakitus nuo V_1 iki V_2, atliekamas darbas A izobarinio proceso ($p =$ const) atveju randamas pagal formulę:

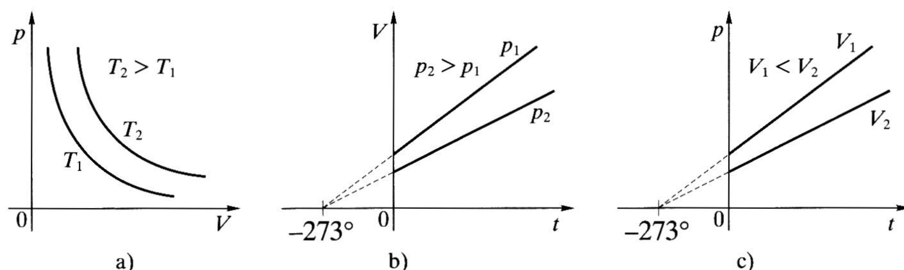
$$A = p(V_2 - V_1). \tag{4.11}$$

Antrasis termodinamikos dėsnis apibrėžia, kuria kryptimi gali vykti energijos virsmai; iš jo išplaukia, kad gamtoje vykstantys procesai yra negrįžtami.

Bet kurias dujas galima apibūdinti keletu termodinaminių parametrų: jų mase m, užimamu tūriu V, slėgiu į indo sieneles p, jų temperatūra T ir molio mase M. Kintant nors vienam parametrui, kinta dujų būsena. Dujų būsenos kitimas vadinamas procesu. Visus šiuos dydžius tarpusavyje sieja ir procesą aprašo **Klapeirono ir Mendelejevo lygtis** (**universalioji dujų būsenos lygtis**):

$$pV = m/M \cdot RT = \nu RT. \qquad (4.12)$$

Iš (4.11) lygties išplaukia *izoprocesų* (procesų, kai dujų masė m ir dar vienas iš parametrų (p, V ar T) nekinta) apibrėžimas. Procesai, kurie vyksta nekintant temperatūrai, vadinami izoterminiais, nekintant slėgiui – izobariniais, nekintant tūriui – izochoriniais. Kiekvieną šių procesų atspindi pateiktos diagramos.



Izoterminis procesas (m = const ir T = const) aprašomas **Boilio ir Marioto dėsniu**, pV = const. Lyginant dvi dujų būsenas, jis virsta sąryšiu

$$p_1V_1 = p_2V_2. \qquad (4.13)$$

Izobarinis procesas (m = const ir p = const) nusakomas **Gei-Liusako dėsniu**, V/T = const. Lyginant dvi dujų būsenas, jo pavidalas yra toks:

$$V_1/T_1 = V_2/T_2. \qquad (4.14)$$

Izochorinis procesas (m = const ir V = const) nusakomas **Šarlio dėsniu**, p/T = const. Lyginant dvi dujų būsenas, šio dėsnio išraiška yra tokia:

$$p_1/T_1 = p_2/T_2. \qquad (4.15)$$

Bet kokiam procesui aprašyti tinka Klapeirono ir Mendelejevo lygtis. Boilio ir Marioto, Gei-Liusako, Šarlio dėsniai yra Klapeirono ir Mendelejevo lygties atskiri atvejai.

Įvairiems dujų procesams I termodinamikos dėsnis užrašomas taip: izoterminiam procesui $Q = A$, nes temperatūra pastovi ir vidinės energijos kitimo nėra; izochoriniam procesui $Q = \Delta U$, nes tūris pastovus, dujos nesiplečia ir darbo neatlieka; izobariniam procesui $Q = \Delta U + A$, nes šio proceso metu kinta ir dujų temperatūra ir jų tūris, adiabatiniam procesui (tai procesas, kurio metu nevyksta šilumos apykaita tarp dujų sistemos ir aplinkos) $Q = 0$, $A = -\Delta U$. Galima daryti išvadą, kad adiabatiškai besiplėsdamos dujos turi atvėsti, o adiabatiškai spaudžiamos – įkaisti.

Skysčių ir kietųjų kūnų šiluminis plėtimasis yra labai nežymus, todėl jų kaitinimas iš esmės yra izochorinis procesas, kurio metu skysčiui ar kietajam kūnui suteiktas šilumos kiekis virsta jų vidine energija: $Q = \Delta U$.

Degdamas kuras išskiria šilumą. Šilumos kiekis Q, išsiskiriantis sudegus masės m kurui,

$$Q = qm; \qquad (4.16)$$

čia q – kuro degimo savitoji šiluma (J/kg) – šilumos kiekis, išsiskiriantis sudegus vienam kilogramui kuro.

Skysčiui garinti eikvojama šiluma. Šilumos kiekis Q, reikalingas skysčio masei m išgarinti virimo temperatūroje, randamas pagal formulę

$$Q = Lm; \quad (4.17)$$

čia L – garavimo savitoji šiluma (J/kg) – t. y. šilumos kiekis, reikalingas išgarinti vienam kilogramui skysčio virimo temperatūroje. Garams kondensuojantis išsiskiria ekvivalentiškas šilumos kiekis.

Kietajam kūnui išlydyti taip pat reikalinga šiluma. Šilumos kiekis Q, reikalingas masės m kūnui išlydyti lydymosi temperatūroje, randamas pagal formulę

$$Q = \lambda m; \quad (4.18)$$

čia λ – lydymosi savitoji šiluma (J/kg) – šilumos kiekis, reikalingas išlydyti vienam kilogramui kietojo kūno lydymosi temperatūroje. Skysčiui kristalizuojantis išsiskiria ekvivalentiškas šilumos kiekis.

Šiluminė mašina šilumą verčia darbu. Ne visas degant kurui išsiskyręs šilumos kiekis Q_1 virsta darbu A, dalis jo Q_2 šildo ir aplinką. Todėl įvedama šiluminės mašinos naudingumo koeficiento sąvoka. η – naudingai suvartoto ir išsiskyrusio šilumos kiekio santykis:

$$\eta = A/Q_1 = (Q_1 - Q_2)/Q_1; \quad (4.19)$$

čia Q_1 – gautas iš kaitintuvo šilumos kiekis, Q_2 – aušintuvo atiduotas šilumos kiekis.

Idealiosios šiluminės mašinos naudingumo koeficientas η_{id} išreiškiamas formule

$$\eta_{id} = (T_1 - T_2)/T_1; \quad (4.20)$$

čia T_1 ir T_2 – kaitintuvo ir aušintuvo temperatūra (K). η_{id} yra maksimali naudingumo koeficiento vertė ($\eta_{max} = \eta_{id}$) bet kokiai šiluminei mašinai, veikiančiai temperatūrose T_1 ir T_2.

Garais vadinamos dujos, kurių temperatūra yra žemesnė už kritinę, ir jos gali būti suskystintos tik slegiant, bet nežeminant temperatūros.

Sotieji garai – garai, besiliečiantys su skysčiu ir esantys su juo dinaminėje pusiausvyroje. Kuo aukštesnė temperatūra, tuo didesnis sočiųjų garų slėgis. Sočiųjų garų slėgis kylant temperatūrai didėja dėl dviejų priežasčių: dėl to, kad didėja temperatūra, ir dėl to, kad vis daugiau skysčio išgaruoja, t. y. dėl to, kad didėja garų masė.

Sočiųjų garų slėgis p_0 yra maksimalus garų slėgis, t. y. bet kurioje temperatūroje garų slėgis negali būti didesnis už sočiųjų garų slėgį p_0. Duomenys apie sočiųjų garų slėgį įvairiose temperatūrose pateikiami lentelėse, kurias galima rasti fizikos uždavinynuose ir žinynuose.

Garų ir dujų prigimtis ta pati ir jiems galima taikyti Klapeirono ir Mendelejevo lygtį (4.12). Tik reikia turėti omenyje, kad bendru atveju, kintant temperatūrai ar tūriui, kinta ir garų masė. Tai aptarsime nuodugniau. Čia galimi du iš esmės skirtingi atvejai.

1 atvejis. Kai garai atskirti nuo skysčio.

Kaitinant tokius garus (sočiuosius ar nesočiuosius, izobariškai ar izochoriškai), jų masė nesikeičia. Todėl procesas vyksta pagal atitinkamų izoprocesų dėsningumą, aprašomą Gei-Liusako ir Šarlio dėsnių lygtimis (4.14) ir (4.15) arba Klapeirono ir Mendelejevo lygtimi (4.12).

Aušinant situacija sudėtingesnė. Izochoriškai vėstantys nesotieji garai, pasiekę tam tikrą temperatūrą, vadinamą rasos tašku T_r, pasidaro sotieji. Toliau mažinant temperatūrą sočiųjų garų slėgis taip pat mažėja, pertekliniai garai kondensuojasi ir garų masė taip pat mažėja. Nei Šarlio dėsnio (4.15), nei Klapeirono ir Mendelejevo (4.12) lygtys procesui aprašyti nebetinka. Izobariškai vėstantys garai vėlgi pasiekus tam tikrą temperatūrą pasidaro sotieji ir tolesnis jų

izobarinis aušinimas darosi neįmanomas, nes, mažėjant temperatūrai, kartu mažėja ir sočiųjų garų slėgis bei jų masė. Procesas nebepaklūsta nei Gei-Liusako dėsniui (4.14), nei Klapeirono ir Mendelejevo lygčiai (4.12).

Izotermiškai plečiant garus, procesas paklūsta Boilio ir Marioto dėsniui (4.13) ar Klapeirono ir Mendelejevo lygčiai (4.12) (garų masė pastovi). Tačiau izotermiškai slegiant garus, garų slėgis didėja tik tol, kol garai pasidaro sotieji. Toliau slegiant garų slėgis nebemažėja ir lieka lygus sočiųjų garų slėgiui toje temperatūroje p_0. Procesas pasidaro ne tik izoterminis, bet ir izobarinis.

2 atvejis. Kai garai neatskirti nuo skysčio.

Šiuo atveju garai, būdami dinaminėje pusiausvyroje (nepusiausvirųjų procesų nenagrinėjame) su skysčiu, gali būti tik sotieji.

Sočiuosius garus (neatskirtus nuo skysčio) izotermiškai plečiant ar slegiant jų slėgis nesikeičia, o išlieka lygus sočiųjų garų slėgiui toje temperatūroje, tačiau kinta garų masė. Plečiant sočiuosius garus, ji didėja (dalis skysčio išgaruoja) ir, atvirkščiai, slegiamų garų masė mažėja (dalis garų susikondensuoja).

Izochoriškai kaitinant sočiųjų garų slėgis p_0 didėja, kartu didėja ir jų masė. Izochoriškai aušinant vyksta atvirkščias procesas.

Izobariškai pakeisti sočiųjų garų temteratūros neįmanoma, nes bet koks temperatūros pokytis yra susijęs su sočiųjų garų slėgio p_0 pokyčiu.

Nors, nagrinėjant garus, Klapeirono ir Mendelejevo lygtis (4.12) neaprašo sočiųjų garų izoprocesų (dėl to, kad šių procesų metų kinta garų masė), ši lygtis, į kurią dabar įeina keturi kintamieji dydžiai (sočiųjų garų slėgis p_0 ir atitinkama temperatūra T, jų masė m ir tūris V), tinka bet kuriai sočiųjų garų būsenai aprašyti.

Oro absoliutinė drėgmė yra dalinis vandens garų slėgis p ore arba jų tankis ρ. Santykine oro drėgme φ vadinamas oro absoliutinės drėgmės santykis su sočiųjų vandens garų slėgiu p_0 arba tankiu ρ_0 toje temperatūroje:

$$\varphi = p/p_0 \cdot 100\% = \rho/\rho_0 \cdot 100\%. \tag{4.21}$$

Kaip jau minėta, rasos tašku T_r vadinama temperatūra, iki kurios atvėsus orui prasideda vandens kondensacija – iškrinta rasa. Kitaip sakant, rasos taškas T_r yra temperatūra, iki kurios atvėsęs oras pasidaro 100% drėgnas:

$$p = p_{0r}, \quad \rho = \rho_{0r}; \tag{4.22}$$

čia p_{0r} ir ρ_{0r} – sočiųjų vandens garų slėgis ir tankis rasos taške.

Skysčio paviršiaus įtempimo jėgos apibūdinamos paviršinio įtempimo koeficientu σ:

$$\sigma = F_{\text{įt}}/l = E_p/S = A/S; \tag{4.23}$$

čia $F_{\text{įt}}$ – paviršinio įtempimo jėga, veikianti ilgio l kontūrą, ribojantį skysčio paviršių; E_p – papildoma potencinė energija, kurią turi S ploto paviršiaus molekulės, be tūryje esančių molekulių energijos; A – darbas, kurį reikia atlikti, norint skysčio paviršiaus plotą padidinti dydžiu S.

Visiškai kapiliaro sieneles drėkinantis skystis pakyla į aukštį h (arba nusileidžia į tokį pat aukštį, jei sienelių visiškai nedrėkina):

$$h = 2\sigma/\rho g r; \tag{4.24}$$

čia r – kapiliaro spindulys; g – laisvojo kritimo pagreitis.

Gniuždančios arba tempiančios jėgos F poveikis ilgio l ir skerspjūvio ploto S strypui apibūdinamas mechaninės įtampos σ ir santykinio pailgėjimo ε sąvokomis:

$$\sigma = F/S; \quad \varepsilon = \Delta l/l; \tag{4.25}$$

čia Δl – absoliutus strypo ilgio pokytis.

Pagal **Huko dėsnį**, taikomą esant nedidelėms deformacijoms,

$$\sigma = E\varepsilon; \tag{4.26}$$

čia E – medžiagos tamprumo modulis, matuojamas paskaliais ir reiškiantis tokią įtampą, kurios veikiamo kūno ilgis pakinta dvigubai. Dauguma medžiagų tokių įtempimų neatlaiko, suyra.

Įvairių medžiagų tamprumo modulių E reikšmės nurodomos lentelėse. Jose taip pat nurodyta medžiagų tempimo (arba gniuždymo) atsparumo riba σ_{st}, kurią pasiekus medžiaga suyra.

Medžiagos atsparumo atsarga n_{st} vadinamas atsparumo ribos σ_{st} santykis su realia įtampa medžiagoje:

$$n_{st} = \sigma_{st}/\sigma. \tag{4.27}$$

Mechanikos kurse Huko dėsnis buvo pateiktas tokiu pavidalu:

$$F = k\Delta l; \tag{4.28}$$

čia k – kūno tamprumas arba standumas, matuojamas N/m. Jis gali būti išreikštas sąryšiu:

$$k = ES/l. \tag{4.29}$$

Metodiniai nurodymai

1. Sprendžiant uždavinius, kai reikia rasti molekulės vidutinę kinetinę energiją $E_K = 3kT/2$ (4.5), reikia nepamiršti, kad ši formulė tinka tik idealiosioms ar vienatomėms dujoms. Dviatomių ar daugiaatomių molekulių atveju ši formulė išreiškia tik tų molekulių slenkamojo judėjimo energiją ir neįvertina jų energijos, susijusios su molekulių sukimusi ar atomų svyravimu molekulėje.

2. Spręsdami dujų dėsnių uždavinius, atkreipkite dėmesį į tai, kad dujų dėsniai tinka praretintoms dujoms ir nepraretintoms, kai sąlygos artimos normalioms (T = 0°C, p = $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa). Kai dujų tankis didelis, negalima nepaisyti molekulių sąveikos, vadinasi, idealiųjų dujų modelis netinka. Būtina patikrinti, ar visi duotieji dydžiai išreikšti SI vienetais (1 l = 10^{-3} m; 1 atm = $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa; 1 mmHg = 133 Pa; 0°C = 273 K).

3. Uždaviniuose su vidinės energijos kitimais sistemos vidinės energijos pokytis $\Delta U = U_2 - U_1$ nepriklauso nuo to, kaip sistema perėjo iš vienos būsenos į kitą.

4. Taikant pirmąjį termodinamikos dėsnį dujoms suteiktam šilumos kiekiui apskaičiuoti, reikia nepamiršti, kad dujų vidinės energijos formulė $U = 3mRT/2M$ (4.9) tinka tik vienatomėms dujoms, o dujų plėtimosi darbo formulė $A = p(V_2 - V_1)$ (4.11) aprašo tik izobarinį procesą. Jei dujos nevienatomės, reikia pasitelkti formulę $Q = cm(T_2 - T_1)$ (4.10). Įvairių dujų savitosios šilumos vertės c izobariniam ir izochoriniam procesui pateikiamos lentelėse.

5. Taikant Klapeirono ir Mendelejevo lygtį (4.12) bei dujų izoprocesų lygtis (4.13), (4.14), (4.15), skaičiuojant idealiosios šiluminės mašinos naudingumo koeficientą (4.19) negalima pamiršti, kad temperatūra šiose formulėse matuojama kelvinais. Dujų izoprocesų uždavinių sprendimą reikia papildyti proceso diagrama, nubraižyta uždavinio sąlygą atitinkančiose koordinatėse (pV, VT ar pT).
6. Vykstant šilumos mainams tarp kelių kūnų, kiek šilumos atiduoda kūnai, kurių vidinė energija mažėja, tiek pat šilumos gauna kiti kūnai, kurių vidinė energija didėja. Sprendžiant uždavinius su šiluminiais mainais, pirmiausia reikia išsiaiškinti, kas šilumos gavo ir kas ją atidavė. Šilumos kiekis, kurį vieni kūnai gavo būtinai yra lygus šilumos kiekiui, kurį kiti kūnai atidavė. Kitaip sakant, yra šilumos kiekių balansas. Sudarant šilumos balanso lygtį galima elgtis dvejopai.

Vienu atveju galima gautus šilumos kiekius Q_1, Q_2, Q_3 traktuoti kaip teigiamus, o atiduotus šilumos kiekius Q_4, Q_5, Q_6 – kaip neigiamus; balanso lygtis sudaroma visą šių šilumos kiekių sumą prilyginant nuliui: $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 = 0$. Skaičiuojant kiekvieną šilumos kiekį pagal (4.10) formulę, būtinai reikia iš galutinės temperatūros atimti pradinę. Tada gauti šilumos kiekiai yra teigiami (nes šilumą gavusio kūno galutinė temperatūra yra aukštesnė už pradinę), o atiduoti šilumos kiekiai esti neigiami (nes atidavusio šilumą kūno galutinė temperatūra yra mažesnė už pradinę).

Kitu atveju visi šilumos kiekiai (ir gautieji, ir atiduotieji) yra laikomi teigiamais, o šilumos balanso lygtis sudaroma gautų šilumos kiekių Q_1, Q_2, Q_3 sumą prilyginant atiduotų šilumos kiekių Q_4, Q_5, Q_6 sumai: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4 + Q_5 + Q_6$. Šiuo atveju skaičiuojant šilumos kiekius pagal (4.10) formulę, visada iš aukštesnės temperatūros yra atimama žemesnė. Sprendžiant toliau pateiktus uždavinių pavyzdžius naudota ši metodika.

Kai šilumos kiekiai gaunami ir atiduodami lydant ir kristalizuojant arba garinant ir kondensuojat, tai tie procesai vyksta esant pastoviai temperatūrai ir jokių problemų nekyla.

7. Sprendžiant uždavinius, susijusius su šiluminiais varikliais, reikia prisiminti, kad joks šiluminis variklis negali veikti, jeigu jo darbinio kūno ir aplinkos temperatūra tokia pat. Šiluminis variklis atlieka darbą vartodamas vidinę energiją – šilumai pereinant iš šiltesnių kūnų į šaltesnius. Bet kurio šiluminio variklio didžiausias naudingumo koeficientas (η) visada mažesnis už vienetą.
8. Sprendžiant uždavinius su garais ir oro drėgme, pirmiausia reikėtų susirasti lentelėse sočiųjų garų slėgį ar tankį esant uždavinio sąlygoje nurodytoms temperatūroms, taip pat išsiaiškinti, kokie yra garai – sotieji ar nesotieji. Kaip aptarta teorinėje dalyje, reikia sekti, ar nesotieji garai nepasidarys sočiaisiais, ar neprasidės jų kondensacija. Tarkime, yra nesotieji vandens garai, kurių slėgis 1,5 kPa, o sočiųjų garų slėgis toje temperatūroje yra 2,0 kPa. Jei garų tūrį izotermiškai sumažintume 2 kartus, tai slėgis nepadidėtų iki 3,0 kPa, kaip turėtų būti pagal Boilio ir Marioto dėsnį (4.13), o apsiribotų 2,0 kPa, nes garų slėgis negali būti didesnis už sočiųjų garų slėgį toje temperatūroje.
9. Sprendžiant uždavinius su paviršinio įtempimo jėgomis, pvz., skaičiuojant darbą, kurį reikia atlikti norint išpūsti muilo burbulą, reikia nepamiršti, kad skysčio plėvelė turi du paviršius.
10. Gautą atsakymą visada reikia įvertinti, ar jis realus. Tarkime, jei gavote, kad molekulės masė yra 10^{26} kg eilės, kad šiluminės mašinos naudingumo koeficientas viršija 100%, kad plieninio lyno mechaninė įtampa viršija jo stiprumo ribą 500 MPa, teks pripažinti, kad į sprendimą įsibrovė klaida.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

4.1. Molekulinės kinetinės teorijos pagrindai

4.1.1 pavyzdys. Įsivaizduokime, kad į vandenynus įberta 10 g valgomosios druskos, kuri tolygiai pasiskirstė vandenyje. Kiek molekulių vidutiniškai patektų į 200 ml talpos stiklinę? Vandenynai užima 70% Žemės paviršiaus, o jų vidutinis gylis 3,8 km.

Duota: druskos masė $m = 10$ g $= 10{\cdot}10^{-3}$ kg; stiklinės tūris $V = 200$ ml $= 200{\cdot}10^{-6}$ m^3; vandenynų užimta Žemės paviršiaus dalis $\chi = 70\% = 0{,}70$; vidutinis vandenynų gylis $h = 3{,}8$ km $= 3{,}8{\cdot}10^3$ m; Žemės spindulys $R = 6{,}4{\cdot}10^6$ m; valgomosios druskos molio masė $M = 58{\cdot}10^{-3}$ kg/mol; Avogadro skaičius $N_A = 6{,}0{\cdot}10^{23}$ mol^{-1}.

Rasti: molekulių, patekusių į stiklinę, skaičių N.

Sprendimas

Taikome (4.1) sąryšį.

Druskos molekulių skaičius vandenyne $N_v = mN_A/M$. Žemės paviršiaus plotas $S = 4\pi R^2$. Vandens tūris vandenynuose $V_v = \chi Sh = 4\pi\chi R^2 h$.

Druskos molekulių skaičius stiklinėje $N = N_v V/V_v = mN_A V/4\pi\chi M R^2 h = 15$.

Ats. 15.

4.1.2 pavyzdys. Dujų mišinyje normaliomis sąlygomis yra 200 g anglies dioksido ir 100 g azoto. Apskaičiuokime mišinio tūrį ir tankį. Kokia šio mišinio molio masė? Kiek molekulių yra mišinyje? Dujų molio tūris normaliomis sąlygomis 22,4 l/mol.

Duota: anglies dioksido masė $m_1 = 200$ g $= 0{,}20$ kg; azoto masė $m_2 = 100$ g $= 0{,}10$ kg; anglies dioksido molio masė $M_1 = 44{\cdot}10^{-3}$ kg/mol; azoto molio masė $M_2 = 28{\cdot}10^{-3}$ kg/mol; dujų molio tūris normaliomis sąlygomis $V_M = 22{,}4$ l/mol $= 22{,}4{\cdot}10^{-3}$ m^3/mol; Avogadro skaičius $N_A = 6{,}0{\cdot}10^{23}$ mol^{-1}.

Rasti: mišinio tūrį V; mišinio tankį ρ; mišinio molio masę M; molekulių skaičių mišinyje N.

Sprendimas

Pasinaudosime (4.1) sąryšiais.

Anglies dioksido ir azoto medžiagos kiekiai yra: $\nu_1 = m_1/M_1$ ir $\nu_2 = m_2/M_2$.

Mišinio molio masė yra mišinio masė, padalyta iš medžiagos kiekio mišinyje, kuris savo ruožtu yra lygus vienų ir kitų dujų medžiagos kiekių sumai:

$$M = (m_1+m_2)/(\nu_1+\nu_2) = (m_1+m_2)/(m_1/M_1+m_2/M_2) = 37{\cdot}10^{-3}\ \text{kg/mol} = 37\ \text{g/mol}.$$

Mišinio tūris $V = \nu V_M = (\nu_1 + \nu_2)V_M = (m_1/M_1 + m_2/M_2)V_M = 182{\cdot}10^{-3}$ m^3 $= 182$ l.

Mišinio tankis $\rho = m/V = (m_1 + m_2)/(m_1/M_1 + m_2/M_2)V_M = 1{,}65$ kg/m^3.

Molekulių skaičius mišinyje $N = \nu N_A = (\nu_1 + \nu_2)N_A = (m_1/M_1 + m_2/M_2)N_A = 4{,}9{\cdot}10^{24}$.

Ats. 182 l; 1,65 kg/m^3; 37 g/mol; $4{,}9{\cdot}10^{24}$.

4.1.3 pavyzdys. Kokia yra argono atomo masė? Kiek yra atomų 2,0 kg argono? Kokia argono atomų koncentracija ir koks vidutinis atstumas tarp argono atomų normaliomis sąlygomis? Dujų molio tūris normaliomis sąlygomis 22,4 l/mol.

Duota: argono masė $m = 2{,}0$ kg; argono molio masė $M = 40{\cdot}10^{-3}$ kg/mol; dujų molio tūris normaliomis sąlygomis $V_M = 22{,}4$ l/mol $= 22{,}4{\cdot}10^{-3}$ m^3/mol; Avogadro skaičius $N_A = 6{,}0{\cdot}10^{23}$ mol^{-1}.

Rasti: argono atomo masę m_0; argono atomų skaičių N; argono atomų koncentraciją n; vidutinį atstumą tarp atomų l_0.

Sprendimas

Pasinaudosime (4.1) sąryšiais.

Atomo masė $m_0 = M/N_A = 6{,}6{\cdot}10^{-26}$ kg.

Atomų skaičius $N = N_A m/M = 3{,}0{\cdot}10^{25}$.

Atomų koncentraciją normaliomis sąlygomis galima rasti remiantis dujų molio tūriu tomis sąlygomis: $n = N_A/V_M = 2{,}7{\cdot}10^{25}$ m^{-3}.

Kubinė šaknis iš koncentracijos yra ne kas kita, kaip vidutinis atomų skaičius ilgio viene-te, o tam skaičiui atvirkščias dydis – vidutinis atstumas tarp molekulių: $l_0 = 1/n^{1/3} = (V_M/N_A)^{1/3} = 3,3{\cdot}10^{-9}$ m.

Ats. $6{,}6{\cdot}10^{-26}$ kg; $3{,}0{\cdot}10^{25}$; $2{,}7{\cdot}10^{25}$ m^{-3}; $3{,}3{\cdot}10^{-9}$ m.

4.1.4 pavyzdys. Elektros lemputės balione esančių argono dujų tankis lygus 0,9 kg/m^3, o slėgis lemputei degant – 110 kPa. Koks yra dujų molekulių vidutinis kvadratinis greitis? Kokia dujų temperatūra? Kokia molekulių vidutinė kinetinė energija?

Duota: dujų tankis $\rho = 0{,}9$ kg/m^3; dujų slėgis $p = 110$ kPa $= 1{,}1{\cdot}10^5$ Pa; argono molio masė $M = 40$ g/mol $= 40{\cdot}10^{-3}$ kg/mol; Avogadro skaičius $N_A = 6{,}0{\cdot}10^{23}$ mol^{-1}; Bolcmano konstanta $k = 1{,}38{\cdot}10^{-23}$ J/K.

Rasti: dujų molekulių vidutinį kvadratinį greitį v_{kv}; dujų temperatūrą T; dujų molekulių vidutinę kinetinę energiją $\overline{E}_K$.

Sprendimas

Iš tobulųjų dujų molekulinės kinetinės teorijos pagrindinės lygties (4.4), atsižvelgdami į (4.2) sąryšį, galime išreikšti molekulių vidutinį kvadratinį greitį (4.7):

$$p = 1/3{\cdot}nm_0v^2; \quad \rho = nm_0; \quad v = (3p/nm_0)^{1/2} = (3p/\rho)^{1/2} = 600 \text{ m/s}.$$

Molekulių vidutinė kinetinė energija

$$\overline{E}_K = m_0v^2/2 = Mv^2/2N_A = 3pM/2\rho N_A = 1{,}2{\cdot}10^{-20} \text{ J}.$$

Dujų temperatūrą išreiškiame iš kitos molekulių vidutinės kinetinės energijos formulės (4.5):

$$\overline{E}_K = 3kT/2; \quad T = 2\overline{E}_K/3k = 580 \text{ K}.$$

Ats. 600 m/s; $1{,}2{\cdot}10^{-20}$ J; 580 K.

4.1.5 pavyzdys. Kiek oro molekulių paliko kambarį, temperatūrai pakilus nuo 7°C iki 27°C? Kokia jų masė? Kambario plotas 20 m^2, aukštis – 2,5 m. Atmosferos slėgis 0,1 MPa, oro molio masė $29{\cdot}10^{-3}$ kg/mol.

Duota: pradinė ir galutinė kambario oro temperatūros $T_1 = 7$°C $= 280$ K, $T_2 = 27$°C $= 300$ K; kambario plotas $S = 20$ m^2 ir aukštis $h = 2{,}5$ m; atmosferos slėgis $p = 0{,}1$ MPa $= 1{,}0{\cdot}10^5$ Pa; Bolcmano konstanta $k = 1{,}38{\cdot}10^{-23}$ J/K.

Rasti: kambarį palikusių molekulių skaičių N; kambarį palikusio oro masę m.

Sprendimas

Pradinį ir galutinį molekulių skaičių kambaryje skaičiuosime remdamiesi tobulųjų dujų molekulinės kinetinės teorijos pagrindinės lygties (4.4) forma $p = nkT$:

$$p = n_1kT_1 = n_2kT_2; \quad n_1 = p/kT_1; \quad n_2 = p/kT_2.$$

Molekulių skaičius kambaryje, esant vienai ir kitai temperatūrai:

$$N_1 = n_1V = pSh/kT_1; \quad N_2 = n_2V = pSh/kT_2;$$

Kambarį palikusių molekulių skaičius

$$N = N_1 - N_2 = pSh(1/T_1 - 1/T_2)/k = 8{,}6\cdot 10^{25}.$$

Tų molekulių masė

$$m = NM/N_A = pShM(1/T_1 - 1/T_2)/kN_A = pShM(1/T_1 - 1/T_2)/R = 0{,}41 \text{ kg}.$$

Ats. $8,6\cdot 10^{25}$; 0,41 kg.

4.1.6 pavyzdys. 0,50 l tūrio inde yra $4{,}0\cdot 10^{18}$ azoto molekulių, $1{,}0\cdot 10^{18}$ deguonies molekulių ir $3{,}3\cdot 10^{-4}$ g argono. Raskime mišinio slėgį, kai jo temperatūra 127°C.

Duota: indo tūris $V = 0{,}5$ l $= 0{,}5\cdot 10^{-3}$ m^3; azoto ir deguonies molekulių skaičius inde $N_1 = 4{,}0\cdot 10^{18}$ ir $N_2 = 1{,}0\cdot 10^{18}$; argono dujų masė inde $m_3 = 3{,}3\cdot 10^{-4}$ g $= 3{,}3\cdot 10^{-7}$ kg; dujų temperatūra $T = 127$°C $= 400$ K; argono molio masė $M_3 = 40\cdot 10^{-3}$ kg/mol; Avogadro skaičius $N_A = 6{,}0\cdot 10^{23}$ mol^{-1}; Bolcmano konstanta $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ J/K.

Rasti: dujų mišinio slėgį inde p.

Sprendimas

Dujų mišinio inde slėgis susideda iš atskirų mišinio dedamųjų dalinių slėgių (4.6):

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = kT(n_1 + n_2 + n_3) = kT(N_1 + N_2 + N_3)/V.$$

Argono dujų molekulių skaičius $N_3 = N_Am_3/M_3$. Tad

$$p = kT(N_1 + N_2 + N_Am_3/M_3)/V = 110 \text{ Pa}.$$

Ats. 110 Pa.

4.1.7 pavyzdys. 4,0 kg neono užima 3,2 m^3 tūrį ir jo slėgis $1{,}5\cdot 10^5$ Pa. Apskaičiuokime jo molekulių vidutinį kvadratinį greitį ir vidutinę kinetinę energiją, taip pat visos dujų masės energiją.

Duota: dujų masė $m = 4{,}0$ kg; dujų tūris $V = 3{,}2$ m^3; dujų slėgis $p = 1{,}5\cdot 10^5$ Pa; neono molio masė $M = 20\cdot 10^{-3}$ kg/mol; Avogadro skaičius $N_A = 6{,}0\cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

Rasti: molekulių vidutinį kvadratinį greitį v_{kv}; molekulės vidutinę kinetinę energiją $\overline{E}_K$; visos dujų masės energiją U.

Sprendimas

Iš tobulųjų dujų molekulinės kinetinės teorijos pagrindinės lygties (4.4):

$$p = (1/3)nm_0v_{kv}^2 = (1/3)\rho v_{kv}^2 = (1/3)mv_{kv}^2/V; \quad v_{kv} = (3pV/m)^{1/2} = 600 \text{ m/s}.$$

$$p = 2n\overline{E}_K/3; \quad \overline{E}_K = 3p/2n = 3pV/2N = 3pVM/2mN_A = 6{,}0\cdot 10^{-21} \text{ J}.$$

Visos dujų masės energiją U rasime padauginę vienos molekulės vidutinę kinetinę energiją $\overline{E}_K$ iš molekulių skaičiaus dujose N:

$$U = \overline{E}_K N = 3pV/2 = 7{,}2 \cdot 10^5 \text{ J} = 0{,}72 \text{ MJ}.$$

Ats. 600 m/s; $6{,}0 \cdot 10^{-21}$ J; 0,72 MJ.

4.1.8 pavyzdys. Dviejuose vienoduose induose yra vienodai skirtingų temperatūrų neono. Kokį vidutinį greitį turės molekulės sumaišius indų dujas? Prieš sumaišant molekulių vidutiniai greičiai induose buvo tokie: 400 m/s ir 800 m/s. Kokia buvo kiekvieno indo temperatūra? Kokia temperatūra nusistovėjo susimaišius dujoms?

Duota: molekulių vidutiniai greičiai induose $v_1 = 400$ m/s; $v_2 = 800$ m/s; neono molio masė $M = 20 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; universalioji dujų konstanta $R = 8{,}31$ J/molK.

Rasti: molekulių vidutinį greitį v joms susimaišius; dujų temperatūras skirtinguose induose ir joms susimaišius T_1, T_2 ir T.

Sprendimas

Kad galėtume nustatyti, koks bus dujų molekulių vidutinis greitis joms susimaišius, turime laikytis nuostatos, jog molekulių suminė kinetinė energija nepakito:

$$\overline{E}_{K1} + \overline{E}_{K2} = 2\overline{E}_K; \quad m_0(v_1^2 + v_2^2)/2 = 2m_0 v^2/2;$$

$$v = ((v_1^2 + v_2^2)/2)^{1/2} = 630 \text{ m/s}.$$

Temperatūras rasime naudodamiesi molekulių vidutinės kinetinės energijos (4.5) išraiška:

$$m_0 v^2/2 = 3kT/2; \quad T = m_0 v^2/3k = Mv^2/3R,$$

nes $m_0 = M/N_A$, o $R = kN_A$ (iš Bolcmano konstantos k ir Avogadro skaičiaus N_A sandaugos gauname kitą konstantą – universaliąją dujų konstantą R). Tad

$$T = Mv^2/3R.$$

Įrašę atitinkamas greičių skaitines vertes gausime: $T_1 = 129$ K; $T_2 = 515$ K; $T = 321$ K.

Ats. 630 m/s; 129 K; 515 K; 321 K.

4.1.9 pavyzdys. Viename inde yra 0,10 kg 300 K temperatūros neono, kitame – 0,30 kg 250 K temperatūros argono. Dujos buvo sumaišytos. Kokia mišinio temperatūra?

Duota: neono ir argono masės ir temperatūros $m_1 = 0{,}10$ kg, $T_1 = 300$ K ir $m_2 = 0{,}30$ kg, $T_2 = 250$ K; neono ir argono molio masės $M_1 = 20 \cdot 10^{-3}$ kg/mol ir $M_2 = 40 \cdot 10^{-3}$ kg/mol.

Rasti: mišinio temperatūrą T.

Sprendimas

Pritaikysime sąryšius (4.1), (4.5) ir energijos tvermės dėsnį.

Neono ir argono atomų vidutinės kinetinės energijos yra $\overline{E}_{K1} = 3kT_1/2$ ir $\overline{E}_{K2} = 3kT_2/2$. Visos neono ir argono masės energijos $U_1 = N_1\overline{E}_{K1} = 3m_1 N_A kT_1/2M_1$ ir $U_2 = N_2\overline{E}_{K2} = 3m_2 N_A kT_2/2M_2$. Visos mišinio masės energija

$$U = U_1 + U_2 = 3kN_A(m_1T_1/M_1 + m_2T_2/M_2)/2.$$

Kita vertus, mišinio energija nusistovėjusioje temperatūroje T yra tokia:

$$U = N\overline{E}_K = (N_1 + N_2)\overline{E}_K = 3kN_A(m_1/M_1 + m_2/M_2)T/2.$$

Sulyginę dvi U išraiškas ir atlikę matematinius veiksmus, gauname:

$$T = (m_1T_1M_2 + m_2T_2M_1)/(m_1M_2 + m_2M_1) = 270\ \text{K}.$$

Ats. 270 K.

4.1.10 pavyzdys. Deguonies ir azoto mišinio temperatūra 27°C, slėgis $1{,}1\cdot10^5$ Pa, tankis 1,3 kg/m^3. Raskime deguonies ir azoto molekulių koncentracijas mišinyje.

Duota: mišinio temperatūra $T = 27\,°\text{C} = 300$ K; mišinio slėgis $p = 1{,}1\cdot10^5$ Pa; mišinio tankis $\rho = 1{,}3$ kg/m^3; deguonies ir azoto molio masės $M_1 = 32\cdot10^{-3}$ kg/mol ir $M_2 = 28\cdot10^{-3}$ kg/m^3; Avogadro skaičius $N_A = 6{,}0\cdot10^{23}$ mol^{-1}; Bolcmano konstanta $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ J/K.

Rasti: deguonies ir azoto molekulių koncentracijas mišinyje n_1 ir n_2.

Sprendimas

Mišinio slėgis ir tankis susideda iš jį sudarančių dujų dalinių slėgių (4.6) ir tankių: $p = p_1 + p_2$; $\rho = \rho_1 + \rho_2$. Remiantis (4.2) ir (4.4) sąryšiais:

$$p = (n_1 + n_2)kT; \quad \rho = m_{01}n_1 + m_{02}n_2 = (M_1n_1 + M_2n_2)/N_\text{A}.$$

Iš šių dviejų lygčių sistemos išreiškiame n_1 ir n_2:

$$n_1 = (\rho N_\text{A} - M_2p/kT)/(M_1 - M_2); \quad n_2 = (M_1p/kT - \rho N_\text{A})/(M_1 - M_2).$$

Įrašę skaitines reikšmes gausime: $n_1 = 0{,}9\cdot10^{25}$ m^{-3}; $n_2 = 1{,}8\cdot10^{25}$ m^{-3}.

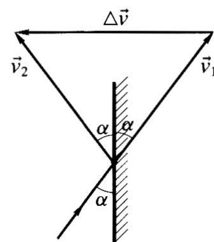
Ats. $0{,}9\cdot10^{25}$ m^{-3}; $1{,}8\cdot10^{25}$ m^{-3}.

4.1.11 pavyzdys. Deguonies molekulė, lekianti 500 m/s greičiu, atsimuša į indo sienelę ir tampriai atšoka. Kokį judėjimo kiekį (impulsą) molekulė perdavė sienelei, jei jos greičio kryptis sudarė 30° kampą su sienele?

Duota: molekulės greitis $v = 500$ m/s; kampas tarp molekulės greičio krypties ir sienelės $\alpha = 30°$; deguonies molio masė $M = 36\cdot10^{-3}$ kg/mol; Avogadro skaičius $N_\text{A} = 6{,}0\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Rasti: Δp – judėjimo kiekį, molekulės perduotą sienelei.

Sprendimas



Braižome judėjimo diagramą. Prieš smūgį į sienelę molekulės greičio vektorius v_1, o po smūgio – v_2. Kadangi smūgis tamprus, šių vektorių moduliai yra vienodi: $|v_1| = |v_2| = v$. Iš brėžinio matyti, kad molekulės greičio pokyčio vektoriaus modulis $\Delta v = v$.

Prisiminsime, kad kūno judėjimo kiekis, arba impulsas išreiškiamas formule (3.1) $p = mv$. Tad jo pokytis $\Delta p = m\Delta v$. Šio uždavinio atveju $\Delta p = m_0\Delta v = m_0 v$.

Molekulės masė (4.1) $m_0 = M/N_\text{A}$. Tad

$\Delta p = Mv/N_\text{A} = 3{,}0\cdot10^{-23}$ kgm/s.

Ats. $3{,}0\cdot10^{-23}$ kgm/s.

4.2. Dujų dėsniai

4.2.1 pavyzdys. 1 l talpos uždarame inde yra 1,2 kg deguonies. Koks jo slėgis 15 °C temperatūroje?

Duota: $V_1 = 1\ \text{l} = 10^{-3}\ \text{m}^3$ – indo tūris; $m = 1{,}2$ kg – deguonies masė; $T_1 = 15\ ^\circ\text{C} = 288$ K – temperatūra; $\rho_0 = 1{,}43\ \text{kg/m}^3$ – deguonies tankis.

Rasti: deguonies slėgį p.

Sprendimas

Palyginame duotąją deguonies būseną su jo būsena normaliomis sąlygomis. Kadangi masė nekinta, iš Klapeirono ir Mendelejevo lygties (4.12) $p_1V_1/T_1 = p_0V_0/T_0$. $V_0 = m/\rho_0$ (ρ_0 – deguonies tankis normaliomis sąlygomis). Tada $p_1V_1/T_1 = p_0m/T_0\rho_0$. Išreiškiame p_1: $p_1 = p_0mT_1/V_1T_0\rho_0$.

Atlikę skaičiavimus gauname $p_1 \approx 8{,}95 \cdot 10^7$ Pa.

Ats. $8{,}95 \cdot 10^7$ Pa.

4.2.2 pavyzdys. Balione yra 20°C temperatūros dujų. Kiek kartų sumažės jų slėgis, jeigu pusė dujų ištekės iš baliono, o temperatūra nukris iki 6°C?

Duota: $m_1 = m$ – pradinė dujų masė; $T_1 = 20°\text{C} = 293$ K – pradinė dujų temperatūra; $m_2 = m/2$ – dujų galutinė masė; $T_2 = 6°\text{C} = 279$ K – galutinė dujų temperatūra.

Rasti: dujų slėgių santykį p_1/p_2.

Sprendimas

Užrašome Klapeirono ir Mendelejevo lygtį (4.12) abiem dujų būsenoms: $p_1V = m/M \cdot RT_1$ ir $p_2V = 2m/M \cdot RT_2$. Šių lygčių santykis:

$$p_1/p_2 = 2T_1/T_2 = 2{,}1 \text{ karto.}$$

Ats. 2,1 karto.

4.2.3 pavyzdys. Inde, kurio tūris 2 m^3, yra 1,8 kg vandens garų ir 3,2 kg deguonies. Sistemos temperatūra lygi 500°C. Apskaičiuokime slėgį inde ir dujų bei garų mišinio molio masę.

Duota: $V = 2\ \text{m}^3$ – indo tūris; $m_1 = 1{,}8$ kg – vandens garų masė; $m_2 = 3{,}2$ kg – deguonies masė; $T = 773$ K – temperatūra.

Rasti: dujų slėgį p; mišinio molio masę M.

Sprendimas

Dujų mišinio slėgiui apskaičiuoti taikome Daltono dėsnį (4.6): $p = p_1 + p_2$. Slėgius p_1 ir p_2 randame iš Klapeirono ir Mendelejevo lygties: $p_1 = m_1/(M_1V) \cdot RT$ ir $p_2 = m_2/(M_2V) \cdot RT$. Tad

$$p = (m_1/M_1 + m_2/M_2)RT/V = 3{,}2 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

Palyginę gautą formulę su Klapeirono ir Mendelejevo lygtimi (4.12) matome, kad $m/M = (m_1/M_1 + m_2/M_2)$. Atsižvelgę į tai, kad $m = m_1 + m_2$, gauname mišinio molio masės skaičiavimo formulę:

$$M = (m_1 + m_2)/(m_1/M_1 + m_2/M_2).$$

Apskaičiavę gausime: $M = 25 \cdot 10^{-3}$ kg/mol = 25 g/mol.

Ats. $3{,}2 \cdot 10^5$ Pa; M = 25 g/mol.

4.2.4 pavyzdys. Kol oro burbuliukas pakyla nuo ežero dugno iki paviršiaus, jo tūris padidėja 3 kartus. Temperatūra prie dugno yra 7 °C, o vandens paviršiuje 17 °C. Atmosferos slėgis 10^5 Pa. Kiek kartų slėgis oro burbuliuke prie ežero dugno didesnis negu paviršiuje? Koks ežero gylis?

Duota: $T_1 = 7\,°C = 280$ K – temperatūra prie dugno; $T_2 = 17\,°C = 290$ K – temperatūra vandens paviršiuje; $p_{atm} = 10^5$ Pa – atmosferos slėgis; $V_2 = 3V_1$ – oro burbuliuko tūris vandens paviršiuje; $\rho = 10^3$ kg/m^3 – vandens tankis.

Rasti: slėgių ežero dugne ir prie paviršiaus santykį p_1/p_2; ežero gylį h.

Sprendimas

Taikome Klapeirono ir Mendelejevo lygtį (4.12) burbuliukui prie ežero dugno ir paviršiuje: $p_1V_1/T_1 = mR/M$ ir $p_2V_2/T_2 = mR/M$. Iš šių lygčių išplaukia, kad slėgių santykis

$$p_1/p_2 = V_2T_1/V_1T_2 \approx 2{,}9.$$

Prie ežero dugno slėgis yra $p_1 = p_{atm} + \rho gh = p_2 + \rho gh$, nes slėgis burbuliuke prie ežero vandens paviršiaus yra lygus atmosferos slėgiui $p_2 = p_{atm}$. Išreiškiame h:

$$h = (p_1 - p_2)/\rho g = 1{,}9p_2/\rho g = 1{,}9p_{atm}/\rho g \approx 19 \text{ m}.$$

Ats. $p_1/p_2 \approx 2{,}9$ karto; $h \approx 19$ m.

4.2.5 pavyzdys. Dujos, kurios užėmė 2 l tūrį 127°C temperatūroje, esant slėgiui 10^5 Pa, buvo izotermiškai suslėgtos iki tūrio V_2 ir slėgio p_2, po to izobariškai atšaldytos iki –73°C temperatūros ir izotermiškai pakeistas tūris iki 1 l. Raskime galutinį slėgį.

Duota: I dujų būsena: m, $p_1 = 10^5$ Pa, $V_1 = 2\cdot10^{-3}$ m^3, $T_1 = 400$ K; II dujų būsena: m, p_2, V_2, $T_2 = T_1$; III dujų būsena: m, $p_3 = p_2$, V_3, $T_3 = 200$ K; IV dujų būsena: m, p_4, $V_4 = 1\cdot10^{-3}$ m^3, $T_4 = T_3$.

Rasti: galutinį slėgį p_4.

Sprendimas

Užrašome Klapeirono ir Mendelejevo lygtį (4.12) I ir IV dujų būsenoms: $p_1V_1 = m/M \cdot RT_1$ ir $p_4V_4 = m/M \cdot RT_3$. Padaliję šias lygtis vieną iš kitos išreiškiame p_4:

$$p_4 = p_1V_1T_3/V_4T_1 = 10^5 \text{ Pa}.$$

Ats. $p_4 = 10^5$ Pa.

4.2.6 pavyzdys. Kambaryje, kurio tūris 50 m^3, užkūrė krosnį ir oras sušilo nuo 11°C iki 23°C. Slėgis kambaryje nepakito ir buvo 1 atm. Kokia oro masės dalis išėjo iš kambario? Kokį darbą atliko besiplėsdamas kambaryje likęs oras?

Duota: $V = 50$ m^3 – oro tūris; $T_1 = 284$ K – pradinė oro temperatūra; $T_2 = 296$ K – galutinė oro temperatūra; $p = 1$ atm $= 10^5$ Pa – oro slėgis.

Rasti: $\Delta m/m_1$ – išėjusio oro dalį; A – besiplečiančio oro atliktą darbą.

Sprendimas

Išėjusio iš kambario oro masė $\Delta m = m_1 - m_2$, čia m_2 – kambaryje likusio šilto oro masė. Užrašome Klapeirono ir Mendelejevo lygtį (4.12) šaltam ir šiltam orui: $pV = m_1/M \cdot RT_1$ ir $pV = m_2/M \cdot RT_2$. Iš šių lygčių išreiškiame mases $m_1 = pVM/RT_1$, $m_2 = pVM/RT_2$ ir randame santykį

$$\Delta m/m_1 = (m_1 - m_2)/m_1 = (T_2 - T_1)/T_2 = 1 - T_1/T_2 = 0{,}04 = 4\%.$$

Iš kambario išėjo 4% oro.

Darbas orui plečiantis, kai slėgis pastovus (4.19), $A = p(V_2 - V_1) = pV_1(V_2/V_1 - 1)$; čia $V_1 = V$ – kambario tūris V, V_2 – tūris, kurį užėmė išsiplėtęs kambario oras.

Pritaikę Gei-Liusako dėsnį (4.14) gauname: $V_2/V_1 = T_2/T_1$.

Iš to išplaukia:

$$A = pV(T_2/T_1 - 1) = 200 \text{ kJ}.$$

Ats. Iš kambario išėjo 4% oro; $A = 200$ kJ.

4.2.7 pavyzdys. Baliono tūris 224 m^3, jo apvalkalo masė 145 kg. Balionas pripildytas karšto oro, kurio slėgis normalus. Kokia oro temperatūra turi būti balione, kad jis pradėtų kilti? Oro temperatūra lauke yra 0°C. Oro molio masė $29{\cdot}10^{-3}$ kg/mol.

Duota: $V = 224$ m^3 – baliono tūris; $m_p = 145$ kg – baliono apvalkalo masė; $T_0 = 273$ K – oro temperatūra lauke; normalus oro slėgis $p = 1{,}013{\cdot}10^5$ Pa; $R = 8{,}3$ J/(kg mol) – universalioji dujų konstanta; $M = 29{\cdot}10^{-3}$ kg/mol – oro molio masė.

Rasti: oro temperatūrą balione T.

Sprendimas

Balionas kils, kai bus patenkinta sąlyga: $m_p \leq (m_0 - m)$, čia m_0 ir m – šalto ir karšto oro masė balione. Iš Klapeirono ir Mendelejevo lygties (4.12) $m_0 = MpV/RT_0$, $m = MpV/RT$, $m_0/m = T/T_0$ ir $m_0 - m = m_0(1 - T_0/T)$.

Balionas pradės kilti, kai $m_p = (m_0 - m) = m_0(1 - T_0/T)$. Vadinasi,

$$T = T_0/(1 - m_p/m_0) = T_0/(1 - m_pRT_0/MpV) = 546K = 273°\text{C}.$$

Ats. 273°C.

4.2.8 pavyzdys. Mišinio, kurį sudaro 4 g vandenilio ir 32 g deguonies, temperatūra 7°C, slėgis 700 mm Hg. Raskime mišinio tankį.

Duota: $m_1 = 4{\cdot}10^{-3}$ kg – vandenilio masė; $m_2 = 32{\cdot}10^{-3}$ kg – deguonies masė; $T = 280$ K – mišinio temperatūra; $p = 700$ mm Hg $= 9{,}3{\cdot}10^4$ Pa – mišinio slėgis; $M_1 = 2{\cdot}10^{-3}$ kg/mol – vandenilio molio masė; $M_2 = 32{\cdot}10^{-3}$ kg/mol – deguonies molio masė; $R = 8{,}3$ J/(kg mol) – universalioji dujų konstanta.

Rasti: dujų mišinio tankį ρ.

Sprendimas

Tankis $\rho = m/V$, čia m – mišinio masė, $m = m_1 + m_2$. Reikia rasti dujų tūrį V. Dujų mišinio slėgiui apskaičiuoti taikome Daltono dėsnį (4.6) ir Klapeirono ir Mendelejevo lygtį (4.12): $p = p_1 + p_2 = m_1RT/M_1V + m_2RT/M_2V$. Iš pastarosios lygties išreiškiame dujų tūrį: $V = RT(m_1/M_1 + m_2/M_2)/p$.

Mišinio tankis:

$$\rho = (m_1 + m_2)p/(m_1/M_1 + m_2/M_2)RT = 0{,}48 \text{ kg/m}^3.$$

Ats. 0,48 kg/m^3.

4.2.9 pavyzdys. 10 g deguonies suslėgta iki 3 atm. Dujų temperatūra 10°C. Dujos izobariškai besiplėsdamos įkaitinamos ir užima 10 l tūrį. Koks deguonies tūris buvo iki plėtimosi? Kokia galutinė dujų temperatūra?

Duota: $m = 10\cdot10^{-3}$ kg – deguonies masė; $p = 3\cdot10^{5}$ Pa – dujų slėgis; $T_1 = 283$ K – pradinė dujų temperatūra; $V_2 = 10^{-2}$ m^3 – tūris po išsiplėtimo; $M = 32\cdot10^{-3}$ kg/mol – deguonies molio masė; $R = 8{,}3$ J/kg mol – universalioji dujų konstanta.

Rasti: deguonies pradinį tūrį V_1; galutinę dujų temperatūrą T_2.

Sprendimas

Dujų tūrį iki plėtimosi randame iš Klapeirono ir Mendelejevo lygties (4.12):

$$V_1 = mRT_1/Mp = 2{,}5\cdot10^{-3}\ \text{m}^3.$$

Galutinę temperatūrą randame pritaikę Gei-Liusako dėsnį (4.14) izobariniam procesui:

$$T_2 = V_2T_1/V_1 = 1130\ \text{K} = 857°\text{C}.$$

Ats. $2{,}5\cdot10^{-3}$ m^3; 857°C.

4.2.10 pavyzdys. Du balionai sujungti žarnele su čiaupu. Pirmame balione dujų slėgis 760 mm Hg, antrame – 400 mm Hg. Pirmojo baliono tūris 2 l, antrojo – 7 l. Koks slėgis nusistovės balionuose atsukus čiaupą, jeigu temperatūra nekinta?

Duota: $p_1 = 760$ mm Hg $= 1{,}01\cdot10^{5}$ Pa – dujų slėgis pirmajame balione; $p_2 = 400$ mm Hg $= 0{,}53\cdot10^{5}$ Pa – dujų slėgis antrajame balione; $V_1 = 2$ l $= 2\cdot10^{-3}m^3$ – pirmojo baliono tūris; $V_2 = 7$ l $= 7\cdot10^{-3}$ m^3 – antrojo baliono tūris.

Rasti: p – dujų slėgį, sujungus balionus.

Sprendimas

Taikysime Boilio ir Marioto (4.13) ir Daltono (4.6) dėsnius. Izotermiškai pirmo baliono dujoms plečiantis į antrą balioną, o antro baliono dujoms – į pirmą balioną, galima užrašyti: $p_1V_1 = p_{11}(V_1 + V_2)$ ir $p_2V_2 = p_{22}(V_1 + V_2)$. Pagal Daltono dėsnį $p = p_{11} + p_{22}$. Įrašę p_{11} ir p_{22} išraiškas gauname:

$$p = (p_1V_1 + p_2V_2)/(V_1 + V_2) \approx 0{,}64\cdot10^{5}\ \text{Pa} = 64\ \text{kPa}.$$

Ats. 64 kPa.

4.2.11 pavyzdys. Ežere 50 m gylyje, kur temperatūra 8°C, paniręs laikosi plonasienis oro pripūstas guminis balionas. Visa baliono masė 40 g, o atmosferos slėgis 99,7 kPa. Raskime oro masę balione.

Duota: $p_{\text{atm}} = 99{,}7$ kPa $= 9{,}97\cdot10^{4}$ Pa – atmosferos slėgis; $h = 50$ m – gylis; $T = 8°\text{C} = 281$ K – temperatūra; $m = 40$ g $= 4\cdot10^{-2}$ kg – baliono masė; $\rho = 10^{3}$ kg/m^3 – vandens tankis; $R = 8{,}3$ J/kg mol – universalioji dujų konstanta.

Rasti: oro masę balione m_1.

Sprendimas

Vandenyje panirusį balioną veikia sunkio jėga mg ir vandens keliamoji $jėgaF = \rho gV$. Kadangi balionas pusiausviras, šios jėgos yra lygios: $mg = \rho gV$ ir $\rho = m/V$.

Balione esančio oro masę rasime iš Klapeirono ir Mendelejevo lygties (4.12): $m_1 = MpV/RT$.

Slėgis $p = p_{\text{atm}} + p_h$, čia $p_h = \rho gh$ – hidrostatinis slėgis gylyje h.

Į m_1 lygtį įrašę p ir V išraiškas gauname

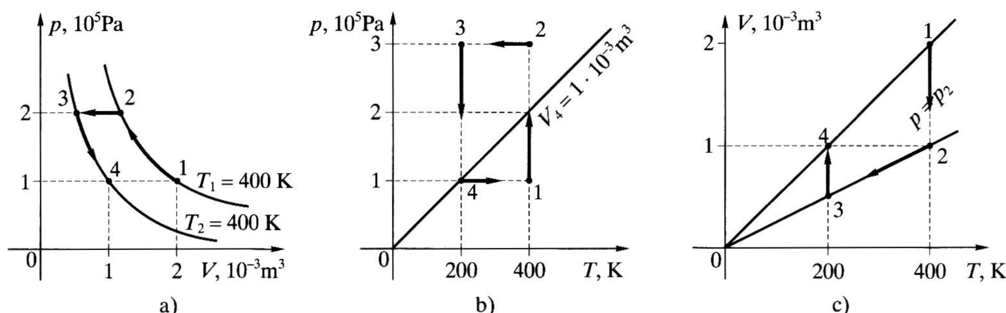
$$m_1 = [M(p_{\text{atm}} + \rho gh)m/\rho]/RT = 5{,}35\cdot10^{-4}\ \text{kg} = 0{,}535\ \text{g}.$$

Ats. 0,535 g.

4.2.12 pavyzdys. Dujos, kurių temperatūra $T_1 = 127°C$, slėgis $p_1 = 10^5$ Pa, tūris $V_1 =$ 2 l, izotermiškai suspaudžiamos iki tūrio V_2 ir slėgio p_2, po to izobariškai atšaldomos iki temperatūros $T_3 = -73°C$. Tada jų tūris izotermiškai pakeičiamas iki $V_4 = 1$ l. Raskime galutinį slėgį p_4. Šį uždavinį išspręskime grafiškai, nubrėžę grafikus ašyse p, V; p, T ir V, T.

Duota: $T_1 = 127°C = 400$ K – pradinė dujų temperatūra; $p_1 = 10^5$ Pa – pradinis dujų slėgis; $V_1 = 2$ l $= 2 \cdot 10^{-3}$ m^3 – pradinis tūris; $T_3 = -73°C = 200$ K – galutinė temperatūra; $V_4 = 1$ l $= 1 \cdot 10^{-3}$ m^3 – galutinis tūris.

Rasti: galutinį tūrį p_4. Nubraižyti grafikus.



a) b) c)

Sprendimas

Remiantis Klapeirono lygtimi (4.12) procesams, atitinkantiems uždavinio sąlygą, galima užrašyti:

$$p_1 V_1 / T_1 = p_2 V_2 / T_1 = p_2 V_3 / T_3 = p_4 V_4 / T_3.$$

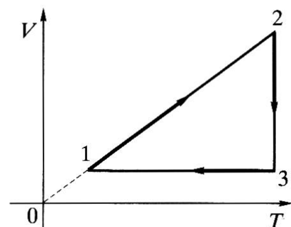
Iš čia: $p_1 V_1 / T_1 = p_4 V_4 / T_3$ ir

$$p_4 = p_1 V_1 T_3 / V_4 T_1 = 100 \text{ kPa} = 0{,}1 \text{ MPa}.$$

Grafiškai visus vykstančius procesus pavaizduojame koordinatėse p, V; p, T; V, T.

Ats. 0,1 MPa.

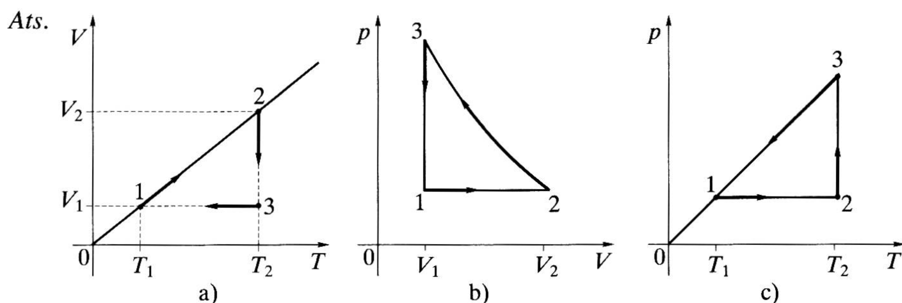
4.2.13 pavyzdys. Diagramoje pavaizduotas idealiųjų dujų kitimo grafikas V, T koordinatėse. Pavaizduokime šį procesą grafikais p, V ir p, T ašyse.



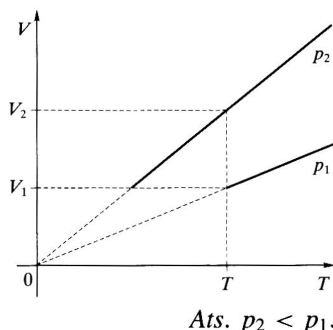
Sprendimas

Atkarpoje 1–2 dujų būsenos kitimas V, T koordinatėse yra tiesinis, todėl procesas izobarinis. Atkarpoje 2–3 procesas yra izoterminis, o atkarpoje 3–1 – izochorinis. Pavaizduojame tuos procesus p, V ir p, T ašyse.

Ats.



4.2.14 pavyzdys. Diagramoje pateiktos dvi izobarės. Kuriuo atveju slėgis yra didesnis?

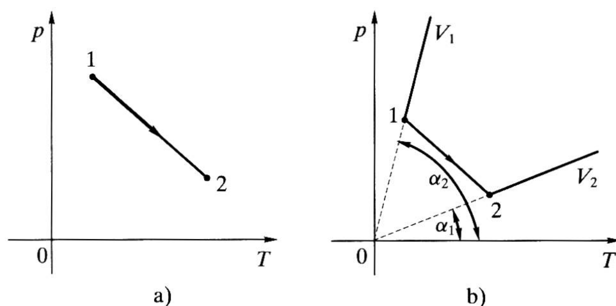


Sprendimas

Diagramoje nubrėžiame izotermę. Izobarę p_2 ji kerta ties didesne tūrio verte, negu izobarę p_1, t. y. $V_2 > V_1$. Iš Boilio ir Marioto dėsnio (4.13) gauname $p_1/p_2 = V_2/V_1$. Kadangi $V_2 > V_1$, tai $p_2 < p_1$.

Ats. $p_2 < p_1$.

4.2.15 pavyzdys. Diagrama iliustruoja procesą, kurio metu kaitinamos dujos pereina iš būsenos į būseną 2. Kaip pakito jų tūris, jeigu masė liko ta pati?



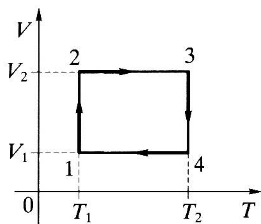
Sprendimas

Per taškus 1 ir 2 nubrėžiame izochores. Per tašką 2 einanti izochorė su abscisių ašimi sudaro mažesnį kampą, negu einanti per tašką 1.

Iš Klapeirono lygties (4.12) $pV/T = \text{const}$. Gauname, kad $p/T = \text{const}/V$. Diagramoje $p/T = \operatorname{tg}\alpha$, čia α – tiesės posvyrio į abscisių ašį kampas. Vadinasi, $\operatorname{tg}\alpha = \text{const}/V$, t. y. kuo tūris mažesnis, tuo kampas α didesnis. Taigi $V_1 < V_2$, t. y. tūris padidėjo.

Ats. $V_1 < V_2$, t. y. tūris padidėjo.

4.2.16 pavyzdys. Diagramoje pavaizduotas idealiųjų dujų uždaro ciklo procesas. Pavaizduokime šį procesą p, V ir p, T ašyse.



Sprendimas

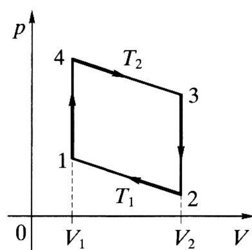
Atkarpa 1–2 atitinka izoterminį plėtimąsi, V didėja;

Atkarpoje 2–3 vyksta izochorinis šildymas, T didėja;

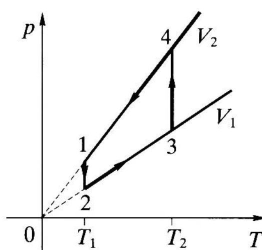
Atkarpoje 3–4 atitinka izoterminį suspaudimą, V mažėja;

Atkarpoje 4–1 – iliustruoja izochorinis šaldymą, T mažėja.

Šiuos procesus atvaizduojame p, V ir p, T diagramomis.



a)

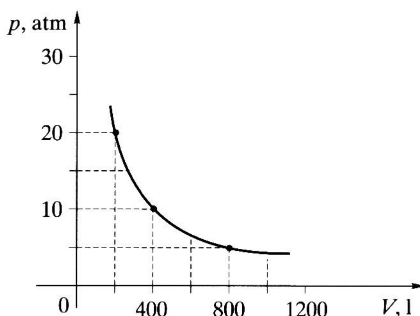


b)

Ats. 1–2 – izoterminis procesas, V didėja; 2–3 – izochorinis procesas, T didėja; 3–4 – izoterminis procesas, V mažėja; 4–1 – izochorinis procesas, T mažėja.

4.2.17 pavyzdys. Naudodamiesi grafiku, raskime azoto masę. Azoto tankis normaliomis sąlygomis yra 1,25 kg/m^3. Grafikas nubrėžtas izoterminiam procesui, kai $T = 27°\text{C}$.

Duota: dujų temperatūra $T = 27°\text{C} = 300$ K; dujų tankis ir slėgis normaliomis sąlygomis $\rho_0 = 1{,}25$ kg/m^3 ir $p_0 = 1$ atm $= 1 \cdot 10^5$ Pa; iš grafiko matyti, kad kai $p = 10$ atm $= 10^6$ Pa, $V = 400$ l$= 0{,}4$ m^3.



Rasti: azoto masę m.

Sprendimas

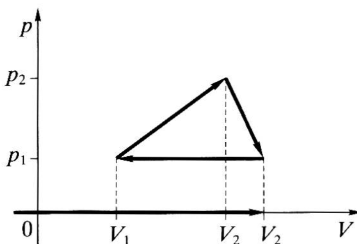
Azoto masę rasime iš tankio formulės $m = \rho_0 V_0$.

Tūrį V_0 rasime pritaikę iš Klapeirono ir Mendelejevo lygties (4.12) išplaukiantį sąryšį $p_0V_0/T_0 = pV/T$.

Iš jo gausime: $V_0 = pVT_0/Tp_0$ ir $m = \rho_0 pVT_0/Tp_0 \approx 4{,}6$ kg.

Ats. 4,6 kg.

4.2.18 pavyzdys. Iš duoto 5 molių vienatomių idealiųjų dujų proceso p, V ašyse grafiko apskaičiuokime lūžio taškų temperatūras ir bendrą dujų ciklo darbą, kai $V_1 = 2$ m^3; $V_2 = 3{,}5$ m^3; $V_3 = 4$ m^3; $p_1 = p_3 = 1{,}5$ kPa; $p_2 = 3{,}5$ kPa.



Duota: $V_1 = 2$ m^3; $V_2 = 3{,}5$ m^3 ir $V_3 = 4$ m^3 – dujų tūriai; $p_1 = p_3 = 1{,}5$ kPa ir $p_2 = 3{,}5$ kPa – dujų slėgiai; $\nu = 5$ mol – medžiagos kiekis; $R = 8{,}31$ J/mol K – universalioji dujų konstanta.

Rasti: temperatūras T_1; T_2; T_3; ciklo darbą A.

Sprendimas

Lūžio taškų temperatūras apskaičiuojame iš Klapeirono ir Mendelejevo lygties (4.12):

$T_1 = p_1V_1/\nu R$; $T_2 = p_2V_2/\nu R$; $T_3 = p_3V_3/\nu R$.

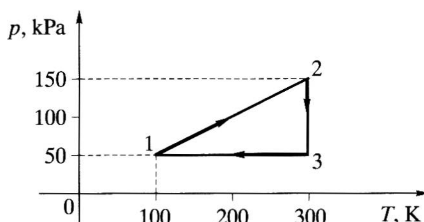
Atlikę skaičiavimus gauname: $T_1 = 72$ K; $T_2 = 295$ K; $T_3 = 145$ K.

Dujų darbas A lygus trikampio plotui:

$$A = (V_3 - V_1)(p_2 - p_1)/2 = 2000 \text{ J} = 2 \text{ J}k.$$

Ats. 72 K; 295 K; 145 K; 2 kJ.

4.2.19 pavyzdys. Diagramoje p ir T koordinatėmis pavaizduotos trys tos pačios masės idealiųjų dujų būsenos 1, 2, 3. Kaip kinta dujų tūris iš 1 būsenos pereinant ciklu į 2 ir 3 būsenas?



Sprendimas

Pritaikę Klapeirono ir Mendelejevo lygtį (4.12) 1 ir 2 būsenoms, gauname: $p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2$. Iš jos randame santykį V_2/V_1. Atlikę skaičiavimus gauname $V_2 = V_1$, t. y. tūris atkarpoje 1–2 nekinta.

Analogišku keliu 2 ir 3 būsenoms gaunamas sąryšis $p_2V_2/T_2 = p_3V_3/T_3$, o 3 ir 1 būsenoms – sąryšis $p_3V_3/T_3 = p_1V_1/T_1$. Iš jų randame santykius V_3/V_2 ir V_1/V_3. Atlikę skaičiavimus gauname: $V_3 = 3V_2$ ir $V_1 = V_3/3$.

Ats. $V_1/V_3 = p_3T_1/p_1T_3V_1 = V_3/3$.

4.3. Vidinė energija. I termodinamikos dėsnis

4.3.1 pavyzdys. Apskaičiuokime visų fizikos kabinete esančių oro molekulių slenkamojo šiluminio judėjimo kinetinę energiją. Kabineto tūris 140 m^3, oro slėgis 10^5 Pa. Kiek vandens būtų galima sušildyti nuo 0 iki 100°C, suvartojus šią energiją?

Duota: $p = 10^5$ Pa – oro slėgis; $V = 140$ m^3 – oro tūris; $\Delta T = 100$ K – oro temperatūra; $c = 4200$ J/(kg K) – vandens savitoji šiluma; $U = Q$ – vidinė energija lygi šilumos kiekiui.

Rasti: oro molekulių kinetinę energiją U, vandens masę m.

Sprendimas

Orą laikydami artimu idealiosioms dujoms, visų oro molekulių netvarkingo šiluminio slenkamojo judėjimo kinetinei energijai apskaičiuoti taikome formulę (4.9). Atsižvelgiant į Klapeirono

ir Mendelejevo lygtį $pV = \nu RT$ (4.12):

$$U = 3/2pV = 2{,}1 \cdot 10^7 \text{ J} = 21 \text{ MJ}.$$

Šildomo vandens masę išreiškiame iš (4.10) formulės:

$$m = Q/c\Delta T = 50 \text{ kg}.$$

Ats. 21 MJ; 50 kg.

4.3.2 pavyzdys. Anglies dioksido dujos, kurių masė 0,5 kg, yra cilindre po įtvirtintu stūmokliu. Dujų temperatūra pakeliama 50 K. Kokį darbą jos atliko ir kiek pakito jų vidinė energija?

Duota: $m = 0{,}5$ kg – dujų masė; $\Delta T = 50$ K – dujų temperatūros pokytis; $c = 830$ J/kgK – anglies dioksido savitoji dujų šiluma izochoriniame procese.

Rasti: dujų atliekamą darbą A; vidinės energijos pokytį ΔU.

Sprendimas

Kadangi stūmoklis įtvirtintas, dujos nesiplečia ir darbo neatlieka ($A = 0$), taigi dujų vidinės energijos pokytis lygus suteiktam šilumos kiekiui:

$$\Delta U = \Delta Q = cm\Delta T = 20{,}75 \text{ J}.$$

Ats. 0; 20,75 J.

4.3.3 pavyzdys. Apskaičiuokime, kokia 5 g masės helio, esančio po 20 kg masės stūmokliu, pradinė temperatūra ir koks pradinis tūris, jei jam atšalus iki –23°C temperatūros, stūmoklio svoris atlieka 52 J darbą. Stūmoklio plotas 200 cm^2, atmosferos slėgis 10^5 Pa. Kiek pakito helio vidinė energija ir kokį šilumos kiekį jis prarado atšaldamas?

Duota: helio masė $m = 5$ g $= 5 \cdot 10^{-3}$ kg; stūmoklio masė $m_1 = 20$ kg; atšalusio helio temperatūra $T_2 = -23°\text{C} = 250$ K; stūmoklio atliktas darbas $A' = 52$ J; stūmoklio plotas $S = 200$ cm^2 $= 0{,}02$ m^2; atmosferos slėgis $p_{\text{at}} = 10^5$ Pa; helio molio masė $M = 4 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2; universalioji dujų konstanta $R = 8{,}3$ J/mol·K.

Rasti: helio pradinę temperatūrą T_1, pradinį tūrį V_1, vidinės energijos pokytį ΔU ir prarastą šilumos kiekį Q.

Sprendimas

Procesas yra izobarinis. Pradinę temperatūrą rasime pagal dujų darbo formulę (4.11), taip pat atsižvelgsime į Klapeirono ir Mendelejevo lygtį (4.12): $A = p(V_2 - V_1) = mR(T_2 - T_1)/M$. Iš šios lygties $T_1 = T_2 - AM/mR$; Atsižvelgę į tai, kad dujų atliktas darbas yra lygus išorinių jėgų atliktam darbui su priešingu ženklu ($A = -A'$), gauname:

$$T_1 = T_2 + A'M/mR = 255 \text{ K}.$$

Pradinį helio tūrį išreiškiame iš Klapeirono ir Mendelejevo lygties (4.12): $V_1 = mRT_1/pM$. Slėgis p lygus atmosferos slėgio p_{at} ir stūmoklio svorio sukelto slėgio $m_1 g/S$ sumai. Todėl

$$V_1 = mRT_1/(p_{at} + m_1 g/S)M = 2{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 24 \text{ l}.$$

Helis yra vienatomės dujos, tad vidinės energijos pokytį (be abejo, sumažėjimą) galime rasti pagal formulę (4.9):

$$\Delta U = 3mR(T_2 - T_1)/2M = -78 \text{ J}.$$

Helio prarastą šilumos kiekį rasime remdamiesi pirmuoju termodinamikos dėsniu:

$$Q = \Delta U + A = \Delta U - A' = -130 \text{ J}.$$

Ats. 255 K; 24 l; –78 J; –130 J.

4.3.4 pavyzdys. Šaldytuvas, kurio elektrinė galia P, per laiką t m masės ir T laipsnių temperatūros vandenį paverčia ledu. Koks šilumos kiekis išsiskiria kambaryje per tą laiką? Į šaldytuvo šiluminį laidumą neatsižvelgsime.

Duota: P – šaldytuvo galia, t – laikas, m – vandens masė; T – vandens temperatūra, c – vandens savitoji šiluma; λ – ledo lydymosi savitoji šiluma.

Rasti: Q_1 – šilumos kiekį, išsiskiriantį kambaryje, šaldytuve vandeniui virstant ledu.

Sprendimas

Remsimės pirmuoju termodinamikos dėsniu $\Delta U = Q + A$ ir elektros srovės darbo formule $A = Pt$. Remiantis sąryšiais (4.10) ir (4.18), iš šaldytuve esančio vandens atimamas šilumos kiekis $Q = mc\Delta T + m\lambda = m(c\Delta T + \lambda)$. Elektros srovės darbas $A = Pt$ taip pat virsta šiluma. Tad kambaryje išsiskiriantis šilumos kiekis

$$Q_1 = Q + A = m(c\Delta T + \lambda) + Pt.$$

Ats. $Q_1 = m(c\Delta T + \lambda) + Pt.$

4.3.5 pavyzdys. Krepšinio kamuolys, kurio masė 200 g, tūris 8 l, pripūstas oro iki 1,2 atm. Kamuolys buvo išmestas į 20 m aukštį. Nukritęs ant grindų jis tampriai atšoko ir pakilo beveik į tą patį aukštį. Kiek įkaito kamuolyje esantis oras smūgio į grindis metu? Aplinkos temperatūra 300 K, oro savitoji šiluma 700 J/kg K.

Duota: $m_1 = 200$ g $= 0{,}2$ kg – kamuolio masė, $V = 8$ l $= 8 \cdot 10^{-3}$ m^3 – kamuolio tūris, $p = 1{,}2$ atm $= 1{,}2 \cdot 10^5$ Pa – oro slėgis; $T = 300$ K – aplinkos temperatūra; $h = 20$ m – aukštis; $c = 700$ J/kg K – oro savitoji šiluma; $M = 29 \cdot 10^{-3}$ kg/mol – oro molio masė.

Rasti: ΔT – oro temperatūros pokytį kamuolyje smūgio į grindis metu.

Sprendimas

Smūgio į grindis metu kamuolys staiga suplojamas, jame esantis oras adiabatiškai suspaudžiamas, todėl ir įkaista. Atšokęs kamuolys atgauna pradinę formą, jame esantis oras adiabatiškai išsiplėsdamas ataušta iki aplinkos temperatūros. Aukščiausią temperatūrą kamuolio oras pasiekia tuo momentu, kai kamuolys yra labiausiai deformuotas ir sustojęs. Tuo momentu kamuolio ir jame esančio oro mechaninė energija visa yra virtusi kamuolio oro vidine energija (smūgis tamprus, kamuolys turimos energijos grindims neperduoda ir atšoka į pradinį aukštį).

Remsimės pirmuoju termodinamikos dėsniu (4.8): $\Delta U = Q + A$. Kadangi kamuolys po smūgio pakilo beveik į tą patį aukštį, oro plėtimosi darbas A yra lygus kamuolio įgytai potencinei energijai: $A = E_P = (m_1 + m)gh$; čia m – kamuolyje esančio oro masė. Procesas adiabatinis, todėl $Q = 0$ ir $\Delta U = A$; $\Delta U = cm\Delta T$. Sulyginę vidinės energijos ir darbo išraiškas, gauname $\Delta T = (m_1 + m)gh/cm$.

Oro masę galime rasti iš Klapeirono ir Mendelejevo lygties (4.12): $m = pVM/RT$. Įrašę m išraišką į ΔT ir atlikę algebrinius pertvarkymus, gauname:

$$\Delta T = gh(1 + m_1 RT/pVM)/c = 5{,}4 \text{ K}.$$

Ats. 5,4 K.

4.3.6 pavyzdys. Pritaikykime I termodinamikos dėsnį šiems atvejams: 1) kai vyksta šilumokaita tarp kūnų, esančių kalorimetre; 2) kai vanduo šildomas spiritinės lemputės liepsna; 3) kai kūnas įšyla dėl smūgio.

Sprendimas

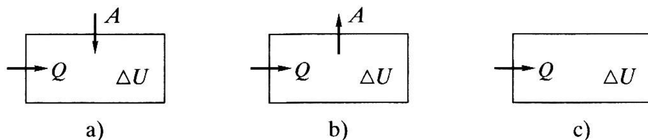
1) Tarp kalorimetro ir aplinkos šiluminių mainų nėra (idealiu atveju), tad kalorimetre esantys kūnai šilumos iš išorės negauna ($Q = 0$). Uždaroje kalorimetro erdvėje gali vykti tik izochoriniai procesai, kurių metu darbas neatliekamas ($A = 0$). Tokiu atveju, remiantis pirmuoju termodinamikos dėsniu (4.8), ir $\Delta U = 0$.

2) Skysčio (vandens) šildymas, kaip tai aptarta aukščiau, yra izochorinis procesas, kurio metu darbas neatliekamas ($A = 0$). Tad iš spiritinės lemputės gautas šilumos kiekis virsta vandens vidine energija ($\Delta U = Q$).

3) Šiuo atveju šiluminių mainų nėra ($Q = 0$). Smūgio metu išorinės jėgos atlieka darbą A', kuris virsta kūno vidine energija. Šis darbas gali būti traktuojamas kaip kūno atliktas darbas, tik su priešingu ženklu ($A' = -A$). Tad $\Delta U = -A$.

Ats. 1) $Q = 0$; $A = 0$; $\Delta U = 0$; 2) $A = 0$; $\Delta U = Q$; 3) $Q = 0$; $\Delta U = -A$.

4.3.7 pavyzdys. Paveiksle rodyklėmis parodyta, dėl ko kinta dujų sistemos vidinė energija. Kiekvienam atvejui parašykime pirmojo termodinamikos dėsnio lygtį.



Sprendimas

Sistemos vidinės energijos pokytį galime išreikšti šitaip: $\Delta U = \pm A \pm Q$ (pliuso ženklas, kai dujoms perduodama energija, minuso – kai jos atiduoda energiją aplinkos kūnams).

Pirmojo termodinamikos dėsnio lygtis kiekvienam atvejui:

a) $\Delta U = A + Q$;

b) $\Delta U = Q - A$;

c) $\Delta U = Q$ ($A = 0$).

Ats. a) $\Delta U = A + Q$; b) $\Delta U = Q - A'$; c) $\Delta U = Q$ ($A = 0$).

4.4. Šilumos mainai. Medžiagos agregatinių būsenų kitimas

4.4.1 pavyzdys. Gyvenamojo namo šildymo sistema per parą prateka 1600 m^3 vandens, kuris tiekiamas 50°C, o iš sistemos išteka 25°C temperatūros. Kokį šilumos kiekį gauna tas namas per parą; per 1 mėnesį (30 parų)?

Duota: $V = 1600$ m^3 – vandens tūris; $T_1 = 50$°C – tiekiamo vandens temperatūra; $T_2 = 25$°C – ištekančio vandens temperatūra; $\rho = 10^3$ kg/m^3 – vandens tankis; $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg K – vandens savitoji šiluma; $n = 30$ – parų skaičius.

Rasti: Q_1 – per parą namo gautą šilumos kiekį; Q_M – per mėnesį gautą šilumos kiekį.

Sprendimas

Pagal šilumos kiekio formulę (4.10), atsižvelgiant į tai, kad $m = \rho V$,

$$Q_1 = c\rho V(T_1 - T_2) = 1{,}68 \cdot 10^{11}\,\text{J} = 168\ \text{GJ}.$$

Per mėnesį gautas šilumos kiekis

$$Q_M = nQ_1 = 5{,}04 \cdot 10^{12}\ \text{J} = 5{,}04\ \text{TJ}.$$

Ats. 168 GJ; 5,04 TJ.

4.4.2 pavyzdys. Traktoriaus aušinimo sistemoje telpa 63 l vandens. Į ją buvo įpilta 5 l 40°C temperatūros vandens, po to – kiek tilpo 90°C temperatūros vandens. Raskime mišinio temperatūrą.

Duota: $V_1 = 5$ l $= 5 \cdot 10^{-3}$ m^3 – pradžioje įpilto vandens tūris; $V = 63$ l $= 63 \cdot 10^{-3}$ m^3 – traktoriaus aušinimo sistemos tūris; $T_1 = 40$°C – pradžioje įpilto vandens temperatūra; $T_2 = 90$°C – karšto vandens temperatūra; $\rho = 10^3$ kg/m^3 – vandens tankis.

Rasti: T – mišinio temperatūrą.

Sprendimas

Šilumokaita vyksta tarp vėsesnio ir karštesnio vandens – vėsesnis gauna šilumos kiekį $Q_1 = cm_1(T - T_1)$, karštesnis atiduoda $Q_2 = cm_2(T_2 - T)$. Šilumos balanso lygtis $Q_1 = Q_2$. Vėsesnio vandens masė $m_1 = \rho V_1$, o karštesnio – $m_2 = \rho V_2 = \rho(V - V_1)$. Įrašę šias išraiškas į šiluminio balanso lygtį ir išreiškę T, gauname:

$$T = [(V - V_1)T_2 + V_1 T_1]/V = 83°\text{C}.$$

Ats. 83°C.

4.4.3 pavyzdys. Taupant energiją, krosnies įkrovos plieninis bakas buvo pakeistas cilindru iš plieninio tinklo. Kiek sutaupoma šilumos jį įkaitinant nuo 18°C iki 918°C, jeigu bako masė 16 kg, o tinklo – 6 kg?

Duota: $m_1 = 16$ kg – bako masė; $m_2 = 6$ kg – tinklo masė; $T_1 = 18$°C – pradinė temperatūra; $T_2 = 918$°C – galutinė temperatūra; $c = 460$ J/kg K – plieno savitoji šiluma.

Rasti: sutaupytą šiluminę energiją ΔQ.

Sprendimas

Bakui įkaitinti suvartojama energija $Q_1 = cm_1(T_2 - T_1)$. Tinklui įkaitinti – $Q_2 = cm_2(T_2 - T_1)$. Sutaupoma energija $\Delta Q = Q_1 - Q_2$. Įrašę šilumų išraiškas, gauname:

$$\Delta Q = c(T_2 - T_1)(m_1 - m_2) = 4{,}14\ \text{kJ}.$$

Ats. 4,14 kJ.

4.4.4 pavyzdys. Kiek šilumos reikia suteikti 4 kg masės ledo gabalui, kurio pradinė temperatūra –12°C, kad ledas ištirptų, o susidaręs vanduo įkaistų iki 100°C ir išgaruotų?

Duota: $m = 4$ kg – ledo masė; $T_1 = -12$°C – pradinė ledo temperatūra; $T_2 = 100$°C – vandens virimo temperatūra; $T_3 = 0$°C – ledo skystėjimo temperatūra; $c_1 = 2{,}1 \cdot 10^3$ J/kg K – ledo savitoji šiluma; $c_2 = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg K – vandens savitoji šiluma; $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ kJ/kg – ledo lydymosi savitoji šiluma; $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ J/kg – vandens garavimo savitoji šiluma.

Rasti: šilumos kiekį Q.

Sprendimas

Šilumos kiekis, reikalingas ledui sušildyti iki lydymosi temperatūros (4.10):

$$Q_1 = c_1 m(T_3 - T_1).$$

Šilumos kiekis, reikalingas ledui išlydyti (4.18): $Q_2 = \lambda m$.

Šilumos kiekis, reikalingas, susidariusiam iš ledo vandeniui, užvirinti: $Q_3 = c_2 m(T_2 - T_3)$.

Šilumos kiekis, reikalingas verdančiam vandeniui išgarinti (4.17): $Q_4 = Lm$.

Visas šilumos kiekis, kurį reikia suteikti ledui: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$. Įrašę į šią lygtį atitinkamus šilumos kiekius, gauname:

$$Q = c_1 m(T_3 - T_1) + \lambda m + c_2 m(T_2 - T_3) + Lm \cdot 6 \cdot 10^6 \text{ J} = 6 \text{ MJ}.$$

Ats. 6 MJ.

4.4.5 pavyzdys. Koks yra kalvės žaizdro naudingumo koeficientas, jeigu 1 kg plieno įkaitinti 1400 K suvartojama 0,8 kg sąlyginio kuro?

Duota: $m_1 = 1$ kg – plieno masė; $c = 460$ J/kg K – plieno savitoji šiluma; $\Delta T = 1400$ K – temperatūros pokytis; $m_2 = 0{,}8$ kg – sąlyginio kuro masė; $q = 29 \cdot 10^6$ J/kg – sąlyginio kuro šilumingumas.

Rasti: žaizdro naudingumo koeficientą η.

Sprendimas

Remsimės naudingumo koeficiento formule $\eta = A_n / A_v$, Joje naudingas darbas A_n yra lygus šilumos kiekiui, reikalingam plienui įkaitinti: $A_n = c m_1 \Delta T$. Suvartotas šilumos kiekis $Q = A_v = q m_2$. Įrašę šias išraiškas į η formulę gauname:

$$\eta = c m_1 \Delta T / q m_2 = 0,028 = 2{,}8\%.$$

Ats. 2,8%.

4.4.6 pavyzdys. Į aliumininį kalorimetrą, kurio masė 300 g, buvo įmestas –15°C temperatūros ledo gabalėlis. Bandymo metu į kalorimetrą buvo įleista 100°C temperatūros vandens garų. Kai mišinio temperatūra pasiekė 25°C, mišinio masė buvo 500 g. Kiek vandens garų kondensavosi ir kiek ledo kalorimetre buvo prieš bandymą?

Duota: $m_k = 300$ g $= 0{,}3$ kg – kalorimetro masė; $T_1 = -15°$C ledo temperatūra; $T_2 = 25°$C – mišinio temperatūra; $T_L = 0°$C – ledo skystėjimo temperatūra; $T_v = 100°$C – vandens virimo temperatūra; $m_2 = 500$ g $= 0{,}5$ kg – mišinio masė; $c_k = 880$ J/ (kg K) – kalorimetro (aliuminio) savitoji šiluma; $c_L = 2100$ J/kgK – ledo savitoji šiluma; $c_v = 4200$ J/kg K – vandens savitoji šiluma; $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ kJ/kg – ledo lydymosi savitoji šiluma; $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ J/kg – vandens garavimo savitoji šiluma.

Rasti: garų masę m_g; ledo masę m_L.

Sprendimas

Kalorimetro gautas šilumos kiekis $Q_1 = c_k m_k (T_{miš} - T_1)$. Ledui sušildyti iki skystėjimo temperatūros reikia šilumos kiekio $Q_2 = c_L m_L (T_L - T_1)$. Šilumos kiekis ledui išlydyti $Q_3 = \lambda m_L$. Iš ledo susidariusiam vandeniui sušildyti iki mišinio temperatūros reikia šilumos kiekio $Q_4 = c_v m_L (T_2 - T_L)$. Garams kondensuojantis išsiskiria šilumos kiekis $Q_5 = L m_g$. Kondensacijos metu susidaręs vanduo, šaldamas iki temperatūros T_2, atiduoda šilumos kiekį

$Q_6 = c_v m_g(T_v - T_2)$. Užrašome šilumos balanso lygtį: $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = Q_5 + Q_6 = 0$. Įrašę į šią lygtį atitinkamus šilumos kiekius, atsižvelgdami į tai, kad $m_2 = m_L + m_g$, gauname:

$$m_g = (m_2(\lambda + c_L(T_L - T_1) + c_v(T_2 - T_L)) + c_k m_k(T_2 - T_1))/$$
$$(c_L(T_L - T_1) + c_v(T_v - T_L) + \lambda + L) = 0{,}08 \text{ kg} = 80 \text{ g};$$
$$m_L = (L + c_v(T_v - T_2)) - c_k m_k(T_2 - T_1))/$$
$$(c_L(T_L - T_1) + c_v(T_v - T_L) + \lambda + L) = 0{,}42 \text{ kg} = 420 \text{ g}.$$

Ats. 80 g; 420 g.

4.4.7 pavyzdys. Šiaurėje gėlo vandens dažniausiai gaunama tirpinant sniegą. Kiek malkų reikia sudeginti, kad 1500 kg sniego, kurio temperatūra –10°C, virstų 5°C temperatūros vandeniu, jeigu įrenginio naudingumo koeficientas yra 30%?

Duota: $m_1 = 1500$ kg – sniego masė; $T_0 = 0$°C – sniego lydymosi temperatūra; $T_1 = -10$°C – pradinė sniego temperatūra; $T_2 = 5$°C – vandens temperatūra; $\eta = 30\% = 0{,}3$ – įrenginio, tirpinančio sniegą, naudingumo koeficientas; $c_1 = 2100$ J/kg·K – sniego savitoji šiluma; $c_2 = 4200$ J/kg·K – vandens savitoji šiluma; $\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5$ J/kg – ledo lydymosi savitoji šiluma; $q = 10^7$ J/kg – malkų savitoji degimo šiluma.

Rasti: malkų masę m.

Sprendimas

Sniegui sušildyti iki jo lydymosi temperatūros T_0 reikia šilumos kiekio $Q_1 = c_1 m_1(T_0 - T_1)$. Po to sniegą reikia ištirpinti, tam suvartojant šilumos kiekį $Q_2 = \lambda m_1$, o gautą vandenį reikia pašildyti iki temperatūros T_2, tam suvartojant šilumos kiekį $Q_3 = c_2 m_1(T_2 - T_0)$. Iš viso reikalingas šilumos kiekis $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$.

Naudingumo koeficientas $\eta = Q/Q_4$, čia $Q_4 = qm$ – šilumos kiekis, išsiskiriantis degant malkoms. Atlikę algebrinius veiksmus, randame malkų masę:

$$m = [c_1 m_1(T_0 - T_1) + \lambda m_1 + c_2 m_1(T_2 - T_0)]/\eta q = 190 \text{ kg}.$$

Ats. 190 kg.

4.4.8 pavyzdys. Aliumininiame puode, kurio masė 0,5 kg, yra 0,5 l vandens ir 200 g 0°C temperatūros ledo. Vanduo 30 min. kaitinamas elektriniu šildytuvu, kurio galia 600 W. Kiek vandens išgaruos, jeigu šildytuvo naudingumo koeficientas 50%?

Duota: $m_1 = 05$ kg – puodo masė; $V_2 = 0{,}5$ l $= 0,5 \cdot 10^{-3}$ – vandens tūris; $m_3 = 200$ g $= 0{,}2$ kg – ledo masė; $T_1 = 0$°C – ledo temperatūra; $T_2 = 100$°C – vandens virimo temperatūra; $N = 600$ W – šildytuvo galia; $t = 30$ min. $= 1800$ s – laikas; $\eta = 50\% = 0{,}5$ – šildytuvo naudingumo koeficientas; $c_1 = 880$ J/kgK – savitoji aliuminio šiluma; $\rho = 1000$ kg/m^3 – vandens tankis; $c_2 = 4200$ J/kgK – savitoji vandens šiluma; $\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5$ J/kg – ledo lydymosi savitoji šiluma; $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ J/kg – vandens garavimo savitoji šiluma.

Rasti: išgaravusio vandens masę m.

Sprendimas

Vandens masė $m_2 = \rho V_2$. Šildytuvo naudingumo koeficientas $\eta = Q_n/Q_v$. $Q_v = Nt$ – šilumos kiekis, kurį išskiria šildytuvas per laiką t. Naudingas šilumos kiekis $Q_n = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$; čia $Q_1 = c_1 m_1(T_2 - T_1)$ – šilumos kiekis, suvartotas puodui sušildyti; $Q_2 = \lambda m_3$ – šilumos kiekis reikalingas ledui ištirpinti; $Q_3 = c_2(m_2 + m_3)(T_2 - T_1) = c_2(\rho V_2 + m_3)(T_2 - T_1)$ – šilumos kiekis visam vandeniui sušildyti iki virimo temperatūros; $Q_4 = Lm$ – šilumos kiekis vandeniui išgarinti. Įrašę atitinkamų šilumos kiekių išraiškas į η lygtį ir atlikę algebrinius

pertvarkymus, randame išgaravusio vandens masę:

$$m = \{\eta N t - [c_1 m_1 (T_2 - T_1) + \lambda m_2 + c_2(m_2 + m_3)(T_2 - T_1)]\}/L \approx 17 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} = 17\ \text{g}.$$

Ats. 17 g.

4.4.9 pavyzdys. Reikia paruošti 100 l talpos vonią, kurioje vandens temperatūra būtų 30°C. Tam naudojamas 80°C vanduo ir –20°C temperatūros ledas. Kiek ledo reikia įdėti į vonią?

Duota: $V = 100\ \text{l} = 0{,}1\ \text{m}^3$ – vonios tūris; $T_1 = 80°\text{C}$ – vandens temperatūra; $T_2 = -20°\text{C}$ – ledo temperatūra; $T_3 = 30°\text{C}$ – paruošto vandens temperatūra; $T_4 = 0°\text{C}$ – ledo skystėjimo temperatūra; $c_1 = 2100$ J/kgK – savitoji ledo šiluma; $c_2 = 4200$ J/kgK – savitoji vandens šiluma; $\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5$ J/kg – ledo lydymosi savitoji šiluma; $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$ – vandens tankis.

Rasti: ledo masę m.

Sprendimas

Šilumos kiekiai, reikalingi ledui sušildyti iki skystėjimo temperatūros ir ištirpinti: $Q_1 = c_1 m(T_4 - T_2)$ ir $Q_2 = \lambda m$. Vandeniui, susidariusiam iš ledo, sušildyti iki T_3 temperatūros, reikalingas šilumos kiekis $Q_3 = c_2 m(T_3 - T_4)$. Karštas vanduo, atvėsdamas iki T_3 temperatūros, atidavė šilumos kiekį $Q_4 = c_2 m_\text{v}(T_1 - T_3)$, čia m_v – karšto vandens masė, kurią galima rasti iš pilnos vonios vandens masės ρV atėmus ledo masę m ($m_\text{v} = \rho V - m$). Užrašome šiluminio balanso lygtį: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4$, įrašome šilumos kiekių išraiškas ir gauname ledo masę:

$$m = \rho V c_2(T_1 - T_3)/[c_1(T_4 - T_2) + \lambda + c_2(T_3 - T_4) + c_2(T_1 - T_3)] \approx 30\ \text{kg}.$$

Ats. 30 kg.

4.4.10 pavyzdys. Švininė kulka pramuša medinę sieną 400 m/s ir išlekia 300 m/s greičiu. Prieš smūgį kulkos temperatūra buvo 323 K. Kokia kulkos dalis išsilydė? Švino lydymosi temperatūra 600 K, savitoji lydymosi šiluma $2{,}5 \cdot 10^4$ J/kg, švino savitoji šiluma 130 J/kg·K. Kulkai atiteko visa smūgio metu išsiskyrusi šiluma.

Duota: $v_1 = 400$ m/s ir $v_2 = 300$ m/s – kulkos greitis prieš smūgį ir po jo; $T_0 = 323$ K – kulkos temperatūra prieš smūgį; $T = 600$ K – kulkos lydymosi temperatūra; $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^4$ J/kg – švino savitoji lydymosi šiluma; $c = 130$ J/kg·K – švino savitoji šiluma.

Rasti: išsilydžiusią kulkos dalį m_1/m.

Sprendimas

Pramušant sieną, kulkos kinetinės energijos dalis virsta vidine $E_{k1} - E_{k2} = \Delta U = Q$. Vidinės energijos pokytis ΔU yra lygus šilumos kiekiui Q, reikalingam kulkai įkaitinti iki lydymosi temperatūros ir jos daliai m_1 išlydyti: $(mv_1^2 - mv_2^2)/2 = cm(T - T_0) + \lambda m_1$. Pertvarkę paskutinę lygtį gauname:

$$m_1/m = 1/\lambda[v_1^2 - v_2^2/2 - c(T - T_0)] = 0{,}015 = 1{,}5\%.$$

Ats. Išsilydė 1,5% kulkos masės.

4.5. Šiluminiai varikliai

4.5.1 pavyzdys. Šilumvežis, kurio galia 3000 kW, dirbdamas 3 valandas, suvartoja 2400 kg dyzelinio kuro. Koks šilumvežio naudingumo koeficientas?

Duota: $N = 3000$ kW $= 3{\cdot}10^6$ W – šilumvežio galia; $t = 3$ h $= 10\,800$ s – laikas; $m = 2400$ kg – dyzelinio kuro masė; $q = 42 \cdot 10^6$ J/kg – dyzelinio kuro savitoji degimo šiluma.

Rasti: naudingumo koeficientą η.

Sprendimas:

Šilumvežio variklio atliktas naudingas darbas $A_N = Nt$. Kurui degant išsiskyrusi šiluma (4.16): $Q_1 = qm$. A_{N} ir Q_1 išraiškas įrašę į variklio naudingumo koeficiento formlę (4.19): $\eta = A/Q_1$, gauname:

$$\eta = Nt/qm = 0{,}32 = 32\%.$$

Ats. 32%.

4.5.2 pavyzdys. Lėktuvo, skrendančio 360 km/h greičiu, variklio galia 330 AJ. Kiek benzino reikia, norint nuskristi 1000 km? Variklio naudingumo koeficientas yra 25%, benzino savitoji degimo šiluma $4{,}7{\cdot}10^7$ J/kg.

Duota: $v = 360$ km/h $= 100$ m/s – lėktuvo greitis; $N = 330$ AJ $= 330 \cdot 736$ W $= 2{,}43{\cdot}10^5$ W – variklio galia; $s = 1000$ km $= 10^6$ m – skridimo kelias; $\eta = 25\% = 0{,}25$ – lėktuvo variklio naudingumo koeficientas; $q = 4{,}7{\cdot}10^7$ J/kg – benzino savitoji degimo šiluma.

Rasti: benzino masę m.

Sprendimas

Remsimės naudingumo koeficiento formule (4.19): $\eta = A/Q_1$. Naudingasis darbas $A = Nt$, laiką t išreikšime iš kelio formulės: $t = s/v$. Tada $A = Ns/v$, o $Q_1 = A/\eta = Ns/v\eta$. Kita vertus, šilumos kiekis, kurį išskiria sudegdamas kuras, $Q_1 = mq$. Sulyginę dvi Q_1 išraiškas, gauname benzino masę:

$$m = Ns/vq\eta \approx 210 \text{ kg}.$$

Ats. $\approx$ 210 kg.

4.5.3 pavyzdys. Veikiant vidaus degimo varikliui, cilindre susidaro 727°C temperatūros dujos. Išmetamų dujų temperatūra 100°C. Per valandą variklis suvartoja 36 kg dyzelinio kuro. Kokią didžiausią naudingą galią išvysto variklis?

Duota: $T_1 = 727$°C $= 1000$ K – cilindre susidariusių dujų temperatūra; $T_2 = 100$°C $= 373$ K – išmetamų dujų temperatūra; $t = 1$ h $= 3600$ s – laikas; $m = 36$ kg – dyzelinio kuro masė; $q = 42{\cdot}10^6$ J/kg – dyzelinio kuro savitoji degimo šiluma.

Rasti: didžiausią variklio galią N.

Sprendimas

Didžiausią variklio galią atitinka didžiausias naudingumo koeficientas (4.20). Todėl sulyginę (4.19) ir (4.20) formules gauname: $\eta = A/Q_1 = (T_1 - T_2)/T_1$. Naudingas darbas $A = Nt$, o degančio kuro išskiriamas šilumos kiekis $Q_1 = qm$. Įrašę tai į η sąryšį, randame didžiausią

galią

$$N = qm(T_1 - T_2)/T_1 t = 2{,}63 \cdot 10^5 \text{ W} = 263 \text{ kW}.$$

Ats. 263 kW.

4.5.4 pavyzdys. Šiluminės mašinos šildytuvo temperatūra 227°C, o aušintuvo temperatūra 27°C. Apskaičiuokime didžiausią šios mašinos naudingumo koeficientą. Kiek kartų pakinta naudingumo koeficientas, šildytuvo temperatūrą padidinus, o aušintuvo temperatūrą sumažinus dydžiu $\Delta T = 100$ K?

Duota: $T_1 = 227°\text{C} = 500$ K – šildytuvo temperatūra; $T_2 = 27°\text{C} = 300$ K – aušintuvo temperatūra; $\Delta T = 100$ K – temperatūros pokytis.

Rasti: η_1 – didžiausią naudingumo koeficientą; η_2/η_1 – naudingumo koeficiento pokytį.

Sprendimas

Šiluminės mašinos didžiausias naudingumo koeficientas skaičiuojamas pagal formulę (4.20). Todėl

$$\eta_1 = (T_1 - T_2)/T_1 = 0{,}4.$$

Pakitus šildytuvo ir aušintuvo temperatūroms, naudingumo koeficientas tampa toks:

$$\eta_2 = [(T_1 + \Delta T) - (T_2 - \Delta T)]/(T_1 + \Delta T),$$

o ieškomasis santykis

$$\eta_2/\eta_1 = [(T_1 + \Delta T) - (T_2 - \Delta T)]T_1/(T_1 + \Delta T)(T_1 - T_2) = 1{,}66.$$

Ats. 0,4; 1,66.

4.5.5 pavyzdys. Variklyje sudega 25 kg benzino per valandą. Jis aušinamas vandeniu, kurio temperatūra dėl to pakyla 15 K. Kiek vandens prateka aušintuvu per sekundę, jeigu jam šildyti eikvojama 60% energijos, išsiskiriančios degant benzinui?

Duota: $m = 25$ kg – benzino masė; $\delta = 60\% = 0{,}6$ – aušintuvui tenkanti šiluminės energijos dalis; $t = 1\text{h} = 3600$ s – laikas; $q = 46 \cdot 10^6$ J/kg – benzino savitoji degimo šiluma; $\Delta T = 15$ K – vandens temperatūros pokytis; $c = 4200$ J/kg K – vandens savitoji šiluma.

Rasti: m_1 – vandens masę, pratekančią aušintuvu per sekundę.

Sprendimas

$Q_1 = qm/t$ – šilumos kiekis, išsiskyręs degant kurui per sekundę. Aušintuvui atiduodamas šilumos kiekis $Q_2 = \delta Q_1 = \delta qm/t$. Kita vertus, $Q_2 = cm_1\Delta T$. Todėl

$$m_1 = \delta qm/(ct\Delta T) = 3{,}0 \text{ kg/s}.$$

Ats. 3,0 kg/s.

4.6. Sotieji garai. Oro drėgmė

4.6.1 pavyzdys. Sočiųjų vandens garų temperatūra yra 4°C. Kiek kartų šios temperatūros vandens tankis yra didesnis už sočiųjų garų tankį? Kokie erdvės tūriai vidutiniškai tenka vienai vandens molekulei vandenyje ir garuose? Tarkime, kad žinomas tik sočiųjų vandens garų slėgis.

Duota: vandens ir jo sočiųjų garų temperatūra $T = 4°C = 277$ K; vandens tankis, esant 4°C temperatūrai, $\rho = 1000$ kg/m^3 (šioje temperatūroje vandens tankis yra didžiausias ir būtent toks); sočiųjų vandens garų slėgis 4°C temperatūroje $p_0 = 810$ Pa; vandens molio masė $M = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; universalioji dujų konstanta $R = 8{,}31$ J/mol; Avogadro skaičius $N_A = 6{,}0 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

Rasti: vandens ir vandens garų tankių santykį ρ/ρ_0; vienai molekulei vidutiniškai tenkantį tūrį vandenyje ir garuose V_{10} ir V_{20}.

Sprendimas

Sočiųjų vandens garų tankiui ρ_0 nustatyti pasinaudosime Mendelejevo ir Klapeirono lygtimi (4.12):

$$p_0 = \rho_0 RT/M; \quad \rho_0 = p_0 M/RT; \quad \text{tad santykis} \quad \rho/\rho_0 = \rho RT/p_0 M = 1{,}6 \cdot 10^5.$$

Vienai molekulei tenkantį erdvės tūrį apskaičiuosime imdami dydį, atvirkščią molekulių koncentracijai:

$$V_{10} = 1/n_1; \quad V_{20} = 1/n_2.$$

Savo ruožtu (4.2): $\rho = nm_0 = nM/N_A$; $n = \rho N_A/M$. Tad

$$V_{10} = M/\rho N_A; \quad V_{20} = M/\rho_0 N_A = RT/p_0 N_A.$$

Įrašę skaitines vertes gausime: $V_{10} = 3{,}0 \cdot 10^{-29}$ m^3; $V_{20} = 4{,}7 \cdot 10^{-24}$ m^3.

Ats. $1{,}6 \cdot 10^5$; $3{,}0 \cdot 10^{-29}$ m^3; $4{,}7 \cdot 10^{-24}$ m^3.

4.6.2 pavyzdys. Uždarame inde yra 0,5 kg verdančio vandens ir 1,2 g vandens garų (oro inde nėra). Koks indo tūris, jei vanduo užverda esant 100°C temperatūrai? Tarkime, kad žinomas tik sočiųjų vandens garų slėgis.

Duota: verdančio vandens masė $m_1 = 0{,}5$ kg; vandens garų masė $m_2 = 1{,}2$ g $= 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ kg; vandens tankis $\rho_1 = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3; sočiųjų vandens garų slėgis 100°C temperatūroje $p_0 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa; vandens ir garų temperatūra $T = 100°C = 373$ K; vandens molio masė $M = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; universalioji dujų konstanta $R = 8{,}31$ J/mol K.

Rasti: indo tūrį V.

Sprendimas

Kadangi indas uždaras, jame esantys vandens garai yra sotieji.

Indo tūris yra lygus vandens tūrio V_1 ir garų tūrio V_2 sumai: $V = V_1 + V_2$. Vandens tūris $V_1 = m_1/\rho_1$, o garų tūrį galima apskaičiuoti pasinaudojant Mendelejevo ir Klapeirono lygtimi (4.12):

$$p_0 V_2 = m_2 RT/M; \quad V_2 = m_2 RT/M p_0. \quad \text{Tad}$$

$$V = m_1/\rho_1 + m_2 RT/M p_0 = 2{,}5 \cdot 10^{-3} m^3 = 2{,}5 \text{ l}.$$

Ats. 2,5 l.

4.6.3 pavyzdys. Kai temperatūra 15°C, vandens garai užima 5,76 l tūrį ir jų slėgis yra 1280 Pa. Koks bus tų garų slėgis, temperatūrai pakilus iki 27°C ir koks temperatūrai nukritus iki 7°C? Kas dar atsitiks atšaldant garus?

Duota: vandens garų tūris $V = 5{,}76\,\mathrm{l} = 5{,}76 \cdot 10^{-3}$ m^3; garų temperatūros $T_1 = 15°\mathrm{C} = 288$ K; $T_2 = 27°\mathrm{C} = 300$ K; $T_3 = 7°\mathrm{C} = 280$ K; vandens garų slėgis 15°C temperatūroje $p_1 = 1280$ Pa; sočiųjų vandens garų slėgiai atitinkamose temperatūrose: $p_{01} = 1710$ Pa; $p_{02} = 3560$ Pa; $p_{03} = 1000$ Pa; vandens molio masė $M = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; universalioji dujų konstanta $R = 8{,}31$ J/molK.

Rasti: vandens garų slėgius atitinkamose temperatūrose p_2 ir p_3; susikondensavusią šaldant vandens garų masę m.

Sprendimas

15°C temperatūroje garai nėra sotūs, nes $p_1 < p_{01}$. Nepasakyta, kad tūris kinta, tad procesas izochorinis (4.15):

$$p_1/T_1 = p_2/T_2; \quad p_2 = p_1 T_2/T_1 = 1330 \text{ Pa}.$$

Šaldant garai pasidarys sotieji, be to dalis jų kondensuosis. Ieškomas slėgis p_3 paprasčiausiai yra lygus sočiųjų garų slėgiui 7°C temperatūroje:

$$p_3 = p_{03} = 1000 \text{ Pa}.$$

Susikondensavusią garų masę m rasime naudodamiesi Mendelejevo ir Klapeirono lygtimi (4.12):

$$p_1 V = m R T_1/M; \quad m_1 = p_1 V M/R T_1; \quad p_{03} V = m_3 R T_3/M; \quad m_3 = p_{03} V M/R T_3;$$

$$m = m_1 - m_3; \quad m = (p_1/T_1 - p_{03}/T_3) M V/R = 11 \cdot 10^{-6} \text{ kg} = 11 \text{ mg}.$$

Ats. 1330 Pa; 1000 Pa; 11 mg.

4.6.4 pavyzdys. Uždarame 0,5 m^3 tūryje yra 7°C temperatūros 12 g vandens ir sotieji vandens garai. Koks slėgis nusistovės, izotermiškai padidinus tūrį iki 2,5 m^3? Sočiųjų vandens garų tankis toje temperatūroje yra $7{,}8 \cdot 10^{-3}$ kg/m^3.

Duota: pradinis ir galutinis tūriai $V_1 = 0{,}5$ m^3 ir $V_2 = 2{,}5$ m^3; vandens ir jo garų temperatūra $T = 7^0\mathrm{C} = 280$ K; vandens masė $m_1 = 12$ g $= 12 \cdot 10^{-3}$ kg; sočiųjų vandens garų tankis 7°C temperatūroje $\rho_0 = 7{,}8 \cdot 10^{-3}$ kg/m^3; vandens molio masė $M = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; universalioji dujų konstanta $R = 8{,}31$ J/molK.

Rasti: p – vandens garų slėgį, padidinus tūrį.

Sprendimas

Pirmiausia reikia išsiaiškinti, ar išgaruos visas vanduo padidinus uždarą tūrį.

Sočiųjų vandens garų masė tūryje V_1 yra $m_1 = \rho_0 V_1$. Visa vandens masė $m = m_1 + m_2 = m_1 + \rho_0 V_1 = 15{,}9$ g $= 15{,}9 \cdot 10^{-3}$ kg. Jei tūriui didėjant visas vanduo išgaruotų, jo tankis būtų $\rho = m/V_2 = (m_1 + \rho_0 V_1)/V_2 = 6{,}3 \cdot 10^{-3}$ kg/m^3. Tai yra mažiau už sočiųjų vandens garų tankį ρ_0. Vadinasi, tūryje V_2 visas vanduo bus išgaravęs, be to, garai nebus sotieji ($\rho < \rho_0$). Šių garų slėgį rasime pagal Mendelejevo ir Klapeirono lygtį (4.12):

$$p = \rho R T/M = (m_1 + \rho_0 V_1) R T/M V_2 = 820 \text{ Pa}.$$

Ats. 820 Pa.

4.6.5 pavyzdys. Uždaras 0,50 m^3 indas su 0,50 kg vandens pašildytas iki 147°C. Kiek reikia pakeisti indo tūrį, kad jame būtų tik sotieji vandens garai? Toje temperatūroje sočiųjų vandens garų slėgis yra 0,47 MPa.

Duota: indo tūris $V = 0,50$ m^3; vandens masė $m = 0,50$ kg; vandens temperatūra $T = 147°C = 420$ K; sočiųjų vandens garų slėgis $p_0 = 0,47$ MPa $= 4,7 \cdot 10^5$ Pa; vandens molio masė $M = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; universalioji dujų konstanta $R = 8,31$ J/mol K.

Rasti: indo tūrio pokytį ΔV.

Sprendimas

Spėtina, kad visas vanduo bus išgaravęs. Naudodamiesi Mendelejevo ir Klapeirono lygtimi (4.12) apskaičiuosime, kokį slėgį sukelia vandens garai:

$$p = mRT/MV = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0,19 \text{ MPa}.$$

Taigi visas vanduo bus išgaravęs, o slėgis bus mažesnis už sočiųjų garų slėgį. Kad garai pasidarytų sotieji, tūrį reikia mažinti. Procesas yra izoterminis, tad (4.13):

$$pV = p_0(V - \Delta V); \quad \Delta V = V(1 - p/p_0) = 0,30 \text{ m}^3.$$

Ats. Reikia sumažinti 0,30 m^3.

4.6.6 pavyzdys. Cilindre po stūmokliu, kurio skerspjūvio plotas 300 cm^2, yra vandens ir sočiųjų vandens garų, kurių temperatūra 100°C. Kokį darbą atliks garai, jei, izotermiškai plečiantis, stūmoklis pasislinks 40 cm? Kiek vandens tuo metu turi išgaruoti? Tūrio pokyčio dėl išgaravusio vandens nepaisykime.

Duota: cilindro skerspjūvio plotas $S = 300$ cm^2 $= 0,0300$ m^2; vandens ir garų temperatūra $T = 100°C = 373$ K; vandens sočiųjų garų slėgis 100°C temperatūroje $p_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Pa; stūmoklio poslinkis $h = 40$ cm $= 0,40$ m; vandens molio masė $M = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; universalioji dujų konstanta $R = 8,31$ J/mol K.

Rasti: garų plėtimosi darbą A; plėtimosi metu išgaravusią vandens masę m.

Sprendimas

Tai ne tik izoterminis, bet ir izobarinis procesas, nes, nekintant temperatūrai, nekinta ir sočiųjų garų slėgis. Todėl garų plėtimosi darbą skaičiuosime pagal izobarinio proceso formulę (4.11):

$$A = p_0(V_2 - V_1) = p_0 Sh = 1200 \text{ J} = 1,2 \text{ kJ}.$$

Išgaravusio vandens masei rasti naudosimės Mendelejevo ir Klapeirono lygtimi (4.12):

$$p_0 V_1 = m_1 RT/M; \quad m_1 = p_0 V_1 M/RT; \quad p_0 V_2 = m_2 RT/M; \quad m_2 = p_0 V_2 M/RT;$$

$$m = m_2 - m_1 = p_0 M(V_2 - V_1)/RT = p_0 MSh/RT = 7,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 7,0 \text{ g}.$$

Ats. 1,2 kJ; 7,0 g.

4.6.7 pavyzdys. Kambario temperatūra 18°C, santykinė oro drėgmė 55%. Į metalinį virdulį pripylus šalto vandens, jis aprasojo. Kokiai vandens temperatūrai esant virdulys nustos rasoti?

Duota: kambario temperatūra $T = 18°C$; santykinė oro drėgmė $\varphi = 55\%$; sočiųjų vandens garų slėgis 18°C temperatūroje $p_0 = 2,07 \cdot 10^3$ Pa.

Rasti: vandens temperatūrą, kurioje virdulys nustos rasoti, T_v.

Sprendimas:

Virdulys nustos rasoti, kada vandens temperatūra jame pakils iki rasos taško temperatūros, kurioje oras pasidaro 100% drėgnas: $T_v = T_r$. Sutinkamai su (4.21) ir (4.22) sąryšiais, absoliutinė oro drėgmė

$$p = p_0\varphi/100\% = p_{0r} = 1,14 \cdot 10^3 \text{ Pa}.$$

Lentelėje apie sočiųjų vandens garų slėgį įvairiose temperatūrose randame, kad slėgį $p_{0r} = 1,14 \cdot 10^3$ Pa atitinka 9°C temperatūra.

Ats. 9°C.

4.6.8 pavyzdys. 6,0 m^3 oro yra 51 g vandens garų. Oro temperatūra 20°C. Raskime oro absoliutinę (dalinį vandens garų slėgį) ir santykinę drėgmę. Sočiųjų vandens garų slėgis toje temperatūroje $2,33 \cdot 10^3$ Pa.

Duota: oro tūris $V = 6{,}0$ m^3; vandens garų masė $m = 51$ g $= 51 \cdot 10^{-3}$ kg; oro temperatūra $T = 20°\text{C} = 293$ K; sočiųjų vandens garų slėgis 20°C temperatūroje $p_0 = 2{,}33 \cdot 10^3$ Pa; vandens molio masė $M = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; universalioji dujų konstanta $R = 8{,}31$ J/mol K.

Rasti: absoliutinę oro drėgmę p; santykinę oro drėgmę φ.

Sprendimas

Absoliutinei oro drėgmei rasti naudosimės Mendelejevo ir Klapeirono lygtimi (4.12):

$$p = mRT/MV = 1{,}15 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

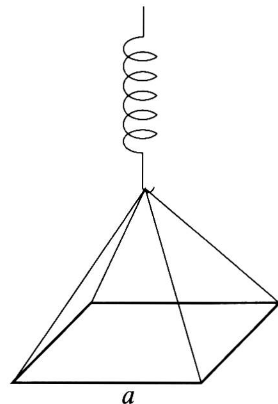
Pagal (4.21) formulę

$$\varphi = p100\%/p_0 = mRT100\%/MVp_0 = 49\%.$$

Ats. $1,15 \cdot 10^3$ Pa; 49%.

4.7. Skysčio paviršiaus savybės

4.7.1 pavyzdys. Ant jautrios spyruoklės pakabintu gulsčiu plonos vielos kvadratiniu rėmeliu paliečiamas aliejaus paviršius. Rėmelio kraštinės ilgis 30 mm, spyruoklės standumas 0,80 N/m. Tolygiai keliant rėmelį, atotrūkio nuo aliejaus metu spyruoklė pailgėjo 10 mm. Apskaičiuokime aliejaus paviršiaus įtempimo koeficientą.



Duota: rėmelio kraštinė $a = 30$ mm $= 0{,}030$ m; spyruoklės standumas $k = 0{,}80$ N/m; spyruoklės pailgėjimas $x = 10$ mm $= 0{,}010$ m.

Rasti: aliejaus paviršiaus įtempimo koeficientą σ.

Sprendimas

Atitrūkstant rėmeliui nuo aliejaus, spyruoklė pailgėja dėl to, kad reikia įveikti paviršinio įtempimo jėgą. Pagal (4.23) sąryšį $F_{\text{įt}} = \sigma l = 4\sigma a$. Pagal Huko dėsnį (2.8) tamprumo jėga $F_t = -k\Delta x$. Šią jėgą atsveria paviršiaus įtempimo jėga: $F_{\text{įt}} = -F_t = k\Delta x$; $4\sigma a = k\Delta x$; $\sigma = k\Delta x/4a = 0{,}067$ N/m $= 67$ mN/m.

Ats. 67 mN/m.

4.7.2 pavyzdys. Kokį darbą reikia atlikti, norint dvigubai padidinti muilo burbulo, kurio spindulys 3,0 cm, tūrį?

Duota: pradinis burbulo spindulys $r = 3{,}0$ cm $= 0{,}030$ m; burbulų tūrių sąryšis $V_2 = 2V_1$; muilo tirpalo paviršiaus įtempimo koeficientas $\sigma = 40$ mN/m $= 0{,}040$ N/m.

Rasti: darbą A, atliekamą didinant muilo burbulo tūrį.

Sprendimas

Atliktas darbas $A = \sigma \Delta S$ (4.23), čia ΔS – burbulo paviršių (o jie yra du) ploto suminis prieaugis. $\Delta S = 2(S_2 - S_1) = 8\pi(r_2^2 - r_1^2)$.

Spinduliui r_2 rasti naudosimės tūrių sąryšiu: $V_1 = 4\pi r_1^3/3$; $V_2 = 4\pi r_2^3/3 = 2V_1$. Tad $r_2 = 2^{1/3} r_1$.

$$A = 8\pi\sigma r_1^2(2^{2/3} - 1) = 0{,}53\cdot 10^{-3}\ \text{J} = 0{,}53\ \text{mJ}.$$

Ats. 0,53 mJ.

4.7.3 pavyzdys. Rėčio skersmuo 0,40 m, jo skylučių skersmuo – 0,50 mm. Kiek litrų vandens galima įpilti į rėtį?

Duota: rėčio skersmuo $D = 0{,}40$ m; rėčio skylučių skersmuo $d = 0{,}50$ mm $= 5{,}0\cdot 10^{-4}$ m; vandens paviršiaus įtempimo koeficientas $\sigma = 72\cdot 10^{-3}$ N/m; vandens tankis $\rho = 1{,}0\cdot 10^3$ kg/m^3; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: vandens tūrį rėtyje V.

Sprendimas

Kad vanduo nebėgtų pro rėčio skylutes, jis turi nedrėkinti rėčio tinklelio. Tada kapiliaruose, t. y. rėčio skylutėse, vandens lygis yra žemesnis nei inde aukščiu $h = 2\sigma/\rho g r = 4\sigma/\rho g d$ (4.24). Vanduo pro skylutes pradės sunktis tik tada, kai vandens sluoksnio rėtyje aukštis susilygins su h. Todėl vandens tūris rėtyje

$$V = \pi h D^2/4 = \pi\sigma D^2/\rho g d = 7{,}2\cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 = 7{,}2\ \text{l}.$$

Ats. 7,2 l.

4.8. Mechaninės kietųjų kūnų savybės

4.8.1 pavyzdys. Plieniniu lynu, kurio skerspjūvio plotas 300 mm^2, iš 400 m gylio šachtos tolygiai keliamas 5,0 t masės krovinys. Reikia rasti didžiausią lyno įtampą ir jo atsparumo atsargą.

Duota: lyno skerspjūvio plotas $S = 300$ mm^2 $= 3{,}0\cdot 10^{-4}$ m^2 ir ilgis $h = 400$ m; krovinio masė $m = 5{,}0$ t $= 5{,}0\cdot 10^3$ kg; plieno tankis $\rho = 7{,}8\cdot 10^3$ kg/m^3; plieno stiprumo riba $\sigma_{st} = 500$ MPa $= 5{,}0\cdot 10^8$ Pa; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: didžiausią lyno įtampą σ_{max}; lyno atsparumo atsargą n_{st}.

Sprendimas

Lynas labiausiai yra įtemptas, kai krovinys yra šachtos dugne. Tada viršutiniame taške jį tempia ir krovinio, ir viso lyno sunkis:

$$F_{max} = mg + \rho h S g = (m + \rho h S)g.$$

Pagal (4.25) ir (4.27) sąryšius

$$\sigma_{max} = F_{max}/S = (m/S + \rho h)g = 1{,}9\cdot 10^8\ \text{Pa} = 0{,}19\ \text{GPa}.$$

$$n_{st} = \sigma_{st}/\sigma_{max} = \sigma_{st}/(m/S + \rho h)g = 2{,}6.$$

Ats. 0,19 GPa; 2,6.

4.8.2 pavyzdys. Prie plieninės 1,0 m ilgio ir 3,0 mm^2 skerspjūvio ploto vielos prikabintas 50 kg masės kūnas. Kūnas buvo atlenktas į pakabinimo taško aukštį ir paleistas. Reikia rasti vielos pailgėjimą apatiniame trajektorijos taške.

Duota: vielos ilgis $l = 1{,}0$ m; vielos skerspjūvio plotas $S = 3{,}0\ mm^2 = 3{,}0 \cdot 10^{-6}\ m^2$; kūno masė $m = 50$ kg; plieno tamprumo modulis $E = 200$ GPa $= 2{,}0 \cdot 10^{11}$ Pa; plieno stiprumo riba $\sigma_{st} = 500$ MPa $= 5{,}0 \cdot 10^8$ Pa; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10\ m/s^2$.

Rasti: vielos pailgėjimą Δl.

Sprendimas

Krovinys juda l spindulio apskritimu, tad turi įcentrinį pagreitį (1.11) $a_{įc} = v^2/l$. Kroviniui praeinant pusiausvyros padėtį, $a_{įc}$ yra nukreiptas stačiai aukštyn. Tuo momentu vielą temps kūno svoris (pačios vielos sunkio nepaisome):

$$F = m(g + a_{įc}) = m(g + v^2/l).$$

Krovinio pusiausvyros taške įgytą greitį rasime prilyginę atlenkto krovinio įgytą potencinę energiją (3.11) kinetinei energijai (3.8):

$$E_P = E_K; \quad mgl = mv^2/2; \quad v^2 = 2gl.$$
$$F = m(g + 2gl/l) = 3mg.$$

Pagal (4.25) ir (4.26) formules:

$$\sigma = F/S = E\varepsilon = E\Delta l/l; \quad \Delta l = Fl/ES = 3mgl/ES = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 2{,}5\ \text{mm}.$$

Reikėtų pasitikrinti ar viela nenutrūks: $\sigma = 3mg/S = 5 \cdot 10^8$ Pa $= 500$ MPa.

Matome, kad įtempimas $\sigma = \sigma_{st}$, tad didelė tikimybė, kad viela neišlaikys ir nutrūks.

Ats. 2,5 mm.

4.8.3 pavyzdys. Dvi to paties metalo vielas veikia vienodos apkrovos. Kiek kartų skiriasi jų santykiniai pailgėjimai ir įgytos potencinės energijos, jei pirmosios vielos ilgis ir skersmuo yra dvigubai didesni, negu antrosios?

Duota: vielų apkrovos $F_1 = F_2 = F$; sąryšiai tarp dviejų to paties metalo vielų ilgių ir skersmenų: $l_1 = 2l_2$ ir $d_1 = 2d_2$.

Rasti: vielų santykinių pailgėjimų santykį $\varepsilon_2/\varepsilon_1$; vielų įgytų potencinių energijų santykį W_2/W_1.

Sprendimas

Remsimės (4.25), (4.26) ir (4.28) sąryšiais. Taip pat prisiminsime, kad deformuoto kūno potencinė energija (3.13) $W = k\Delta l^2/2$.

$$\varepsilon_2/\varepsilon_1 = \sigma_2/\sigma_1 = S_1/S_2 = d_1^2/d_2^2 = 4.$$
$$W_2/W_1 = k_2\Delta l_2^2/k_1\Delta l_1^2 = S_2\Delta l_2^2 l_1/S_1\Delta l_1^2 l_2 = d_2^2\varepsilon_2^2 l_2/d_1^2\varepsilon_1^2 l_1 = d_1^2 l_2/d_2^2 l_1 = 2.$$

Ats. 4; 2.

4.9. Užduotys

4.9.1. Palyginkite molekulių skaičių, esantį 6 g vandenilio ir 32 g deguonies. Kiek kartų deguonies molekulė sunkesnė už vandenilio molekulę?

4.9.2. Per mėnesį iš stiklinės išgaravo 180 g vandens. Kiek vidutiniškai vandens molekulių išgaruodavo per 1 s?

4.9.3. 4,0 l talpos inde yra 1,0 g vandenilio molekulių. Kokia vandenilio molekulės masė? Kiek molekulių yra inde ir kokia jų koncentracija?

4.9.4. Leistinoji gyvsidabrio garų koncentracija ore yra $3{,}0 \cdot 10^{16}$ m^{-3}. Apskaičiuokite, kokia gyvsidabrio garų masė klasėje ($10 \times 6 \times 4$ m^3) gali sukelti apsinuodijimo pavojų.

4.9.5. Vienas šaukštas paauksuotas, kitas toks pat šaukštas pasidabruotas tokio pat storio metalo sluoksniu. Kiek kartų ir kurio metalo atomų daugiau panaudota? Aukso ir sidabro tankiai yra $19{,}3 \cdot 10^3$ kg/m^3 ir $10{,}5 \cdot 10^3$ kg/m^3.

4.9.6. Deguonies molekulės skersmuo yra apie $3 \cdot 10^{-10}$ m. Kokio ilgio gautume grandinėlę, jeigu išdėstytume į vieną eilę molekules, esančias 0,50 cm^3 normaliomis sąlygomis. Normaliomis sąlygomis dujų molis užima 22,4 l.

4.9.7. 50 l tūrio balione yra $5{,}0 \cdot 10^{25}$ molekulių. Kokia molekulių koncentracija? Koks yra vidutinis atstumas tarp molekulių?

4.9.8. Dujų mišinyje yra 30 g anglies dioksido ir 20 g kitų dujų. Mišinio molio masė 36 g/mol. Nustatykite, kokių dar dujų yra mišinyje? Kiek molekulių yra mišinyje?

4.9.9. Azoto molekulė, lekianti 600 m/s greičiu, smogia statmenai į indo sienelę ir tampriai nuo jos atšoka. Raskite judėjimo kiekį (impulsą), perduotą sienelei.

4.9.10. Balione yra tobulosios dujos. Kiek procentų pakis jų slėgis, jei dujų molekulių vidutinis kvadratinis greitis sumažės 10%?

4.9.11. Azoto molekulės vidutinis kvadratinis greitis 500 m/s, o tankis 1,4 kg/m^3. Atitinkami deguonies parametrai yra 400 m/s ir 1,5 kg/m^3. Palyginkite šių dujų slėgius ir jų molekulių vidutines kinetines energijas.

4.9.12. 20 l talpos indas pripildytas argono, kurio slėgis $2{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Molekulių vidutinis kvadratinis greitis 400 m/s. Kiek molekulių yra inde ir kokia jų vidutinė kinetinė energija? Kokia dujų temperatūra?

4.9.13. Vakuuminėje lempoje, kurios tūris 10 cm^3, atsirado plyšelis, pro kurį kiekvieną sekundę į lempą prasiskverbia 10^6 molekulių. Kiek laiko praeis, kol lempa prisipildys oro? Aplinkos temperatūra 20°C, atmosferos slėgis $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa.

4.9.14. Vidutinis atstumas tarp dujų molekulių 300 K temperatūroje $3{,}0 \cdot 10^{-9}$ m. Kokia dujų koncentracija ir koks tų dujų slėgis?

4.9.15. Šiuolaikiniais vakuuminiais siurbliais galima sumažinti slėgį iki 10^{-11} Pa. Kiek molekulių liko 2,0 cm^3 ampulėje taip praretinto oro 17°C temperatūroje?

4.9.16. Dujų tankis lygus 1,8 kg/m^3, o slėgis $1{,}5 \cdot 10^5$ Pa. Koks yra vidutinis kvadratinis dujų molekulių greitis bei vidutinė kinetinė energija? Žinoma, kad šių dujų vienas molis užima 12 l tūrį.

4.9.17. Tam tikras kiekis molekulinio vandenilio dujų užima 1,0 m^3, jo slėgis $2{,}0 \cdot 10^5$ Pa, temperatūra 250 K. Koks bus dujų slėgis $5{,}0 \cdot 10^3$ K temperatūroje, esant 10 m^3 tūriui? Tokioje aukštoje temperatūroje praktiškai visos molekulės yra suskilusios į atomus.

4.9.18. Sumaišyti du vienodi kiekiai tos pačios rūšies dujų. Nusistovėjus pusiausvyrai, mišinio molekulių vidutinis kvadratinis greitis lygus 400 m/s. Koks buvo šis greitis prieš sumaišant dujas antrajame inde, jei pirmajame jis buvo 500 m/s?

4.9.19. Viename inde yra $2{,}0\cdot10^{24}$ 200 K temperatūros helio, o kitame – $3{,}0\cdot10^{24}$ 300 K temperatūros neono atomų. Kokia temperatūra nusistovės dujoms susimaišius?

4.9.20. Azoto molekulės skersmuo yra apie $3\cdot10^{-8}$ cm. Tarę, kad molekulė yra sferos formos, raskite, kokią indo tūrio dalį užima azoto molekulės 0°C temperatūroje, kai slėgis 10^5 Pa.

4.9.21. Nežinomų dujų tankis, esant 87°C temperatūrai ir 800 kPa slėgiui, lygus 5,4 kg/m^3. Raskite šių dujų molio masę. Kokios tai dujos?

4.9.22. Inde yra m_1 masės CO_2 ir m_2 masės N_2, dujų, kurių temperatūra T, slėgis p. Koks dujų mišinio tankis?

4.9.23. Kokį slėgį sudaro deguonies dujos 103°C temperatūroje, užimdamos 40,0 l tūrį, jeigu normaliomis sąlygomis jos užima 13,65 l?

4.9.24. Turime du indus su dujomis.Vieno jų tūris 3 l, kito – 4 l. Pirmame inde dujų slėgis 202 kPa, antrame – 101 kPa. Koks bus dujų slėgis, jeigu abu indus sujungsime? Tarkime, kad procesas izoterminis.

4.9.25. Koks yra deguonies tankis balione, kuriame slėgis lygus 3 MPa, o temperatūra 17°C?

4.9.26. Kokį tūrį užima 3 g angliarūgštės dujų, kai temperatūra 27°C, o slėgis 1,33 kPa?

4.9.27. Padangos kameroje yra 22°C temperatūros oras. Kiek kartų padidės jo slėgis, jei vairuotojas oro masę padangoje padidino 20%, o važiuojant temperatūra padangoje pakilo iki 47°C?

4.9.28. Cilindre, kurio pagrindo plotas 100 cm^2, yra oro. Stūmoklis pakilęs 50 cm nuo cilindro dugno. Atmosferos slėgis 760 mm Hg, oro temperatūra 12°C. Ant stūmoklio padėjus 50 kg svarstį, stūmoklis nusileidžia 10 cm. Kokia bus oro temperatūra, stūmokliui nusileidus?

4.9.29. Azoto dujų slėgis elektros lemputėje 18°C temperatūroje yra 0,5 MPa. Iki kokios temperatūros įkaista dujos lemputei degant, jei slėgis pakyla iki 1,1 MPa?

4.9.30. Dujos užima 2 m^3 esant 273°C temperatūrai. Koks bus dujų tūris izobariniame procese, kai temperatūra pasidarys 546°C?

4.9.31. Kiek molekulių oro yra kambaryje, kurio tūris 240 m^3 esant 15°C temperatūrai ir 997,5 Pa slėgiui?

4.9.32. Litro talpos inde yra 12 kg deguonies. Koks dujų slėgis esant 15°C?

4.9.33. Inde, kurio tūris 2 m^3, yra 0,9 kg vandens garų ir 1,6 kg deguonies. Mišinio temperatūra yra 500°C. Apskaičiuokite slėgį inde ir dujų bei garų mišinio molio masę.

4.9.34. Vienos Pamyro kalnų viršūnės aukštis yra 7134 m. Atmosferos slėgis šiame aukštyje yra 38 kPa. Raskite oro tankį šioje viršūnėje, esant –33°C temperatūrai. Oro molio masė 0,029 kg/mol. Kiek kartų oro tankis kalno viršūnėje mažesnis už oro tankį tokią pat šaltą dieną jūros lygyje, kai slėgis normalus?

4.9.35. 10 g deguonies slėgis yra 0,30 MPa, temperatūra 10°C. Izobariškai šildant dujos išsiplečia iki 10 l tūrio. Raskite pradinį dujų tūrį ir jų temperatūrą po išsiplėtimo.

4.9.36. Trys vienodo tūrio indai tarpusavyje sujungti čiaupais. Pirmajame inde yra dujos, kurių masė m_1, trečiajame – tokios pat dujos, kurių masė m_2. Antrasis indas yra tuščias. Pradžioje sujungė antrąjį ir trečiąjį indus. Kai slėgis susilygino, antrąjį indą atjungė

nuo trečiojo ir sujungė su pirmuoju. Slėgis pirmajame ir antrajame induose pasidarė p_1. Raskite pradinį slėgį p pirmajame inde. Proceso metu temperatūra nekinta.

4.9.37. Koks oro, užpildžiusio 50 m^3 patalpą, masių skirtumas žiemą ir vasarą, jeigu patalpoje oro temperatūra vasarą yra 25°C, o žiemą 0°C? Atmosferos slėgis ir vasarą, ir žiemą toks pat ir lygus 0,1 MPa, oro molio masė 29 g/mol.

4.9.38. Dujos, kurių temperatūra $t_1 = 127°C$, slėgis $p_1 = 0{,}1$ MPa, užima tūrį $V_1 = 2$ l. Izotermiškai jos suspaustos iki tūrio V_2 ir slėgio p_2. Tada dujos izobariškai atšaldytos iki temperatūros $t_3 = -73°C$, po to izotermiškai pakeistas tūris iki $V_4 = 4$ l. Raskite galutinį dujų slėgį p_4. Nubraižykite procesų grafikus ašyse p, V; p, T; V, T.

4.9.39. Nubrėžkite izobarę, izochorę ir izotermę ašyse V, T.

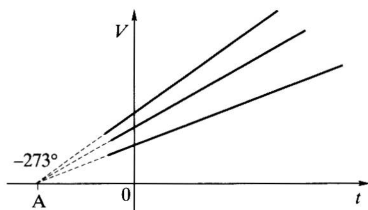
4.9.40. Nubrėžkite izochorę, izobarę ir izotermę ašyse p, T.

4.9.41. Nubrėžkite izotermę, izobarę ir izochorę ašyse p, V.

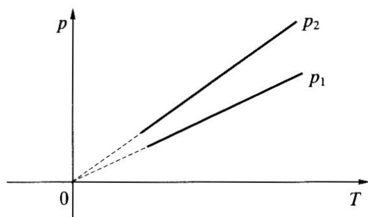
4.9.42. Nubrėžkite tankio priklausomybę nuo temperatūros izobariniame procese.

4.9.43. Nubrėžkite tankio priklausomybę nuo slėgio izoterminiame procese.

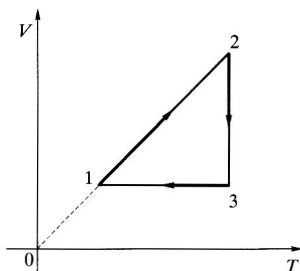
4.9.44. Brėžinyje pavaizduoti izobarinio proceso grafikai. 1) Kodėl jie pavaizduoti skirtingomis linijomis? 2) Kodėl tiesės iki taško A nubrėžtos punktyrine linija?



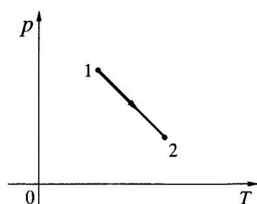
4.9.45. Brėžinyje matome dvi izobares $p_1 = \text{const}$ ir $p_2 = \text{const}$. Kuris slėgis didesnis?



4.9.46. Paveiksle pateiktas idealių dujų būsenos kitimo grafikas. Pavaizduokite šį procesą ašyse p, V ir p, T.



4.9.47. Kaitinamų dujų būsena pakito iš 1 į 2. Kaip pakito jų tūris, jeigu masė liko ta pati?



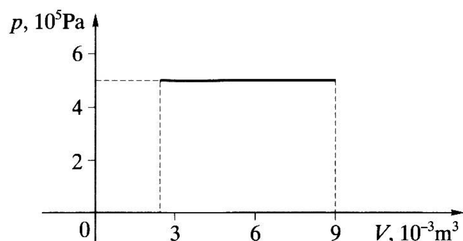
4.9.48. Paveiksle pavaizduotos dvi tos pačios dujų masės izotermės (p ir V grafikai), atitinkančios temperatūras T_1 ir T_2. Kuri temperatūra aukštesnė?

4.9.49. Paveiksle pavaizduotos dvi tos pačios dujų masės izobarės (V ir T grafikai), atitinkančios slėgius p_1 ir p_2. Kuris slėgis didesnis?

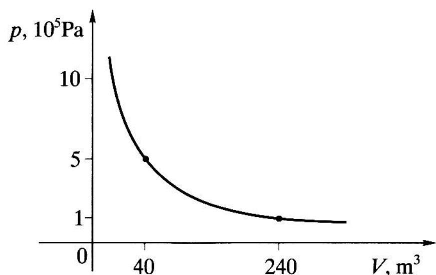
4.9.50. Paveiksle pavaizduotos dvi tos pačios dujų masės izochorės (p ir T grafikai), atitinkančios tūrius V_1 ir V_2. Kuris tūris didesnis?

4.9.51. Plieniniame balione yra helis, kurio masė 0,5 kg, temperatūra 10°C. Kiek pakis helio vidinė energija, temperatūrai pakilus iki 30°C?

4.9.52. Iš grafiko, kuriame pavaizduota dujų slėgio ir tūrio priklausomybė, raskite darbą plečiantis dujoms.



4.9.53. Iš duoto grafiko raskite dujų darbą, joms izotermiškai plečiantis nuo 40 m^3 iki 240 m^3.



4.9.54. Vertikaliame cilindre, kurio pagrindo plotas 1 dm^2, stūmoklio masė 10 kg, yra oras. Izobariškai šildant orą, stūmoklis pakilo 20 cm. Kokį darbą atliko oras, esant išoriniam slėgiui 100 kPa?

4.9.55. Kokį darbą atlieka 1 molis dujų izobariniame procese, temperatūrai pakilus 1 laipsniu?

4.9.56. Kaip ir kodėl reikia slėgti orą, kad procesas būtų: a) izoterminis, b) adiabatinis? Kuriuo atveju oro slėgis bus didesnis ir kodėl?

4.9.57. Oras, kurio masė 15 kg, buvo įkaitintas nuo 100 iki 250°C, nekintant slėgiui. Kokį darbą atliko dujos, kiek pakito jų vidinė energija?

4.9.58. Dujoms izotermiškai plečiantis, atliktas 20 J darbas. Koks šilumos kiekis suteiktas dujoms?

4.9.59. Cilindre po nesvariu stūmokliu yra 3 kg oro. Slegiant orą, jo temperatūra padidėjo 100 laipsnių. Kokį darbą atliko besiplėsdamas oras?

4.9.60. Azoto dujos, kurių masė 0,2 kg, šildomos izobariškai ir izochoriškai. Dujų temperatūra pakinta 100 laipsnių. Kiek kartų skiriasi joms suteikti šilumos kiekiai ir vidinių energijų pokyčiai?

4.9.61. 8 g neono temperatūra yra 27°C. Dujoms suteikus tam tikrą šilumos kiekį, jos izobariškai išsiplėtė dvigubai. Raskite plėtimosi metu atliktą dujų darbą, vidinės energijos pokytį ir suteiktą joms šilumos kiekį.

4.9.62. Šildant 200 g argono 12 K, buvo suvartota 1,25 kJ šilumos. Kaip vyko šildymas: izochoriškai ar izobariškai?

4.9.63. Balionas, kuriame yra 40 g helio, yra šaldomas. Dėl to slėgis sumažėja 3 kartus. Kiek pakito dujų vidinė energija, jeigu pradinė dujų temperatūra 12°C?

4.9.64. Iki kokios temperatūros reikia įkaitinti suomiškos pirties patalpą, kad oro tankis joje sumažėtų 20%? Pradinė oro temperatūra 27°C.

4.9.65. Horizontalioje padėtyje esančiame cilindre po stūmokliu, slankiojančiu be trinties, yra dujos, kurių slėgis lygus išoriniam atmosferos slėgiui ir yra 10^5 Pa. Dujų tūris 50 l. Kokia jėga reikia veikti stūmoklį, kad dujų tūris izotermiškai sumažėtų iki 10 l, jeigu stūmoklio skerspjūvio plotas yra 10 cm^2?

4.9.66. Voniai paruošti reikia 200 l vandens. Buvo maišomas 10°C ir 60°C vanduo. Kiek šalto ir šilto vandens reikėjo, norint paruošti 40°C vandenį?

4.9.67. Elektriniu šildytuvu, kurio galia 500 W, šildomas vanduo. Per 2 min. vandens temperatūra pakilo nuo 85°C iki 90°C. Po to šildytuvą išjungė ir per 1 min. vandens temperatūra nukrito $\Delta T = 1$ K. Kiek vandens buvo šildoma?

4.9.68. Lekiančios švininės kulkos greitis dėl trinties į orą sumažėjo nuo 500 m/s iki 400 m/s. Kiek laipsnių pakilo kulkos temperatūra, jei kulkai atiteko 50% trinties metu išsiskyrusios šilumos? Švino savitoji šiluma yra 130 J/kgK.

4.9.69. Rogės su keleiviu, kurių bendra masė 100 kg, leisdamosi nuo kalno, kurio aukštis 8 m, įgijo 10 m/s greitį. Keliais laipsniais pakilo plieninių rogių pavažų temperatūra, jei joms teko 30% dėl trinties išsiskyrusios šilumos? Pavažų masė 0,4 kg. Plieno savitoji šiluma 460 J/kgK.

4.9.70. Atlikdamas laboratorinį darbą, mokinys 0,15 kg nežinomos medžiagos, įkaitintos iki 100°C, įleido į žalvarinį 0,12 kg masės kalorimetrą, kuriame buvo 200 g 16°C temperatūros vandens. Kalorimetre nusistovėjo 22°C temperatūra. Pagal kokią formulę mokinys skaičiavo nežinomos medžiagos savitąją šilumą, kokį atsakymą gavo, kokią medžiagą įleido į kalorimetrą? Žalvario savitoji šiluma $0{,}4\cdot10^3$ J/kg K.

4.9.71. Kad galėtų apytiksliai nustatyti vandens savitąją šilumą, mokinys į kalorimetrą, kuriame buvo 200 g 20°C temperatūros vandens, įleido iki 100°C temperatūros įkaitintą 0,5 kg masės aliuminio gabalą. Vandens temperatūra pakilo iki 27°C. Kokią vandens savitosios šilumos reikšmę jis gavo? Kodėl gauta vertė gerokai didesnė už tikrąją? Aliuminio savitoji šiluma 0,88 kJ/kg K.

4.9.72. Sumaišomi du skysčiai: vieno jų masė m_1, savitoji šiluma c_1, temperatūra T_1, kito masė m_2, savitoji šiluma c_2, temperatūra T_2. a) Kam lygi mišinio temperatūra? b) Kam lygi

mišinio temperatūra, kai skysčiai vienarūšiai? c) Kam lygi mišinio temperatūra, kai skysčių masės vienodos?

4.9.73. 12,5 t masės tramvajaus vagonas, važiavęs 28,8 km/h greičiu, įjungus stabdžius, sustojo. Kiek įšilo aštuonios ketaus vagono stabdžių trinkelės, kurių kiekvienos masė 9 kg, jeigu jų įšilimui teko 60% vagono kinetinės energijos? Ketaus savitoji šiluma 540 J/kg K.

4.9.74. Į cemento maišytuvą buvo įpilta 24 kg 5°C cemento ir 30 l 35°C vandens. Raskite mišinio temperatūrą. Cemento savitoji šiluma 830 J/kg K. Į šilumos nuostolius neatsižvelkite.

4.9.75. Vanduo krinta iš 60 m aukščio. Apskaičiuokite, kiek skiriasi vandens temperatūra krioklio apačioje ir viršuje. Tarkime, kad vandens įšilimui suvartojama 60% darbo, atliekamo krintant vandeniui.

4.9.76. Vienodo tūrio varinis ir švininis kūnai krito iš to paties aukščio. Apskaičiuokite, kuris iš jų ir kiek kartų daugiau įkaito smūgio į žemę metu. Tarkime, kad visa mechaninė energija smūgio metu virsta vidine. Vario ir švino tankiai ir savitosios šilumos atitinkamai yra tokie: $8{,}9{\cdot}10^3$ kg/m^3, $11{,}3{\cdot}10^3$ kg/m^3 ir 380 J/kg K, 130 J/kg K.

4.9.77. Į kokį aukštį galėtume pakelti 10 kg svarstį, jeigu tam panaudotume energiją, kurią atiduoda 1 kg masės vanduo, atvėsdamas nuo 373 K iki 273 K?

4.9.78. Kaip pasikeis vandens lygis stiklinėje, kurioje plūduriuoja ledo gabalėlis, kai ledas ištirps?

4.9.79. Sunkvežimis, važiuodamas 0°C temperatūros sniegu, 3 min. buksavo ir suvartojo 140 kW galios. Kiek per tą laiką sniego ištirpo, jeigu jo tirpimui eikvojama 30% sunkvežimio galios?

4.9.80. Spustelėjus šalčiui, tvenkinio paviršiaus kiekvienas kvadratinis metras kas valandą virš jo esančiam orui atiduoda 185 kJ šilumos. Kokio storio ledo danga susidaro per parą, jeigu tvenkinio vandens temperatūra 0°C?

4.9.81. Geležinis rutuliukas, kurio spindulys 1 cm, įkaitintas iki 393 K ir padėtas ant ledo. Kiek jis įsmigs į ledą? Geležies savitoji šiluma $c = 475$ J/kg K, ledo tankis $\rho_0 = 900$ kg/m^3, geležies tankis $\rho = 7{,}9{\cdot}10^3$ kg/m^3, ledo temperatūra 273 K, ledo savitoji lydymosi šiluma $\lambda = 334{\cdot}10^3$ J/kg.

4.9.82. Puodas su T°C temperatūros vandeniu buvo padėtas ant elektrinės viryklės ir per laiką t_1 vanduo užvirė. Per kokį laiką t_2, skaičiuojamą nuo užvirimo, visas vanduo išgaruos? Vanduo verda atvirame puode esant normaliam slėgiui. Viryklė tiekia šilumą tolygiai.

4.9.83. Ar užtektų hidroelektrinės galios, pratekančiam pro turbinas vandeniui išgarinti? Atsakymą pagrįskite.

4.9.84. Elektrinio virdulio galia 800 W. Per 20 min. juo užvirinama 1,5 litro 20°C vandens. Raskite virdulio naudingumo koeficientą.

4.9.85. Šilumvežio naudingumo koeficientas lygus 0,3. Kiek jame suvartojama naftos 736 kW galiai per valandą? Naftos savitoji degimo šiluma 46 MJ/kg.

4.9.86. Automobilis važiuoja 54 km/h greičiu. Variklio galia 45 AJ (1 AJ = 735,5 W $\approx$ 736 W), naudingumo koeficientas 25%. Kiek kilometrų gali nuvažiuoti automobilis, kurio bake yra 30 l benzino? Benzino tankis 700 kg/m^3, savitoji degimo šiluma 46 MJ/kg.

4.9.87. Lėktuvo, skrendančio 360 km/h greičiu, variklis išvysto 240 kW galią. Kiek benzino suvartoja lėktuvas, nuskrisdamas 1000 km? Variklių naudingumo koeficientas 25%, benzino savitoji degimo šiluma 46 MJ/kg.

4.9.88. Elektrėnų šiluminės elektrinės galia $P = 1{,}8$ GW. Kiek mazuto elektrinė suvartoja per parą, jeigu elektrinės naudingumo koeficientas $\eta = 35\%$? Mazuto savitoji degimo šiluma $q = 40$ MJ/kg.

4.9.89. Elektros jėgainės garo turbina naudoja 300°C temperatūros garus. Atidirbę garai turi 60°C temperatūrą. Jėgainės galia 300 MW, per parą ji sudegina 2500 t mazuto. Raskite didžiausią galimą ir faktinį garo turbinos naudingumo koeficientą. Mazuto savitoji degimo šiluma $q = 40$ MJ/kg.

4.9.90. Vidaus degimo variklyje darbo metu susidaro 727°C dujos. Išmetamų dujų temperatūra 100°C. Per valandą variklis suvartoja 36 kg kuro, kurio savitoji degimo šiluma 43 MJ/kg. Kokią didžiausią galią išvysto variklis?

4.9.91. Raskite 30°C temperatūros sočiųjų vandens garų molekulių koncentraciją. Sočiųjų vandens garų slėgis šioje temperatūroje 4,24 kPa.

4.9.22. Kiek kartų vandens sočiųjų garų tankis 200°C temperatūroje yra didesnis už jų tankį 100°C temperatūroje? Sočiųjų vandens garų slėgis 200°C temperatūroje yra 15,3 at.

4.9.93. Kokį slėgį sukels 100°C temperatūros sotieji vandens garai, jei toje temperatūroje juos atskirsime nuo vandens ir izochoriškai pakaitinsime 25 K? Kaip pasikeis jų tankis?

4.9.94. Į 5,0 m^3 tūrio katilą įpilta 20 kg vandens ir įkaitinta iki 453 K. Raskite vandens garų katile masę ir slėgį. Sočiųjų garų tankis toje temperatūroje 5,05 kg/m^3.

4.9.95. 40°C pradinės temperatūros ir 1200 Pa slėgio vandens garai, kurių tūris 2,0 m^3, buvo atšaldyti iki 2°C temperatūros. Koks nusistovėjo slėgis? Kiek garų susikondensavo? Sočiųjų vandens garų slėgis 2°C temperatūroje 710 Pa.

4.9.96. 20 l tūryje yra tik sotieji vandens garai, kurių temperatūra 100°C. Kokį darbą reikia atlikti, kad izotermiškai spaudžiant garų tūris sumažėtų 2 kartus. Raskite susikondensavusių vandens garų masę. Susikondensavusio vandens tūrio nepaisykite.

4.9.97. 30 m^3 patalpoje yra 20°C temperatūros oras, kurio absoliutinė drėgmė 1,8 kPa. Kokia oro santykinė drėgmė? Kokia vandens garų masė ore? Sočiųjų vandens garų slėgis toje temperatūroje 2,33 kPa.

4.9.98. 120 m^3 tūrio klasėje 15°C temperatūroje santykinė oro drėgmė yra 60%. Raskite vandens garų masę klasės ore. Sočiųjų vandens garų slėgis duotoje temperatūroje 1,71 kPa.

4.9.99. Oro temperatūra 20°C, rasos taškas 12°C. Raskite oro absoliutinę (dalinį vandens garų slėgį) ir santykinę drėgmes. Sočiųjų vandens garų slėgiai tose temperatūrose 2,33 kPa ir 1,40 kPa.

4.9.100. Kambaryje temperatūra 20°C, santykinė oro drėgmė 40%. Tuo metu gatvėje temperatūra 0°C, santykinė oro drėgmė 80%. Kur judės vandens garai, jei atidarysime orlaidę: iš gatvės į kambarį ar atvirkščiai? Sočiųjų vandens garų slėgiai duotose temperatūrose 2,33 kPa ir 0,61 kPa.

4.9.101. 100 l tūrio inde yra 27°C temperatūros ir 30% santykinės drėgmės oro. Kokia bus santykinė oro drėgmė, jei į indą įleisime 1,0 g vandens? Sočiųjų vandens garų slėgis toje temperatūroje 3,55 kPa.

4.9.102. 10 l tūrio sandariame inde yra 100°C temperatūros ir 100 kPa slėgio sausas oras. Į indą įpilta 3,0 g vandens ir vėl įkaitinta iki 100°C temperatūros. Koks slėgis bus inde?

4.9.103. Oro temperatūra 20°C, rasos taškas 10°C. Naktį temperatūra nukrito iki 6°C. Kokia vandens masė susikondensavo iš 10 m^3 oro? Sočiųjų vandens garų slėgiai duotose temperatūrose 2,33 kPa, 1,23 kPa ir 0,93 kPa.

4.9.104. Inde yra 100% drėgmės oro, kurio temperatūra 10°C. Kiek kartų mažiausiai reikia padidinti indo tūrį, kad orui atšalus iki 3°C, vandens garų masė inde nepasikeistų? Sočiųjų vandens garų slėgiai duotose temperatūrose 1,23 kPa ir 0,76 kPa.

4.9.105. Išgarinus 100 g vandens, oro santykinė drėgmė kambaryje padidėjo 15%. Koks kambario tūris? Temperatūra nepakito ir lygi 18°C. Sočiųjų vandens garų slėgis duotoje temperatūroje 2,07 kPa.

4.9.106. Lašinant gliceriną pipete iš 2,0 cm^3 skysčio susidarė 133 lašai. Pipetės kaklelio spindulys 0,5 mm. Kokia lašelio masė? Koks glicerino paviršiaus įtempimo koeficientas? Glicerino tankis $1{,}26 \cdot 10^3$ kg/m^3.

4.9.107. Tirpinant nuo apatinio galo vertikalią 1,0 mm skersmens švininę vielą, susidarė 20 lašų. Kiek sutrumpėjo viela? Skysto švino paviršiaus įtempimo koeficientas 0,47 N/m; švino tankis $1{,}13 \cdot 10^4$ kg/m^3.

4.9.108. Kokios reikia jėgos, norint nuo vandens paviršiaus atplėšti ploną 8,0 cm skersmens žiedą, kurio masė 10 g? Vandens paviršiaus įtempimo koeficientas 72 mN/m.

4.9.109. Apskaičiuokite 60 mm skersmens muilo burbulo papildomą paviršiaus potencinę energiją. Muilo tirpalo paviršiaus įtempimo koeficientas 40 mN/m;

4.9.110. U formos stikliniame vamzdelyje yra gyvsidabrio. Vienos vamzdelio šakos skersmuo 1,0 mm, kitos – 2,0 mm. Koks gyvsidabrio stulpelių aukščių skirtumas? Gyvsidabrio paviršiaus įtempimo koeficientas 0,50 N/m; gyvsidabrio tankis $1{,}36 \cdot 10^4$ kg/m^3.

4.9.111. 0,60 mm skersmens kapiliaru pakilusio skysčio masė 4,0 mg. Koks skysčio paviršiaus įtempimo koeficientas?

4.9.112. Stiklinio indo dugne yra nedidelė 0,30 mm skersmens angelė. Iki kokio aukščio į indą galima pripilti gyvsidabrio, kuris nedrėkina stiklo, kad gyvsidabris neimtų tekėti pro angelę? Gyvsidabrio paviršiaus įtempimo koeficientas 0,50 N/m; gyvsidabrio tankis $1{,}36 \cdot 10^4$ kg/m^3.

4.9.113. Kokia jėga sukelia 2,0 mm skersmens vieloje $3{,}3 \cdot 10^7$ Pa mechaninę įtampą? Kiek pailgės viela ir kokią potencinę energiją ji įgys, jei jos standumas 10 kN/m?

4.9.114. Plieninis ir varinis strypai, kurių ilgiai atitinkamai lygūs 1,0 m ir 0,6 m, o skerspjūvio plotai vienodi ir lygūs 1,25 cm^2, sujungti galais. Raskite strypų ilgių pokyčius, jei jie gniuždomi 400 N jėga. Kokias mechanines įtampas patiria strypai? Plieno ir vario tamprumo moduliai 200 GPa ir 120 GPa.

4.9.115. 400 kg masės lifto, 1,0 m/s^2 pagreičiu kylančio aukštyn, plieninis lynas patiria santykinį pailgėjimą $5 \cdot 10^{-5}$. Lyną sudaro vielų, kurių kiekvienos skerspjūvio plotas 8,0 mm^2, pynė. Kiek vielų yra lyne? Kokią mechaninę įtampą patiria kiekviena viela? Plieno tamprumo modulis 200 GPa.

4.9.116. Koks yra 2,0 m ilgio ir 10 mm^2 skerspjūvio ploto plieninio strypelio absoliutus ir santykinis pailgėjimas ir mechaninė įtampa, jeigu dėl deformacijos jis yra įgijęs 45 mJ potencinę energiją? Plieno tamprumo modulis 200 GPa.

4.9.117. Buksyrinio plieninio lyno atsparumo atsarga 10. Koks turi būti jo skerspjūvio plotas, kad juo būtų galima temti 5,0 t masės roges. Trinties koeficientas 0,2. Plieno stiprumo riba 500 MPa. Kokią mechaninę įtampą ir kokį santykinį pailgėjimą patiria lynas?

III. ELEKTRODINAMIKA

5. Elektrostatika

Dviejų įelektrintų taškinių (arba rutulinių) kūnų, kurių elektros krūviai q_1 ir q_2, sąveikos jėgos F dydį nusako **Kulono dėsnis**:

$$F = (k/\varepsilon)q_1q_2/r^2; \tag{5.1}$$

čia r – atstumas tarp taškinių kūnų (arba rutulinių kūnų centrų); ε – aplinkos santykinė dielektrinė skvarba, rodanti, kiek kartų sąveika aplinkoje silpnesnė už sąveiką vakuume; $k = 9{\cdot}10^9$ Nm^2/C^2 – koeficientas, susiejantis SI vienetais matuojamą sąveikos jėgą, krūvį ir atstumą. Koeficientas k paprastai užrašomas šitokiu pavidalu:

$$k = 1/4\pi\varepsilon_0; \tag{5.2}$$

čia $\varepsilon_0 = 8{,}85{\cdot}10^{-12}$ C^2/Nm^2 (F/m) – elektrinė konstanta.

Elektrinė sąveika tarp įelektrintų kūnų vyksta per tų kūnų kuriamus elektrinius laukus. Elektrinis laukas apibūdinamas vektoriniu dydžiu, vadinamu *elektrinio lauko stipriu* $\vec{E}$:

$$\vec{E} = \vec{F}/q. \tag{5.3}$$

Elektrinio lauko kryptis yra tokia, kokia jėga veikia elektriniame lauke esantį teigiamą krūvį.

Įelektrinto taškinio (arba rutulinio) kūno sukurto elektrinio lauko stiprio atstumu r nuo kūno modulis skaičiuojamas pagal formulę

$$E = (k/\varepsilon)q/r^2. \tag{5.4}$$

Ši formulė tinka tik įelektrinto rutulinio kūno išorėje. Elektrinis laukas nukreiptas išilgai spindulių, einančių iš krūvio centro.

Kai lauką kuria keli įelektrinti kūnai, galioja laukų superpozicijos principas: lauko stipris bet kuriame erdvės taške randamas kaip atskirų krūvių sukurtų laukų vektorinė suma.

Elektriniame lauke esantys įelektrinti kūnai turi potencinės energijos. Vienalyčiame elektriniame lauke, t. y. lauke, kurio stipris E ir kryptis visuose erdvės taškuose yra vienodi, krūvio q turima *potencinė energija* W_P* išreiškiama formule

$$W_p = qEd; \tag{5.5}$$

čia d – atstumas, nusakantis krūvio padėtį lauke (vadinasi, potencinė energija priklauso nuo krūvio padėties lauke).

Darbas, atliekamas vienalyčio elektrinio lauko, kai šis stumia elektrinį krūvį, gali būti išreikštas kaip jo potencinės energijos sumažėjimas:

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}) = -qE(d_2 - d_1) = qE\Delta d; \tag{5.6}$$

čia $d = d_1 - d_2$ – atstumas, kuriuo judėjo krūvis, veikiamas elektrinio lauko jėgų.

* Elektros kurse raide E žymimas elektros lauko stipris, todėl, kad nebūtų painiavos, energija žymima raide W.

Krūvio q turima potencinė energija apibūdinama dar viena elektrinio lauko charakteristika – *lauko potencialu* φ:

$$\varphi = W_p/q. \tag{5.7}$$

Vartojant lauko potencialo sąvoką, (5.5) ir (5.6) formulės gali būti užrašytos taip:

$$W_p = q\varphi; \quad A = -q(\varphi_2 - \varphi_1) = -q\Delta\varphi = qU; \tag{5.8}$$

čia $U = -(\varphi_2 - \varphi_1) = (\varphi_1 - \varphi_2)$ – lauko įtampa.

Iš (5.6) ir (5.8) formulių išplaukia sąryšis tarp elektrinio lauko stiprio ir įtampos:

$$E = U/\Delta d. \tag{5.9}$$

Dviejų laidininkų (vadinamų elektrodais), įelektrintų vienodais priešingo ženklo krūviais, sistema vadinama *kondensatoriumi*. Kondensatoriaus elektrine talpa C vadinamas jo elektrodų krūvio q ir įtampos U tarp jų santykis:

$$C = q/U. \tag{5.10}$$

Kondensatoriaus elektrinė talpa priklauso nuo elektrodų formos, matmenų, atstumo tarp jų ir dielektriko, užpildančio tarpą tarp jų, savybių. Plokščiojo kondensatoriaus talpa išreiškiama šitokia formule:

$$C = \varepsilon_0\varepsilon S/d; \tag{5.11}$$

čia S – vieno kondensatoriaus elektrodo plotas, d – atstumas tarp elektrodų.

Įelektrintas kondensatorius turi energijos W, kurią galima rasti pagal formulę:

$$W = CU^2/2 = q^2/2C = qU/2. \tag{5.12}$$

Kondensatorius galima jungti į baterijas. Jungiant lygiagrečiai kondensatorius, kurių talpos C_1, C_2 ir t. t., baterijos talpa randama pagal formulę

$$C = C_1 + C_2 + \cdots \tag{5.13}$$

Tuos pačius kondensatorius jungiant nuosekliai, baterijos talpą galima nustatyti iš šio sąryšio:

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + \cdots \tag{5.14}$$

Kai bateriją sudaro du nuosekliai sujungti kondensatoriai, (5.14) formulė įgauna tokį pavidalą:

$$C = C_1C_2/(C_1 + C_2). \tag{5.15}$$

Metodiniai nurodymai

1. Skaičiuojant kelių krūvių kuriame nors taške sukurto elektrinio lauko stiprį, pirmiausia reikia uždavinį išspręsti grafiškai. Tame taške, kuriame ieškome lauko stiprio, reikia atidėti krūvių kuriamų laukų stiprių vektorius (teigiamų krūvių lauko stiprio vektoriai nukreipti nuo krūvio, neigiamų – į krūvį) ir, taikant lygiagretainio arba trikampio taisyklę, juos vektoriškai sudėti. Skaičiuojant atskirų krūvių sukurtų laukų stiprius naudojama (5.4) formulė; į ją įrašoma atitinkamo krūvio absoliutinė vertė $|q|$. Po to reikia rasti geometrinį kelią suminio elektrinio lauko stiprio moduliui apskaičiuoti.

2. Sprendžiant uždavinius su į bateriją sujungtais kondensatoriais, pirmiausia reikia nubraižyti jungimo schemą ir išsiaiškinti, kurie kondensatoriai sujungti lygiagrečiai ir kurie nuosekliai. Jeigu jungimo schema duota uždavinio sąlygoje, gali tekti ją perbraižyti kitaip, kad būtų aiškesnis jungimo būdas.

3. Reikia nepamiršti, kad jungiant kondensatorius lygiagrečiai, baterijos ir visų kondensatorių įtampa esti vienoda ($U_B = U_1 = U_2 = \cdots$), o baterijos elektrinis krūvis lygus atskirų kondensatorių krūvių sumai ($q_B = q_1 + q_2 + \cdots$).

   Jungiant kondensatorius nuosekliai, baterijos įtampa lygi atskirų kondensatorių įtampų sumai ($U_B = U_1 + U_2 + \cdots$). Ir baterijos, ir visų kondensatorių krūviai yra vienodi ($q_B = q_1 = q_2 = \cdots$).

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

5.1. Elektrinis laukas

5.1.1 pavyzdys. Du vienodi metaliniai įelektrinti rutuliukai yra 0,20 m atstumu vienas nuo kito ir stumia vienas kitą 3,0 mN jėga. Rutuliukus suglaudus ir grąžinus į pradines vietas, jie ėmė stumti vienas kitą 4,0 mN jėga. Reikia rasti pradinius rutuliukų krūvius.

Duota: atstumas tarp rutuliukų centrų $r = 0{,}20$ m; rutuliukų stūmos jėgos prieš juos suglaudžiant ir po to, kai jie buvo suglausti ir vėl išskirti: $F_1 = 3{,}0$ mN $= 3{,}0 \cdot 10^{-3}$ N ir $F_2 = 4{,}0$ mN $= 4{,}0 \cdot 10^{-3}$ N; koeficientas Kulono dėsnio formulėje $k = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C².

Rasti: pradinius rutuliukų krūvius q_1 ir q_2.

Sprendimas

Remsimės Kulono dėsniu (5.1). Prieš suglaudžiant rutuliukai veikė vienas kitą jėga $F_1 = kq_1q_2/r^2$. Suglaudus rutuliukus, krūviai tarp jų pasiskirstė vienodai: $q_{11} = q_{21} = (q_1 + q_2)/2$. Sąveikos jėga dabar bus: $F_2 = kq_{11}q_{21}/r^2 = k(q_1 + q_2)^2/4r^2$. Gauname dvi lygtis:

$$q_1q_2 = F_1r^2/k \quad \text{ir} \quad q_1 + q_2 = 2r(F_2/k)^{1/2}.$$

Iš šios lygčių sistemos išplaukia kvadratinė lygtis

$$q_1^2 - 2r(F_2/k)^{1/2}q_1 + F_1r^2/k = 0,$$

kurios sprendiniai yra tokie:

$$q_{1,2} = r/k^{1/2} \cdot (F_2^{1/2} \pm (F_2 - F_1)^{1/2}).$$

Įrašę skaitines vertes gauname: $q_1 = 2{,}0 \cdot 10^{-7}$ C $= 200$ nC ir $q_2 = 0{,}67 \cdot 10^{-7}$ C $= 67$ nC.

Ats. 200 nC; 67 nC.

5.1.2 pavyzdys. Du vienodi vandens lašeliai turi po vieną perteklinį elektroną. Kokie šių lašelių tūriai, jei jų elektrinę stūmą atsveria gravitacinė trauka?

Duota: lašelių krūviai $q_1 = q_2 = q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; lašelių masės $m_1 = m_2 = m$; vandens tankis $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³; koeficientas Kulono dėsnio formulėje $k = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C²; gravitacijos konstanta $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg².

Rasti: lašelių tūrius V.

Sprendimas

Pagal visuotinės traukos dėsnį (2.5) gravitacinė trauka tarp lašelių

$$F_G = Gm_1m_2/r^2 = Gm^2/r^2 = G\rho^2V^2/r^2;\ V = r(F_G/G)^{1/2}/\rho.$$

Pagal Kulono dėsnį (5.1) elektrinė sąveika tarp lašelių

$$F = kq_1q_2/r^2 = kq^2/r^2.$$

Kadangi $F = F_G$,

$$V = r(kq^2/r^2G)^{1/2}\rho = (k/G)^{1/2}q\rho = 1{,}9\cdot10^{-12}\ \mathrm{m}^3 = 1{,}9\cdot10^{-3}\ \mathrm{mm}^3.$$

Ats. $1{,}9\cdot10^{-3}$ mm^3.

5.1.3 pavyzdys. Du vienodi rutuliukai kabo ant dviejų vienodo 30 cm ilgio tame pačiame taške pririštų siūlų. Įelektrinus rutuliukus vienodais 0,10 μC krūviais, jie nutolo vienas nuo kito tiek, kad siūlai sudarė 60° kampą. Kokia rutuliukų masė?

Duota: siūlų ilgis l = 30 cm = 0,30 m; rutuliukų krūvis $q_1 = q_2 = q = 0{,}10\ \mu$C $= 0{,}10\cdot10^{-6}$ C; kampas tarp siūlų $\alpha = 60°$; laisvojo kritimo pagreitis g = 10 m/s^2; koeficientas Kulono dėsnio formulėje $k = 9\cdot10^9$ Nm^2/C^2.

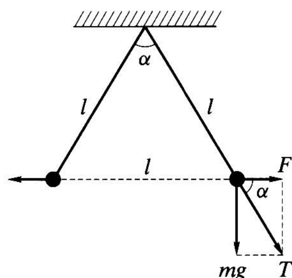
Rasti: rutuliukų mases m.

Sprendimas

Iš brėžinio matyti: elektrinės sąveikos jėga $F = mg\,\mathrm{ctg}\,\alpha$. Taip pat matyti, kad atstumas tarp rutuliukų yra l. Tad pagal Kulono dėsnį (5.1) $F = kq^2/l^2$.

Gauname lygybę $mg\,\mathrm{ctg}\,\alpha = kq^2/l^2$, iš kurios

$$m = kq^2/gl^2\,\mathrm{ctg}\,\alpha = 1{,}7\cdot10^{-4}\ \mathrm{kg} = 0{,}17\ \mathrm{g}.$$



Ats. 0,17 g.

5.1.4 pavyzdys. Du vienodais krūviais įelektrinti rutuliukai sujungti nelaidžia spyruokle. Spyruoklė yra pailgėjusi 1,0 cm ir įgijusi 1,0 mJ potencinės energijos. Kokie rutuliukų krūviai, jeigu jie yra 10 cm atstumu vienas nuo kito?

Duota: spyruoklės pailgėjimas Δl = 1,0 cm = 0,010 m; deformuotos spyruoklės potencinė energija W_p = 1,0 mJ = $1{,}0\cdot10^{-3}$ J; atstumas tarp rutuliukų centrų r = 10 cm = 0,10 m; koeficientas Kulono dėsnio formulėje $k = 9\cdot10^9$ Nm^2/C^2.

Rasti: rutuliukų krūvius q.

Sprendimas:

Pagal Kulono dėsnį: $F = kq^2/r^2$; $q = r(F/k)^{1/2}$. Jėgos F vertės ieškosime vadovaudamiesi tuo, kad ši jėga yra lygi tamprumo jėgai su priešingu ženklu: $F = -F_t$; $F_t = -k_s\Delta l$ (2.8); $F = k_s\Delta l$.

Iš deformuoto kūno potencinės energijos formulės (3.13) išreiškiame k_s ir įrašome į F išraišką:

$$W_p = k_s\Delta l^2/2;\quad k_s = 2W_p/\Delta l^2;\quad F = 2W_p/\Delta l.$$

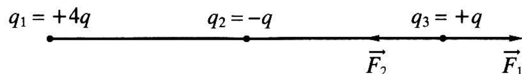
$$q = r(2W_p/k\Delta l)^{1/2} = 0{,}47\cdot10^{-6}\ \mathrm{C} = 0{,}47\ \mu\mathrm{C}.$$

Ats. 0,47 μC.

5.1.5 pavyzdys. Tiesės atkarpos galuose yra krūviai $+4q$ ir $+q$. Šios atkarpos viduryje yra neigiamas krūvis $-q$. Ar krūvis $+q$ bus pusiausviras?

Duota: $q_1 = 4q$, $q_2 = -q$ ir $q_3 = q$ – tiesės atkarpoje išdėstytų krūvių dydžiai.

Rasti: krūvį q_3 veikiančią jėgą F_3.



Sprendimas:

Situaciją iliustruoja schema. Krūvis q_3 sąveikauja su kitais dviem krūviais: krūvis q_1 jį stumia jėga F_1, o krūvis q_2 – traukia jėga F_2. Krūvis q_3 bus pusiausviras, jei šių jėgų atstojamoji $F_3 = F_1 + F_2$ bus lygi nuliui. Tarkime, kad atstumas tarp krūvių q_1 ir q_2 yra r. Tada atstumas tarp krūvių q_2 ir q_3 taip pat bus r, o tarp krūvių q_1 ir q_3 – $2r$. Pagal Kulono dėsnį

$F_1 = kq_1q_3/4r^2 = kq^2/r^2$; $F_2 = kq_2q_3/r^2 = -kq^2/r^2$; $F_3 = F_1 + F_2 = kq^2/r^2 - kq^2/r^2 = 0$.

Darome išvadą, kad krūvis $+q$ bus pusiausviras.

Ats. Krūvis bus pusiausviras.

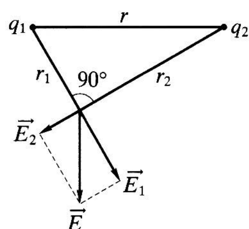
5.1.6 pavyzdys. Du taškiniai 10 nC krūviai yra 20 cm atstumu vienas nuo kito. Reikia rasti elektrinio lauko stiprį taške, esančiame per 12 cm nuo vieno ir 16 cm nuo kito krūvių. Kokia jėga veiks tame taške esantį 25 nC krūvį?

Duota: elektros krūviai $q_1 = q_2 = 10$ nC $= 10 \cdot 10^{-9}$ C ir $q_3 = 25$ nC $= 25 \cdot 10^{-9}$ C; atstumas tarp krūvių $r = 20$ cm $= 0{,}20$ m; atstumai iki taško, kuriame reikia apskaičiuoti elektrinio lauko stiprį: $r_1 = 12$ cm $= 0{,}12$ m ir $r_2 = 16$ cm $= 0{,}16$ m; koeficientas Kulono dėsnio formulėje $k = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2.

Rasti: elektrinio lauko stiprį E; jėgą F, kuria laukas veikia krūvį q.

Sprendimas

Taikysime laukų superpozicijos principą: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.
Galima pastebėti, kad atstumai r, r_1 ir r_2 sudaro statųjį trikampį. Todėl, kaip matyti paveiksle, krūvių q_1 ir q_2 kuriami elektriniai laukai E_1 E_2 (5.4) yra statmeni vienas kitam.



$$E_1 = kq_1/r_1^2; \quad E_2 = kq_2/r_2^2;$$

$$E = (E_1^2 + E_2^2)^{1/2} = k(q_1^2/r_1^4 + q_2^2/r_2^4)^{1/2} = 7{,}2 \cdot 10^3 \text{ V/m}.$$

Jėgą, kuria laukas veiks krūvį q_3, randame pagal (5.3) formulę:

$$F = q_3E = kq_3(q_1^2/r_1^4 + q_2^2/r_2^4)^{1/2} = 1{,}8 \cdot 10^{-4} \text{ N} = 0{,}18 \text{ mN}.$$

Ats. $7{,}2 \cdot 10^3$ V/m; 0,18 mN.

5.1.7 pavyzdys. 10 g masės kūnas, turintis 1,0 μC elektros krūvį, metamas stačiai aukštyn 20 m/s pradiniu greičiu vienalyčiame 0,10 MV/m stiprio elektriniame lauke, nukreiptame vertikaliai žemyn. Kiek laiko kūnas išbus ore? Kiek laiko jis išbūtų ore, jei nebūtų įelektrintas? Oro pasipriešinimo nepaisykime.

Duota: kūno masė $m = 10$ g $= 0{,}010$ kg; kūno elektrinis krūvis $q = 1{,}0$ μC $= 1{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; kūno pradinis greitis $v_0 = 20$ m/s; elektrinio lauko stipris $E = 0{,}10$ MV/m $= 0{,}1 \cdot 10^6$ V/m; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: laikus t_1 ir t_2, kuriuos kūnas išbus ore.

Sprendimas

Kiekviename trajektorijos taške kūną veikia stačiai žemyn nukreiptos sunkio (2.6) ir elektrinio lauko (5.3) jėgos, suteikiančios kūnui pagreitį (2.2) $a = (mg + qE)/m$.

Aukščiausiame trajektorijos taške $v = v_0 - at_1/2 = 0$ (žr. 1.3.1 pavyzdį). Iš šio sąryšio

$$t_1 = 2v_0/a = 2mv_0/(mg + qE) = 2{,}0 \text{ s}.$$

Kai kūnas neįelektrintas, jį veikia tik sunkio jėga, suteikianti jam laisvojo kritimo pagreitį g. Tad

$$t_2 = 2v_0/g = 4{,}0 \text{ s}.$$

Ats. 2,0 s; 4,0 s.

5.1.8 pavyzdys. Rutuliukas, kurio krūvis 5,0 μC ir medžiagos tankis 1600 kg/m^3, plūduriuoja skystame 800 kg/m^3 tankio dielektrike, kuriame yra 60 kV/m stiprio elektrinis laukas, nukreiptas stačiai aukštyn. Kokia rutuliuko masė?

Duota: rutuliuko elektrinis krūvis $q = 5{,}0\ \mu\text{C} = 5{,}0 \cdot 10^{-6}$ C; rutuliuko tankis $D_0 = 1600$ kg/m^3; skysčio tankis $D = 800$ kg/m^3; elektrinio lauko stipris $E = 60$ kV/m $= 6{,}0 \cdot 10^4$ V/m; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: rutuliuko masę m.

Sprendimas

Rutuliuką kelia ne tik Archimedo F_A (2.10), bet ir elektrinė F_E (5.3) jėga. Abi kartu jos atsveria sunkio jėgą:

$$mg = F_A + F_E; \quad F_A = DgV = mgD/D_0; \quad F_E = qE.$$

$$mg = mgD/D_0 + qE; \quad m = qE/g(1 - D/D_0) = 0{,}060 \text{ kg} = 60 \text{ g}.$$

Ats. 60 g.

5.2. Elektrinio lauko energija

5.2.1 pavyzdys. Vienalyčiame elektriniame lauke, kurio stipris 12 kV/m, jėgų linijų kryptimi 5,0 cm atstumu buvo perkeltas –20 μC krūvis. Raskime lauko atliktą darbą, lauko ir krūvio sąveikos potencinės energijos pokytį bei įtampą tarp trajektorijos pradinio ir galinio taško.

Duota: elektrinio lauko stipris $E = 12$ kV/m $= 12 \cdot 10^3$ V/m; atstumas, kuriuo perkeltas krūvis, $\Delta d = 5{,}0$ cm $= 5{,}0 \cdot 10^{-2}$ m; krūvio dydis $q = -20\ \mu\text{C} = -20 \cdot 10^{-6}$ C.

Rasti: lauko atliktą darbą A; potencinės energijos pokytį ΔW_P; įtampą tarp trajektorijos pradinio ir galinio taško U.

Sprendimas

Remiantis (5.6) ir (5.8) sąryšiais

$$A = qE\Delta d = -1{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ J} = -12 \text{ mJ}; \quad \Delta W_P = -A = 12 \text{ mJ}; \quad U = A/q = 600 \text{ V}.$$

Darbą atlieka ne elektrinis laukas, o pašalinės jėgos, nes neigiamas krūvis juda prieš elektrinio lauko jėgas. Todėl elektrinio lauko atliktas darbas yra neigiamas. Elektrinis laukas atlieka

darbą savo potencinės energijos sąskaita. Šiuo atveju darbą atliko pašalinės jėgos, tad lauko ir krūvio sąveikos potencinė energija padidėjo.

Ats. –12 mJ; 12 mJ; 600 V.

5.2.2 pavyzdys. Protonas 0,10 Mm/s greičiu įlekia į vienalytį elektrinį lauką. Greičio kryptis sutampa su lauko kryptimi. Koks bus protono greitis po to, kai jis įveiks atstumą tarp dviejų lauko taškų, tarp kurių yra 50 V įtampa?

Duota: protono pradinis greitis $v_0 = 0{,}10$ Mm/s $= 0{,}10 \cdot 10^6$ m/s; elektrinio lauko įtampa $U = 50$ V; protono masė $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; protono krūvis $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Rasti: protono galinį greitį v.

Sprendimas

Elektrinis laukas protoną greitina. Tad prie pradinės protono kinetinės energijos W_{K0} prisidės elektrinių jėgų darbas $A = eU$:

$$W_K = W_{K0} + A; \quad mv^2/2 = mv_0^2/2 + eU;$$

$$v = (v_0^2 + 2eU/m)^{1/2} = 0{,}14 \cdot 10^6 \text{ m/s} = 0{,}14 \text{ Mm/s}.$$

Ats. 0,14 Mm/s.

5.2.3 pavyzdys. Tarp dviejų lygiagrečių 4,0 cm viena nuo kitos nutolusių ir priešingais krūviais įelektrintų plokštelių yra vienalytis elektrinis laukas. Vienu metu ličio jonas nuo teigiamos plokštelės ir deguonies jonas nuo neigiamos ima judėti priešpriešiais. Kur jie susitiks?

Duota: atstumas tarp plokštelių $d = 4{,}0$ cm $= 4{,}0 \cdot 10^{-2}$ m; ličio ir deguonies jonų krūviai $q_1 = e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ir $q_2 = -e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; ličio ir deguonies masės $M_1 = 7 \cdot 10^{-3}$ kg/mol ir $M_2 = 16 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; pradinis ličio ir deguonies jonų greitis $v_0 = 0$.

Rasti: atstumą nuo teigiamos plokštelės iki susitikimo vietos x.

Sprendimas

Jonai juda tolygiai greitėdami. Juos veikia vienodo modulio jėgos (5.3) $F_1 = F_2 = eE$ (čia E – elektrinio lauko stipris). Pagal II Niutono dėsnį (2.2), jei jonų masės m_{01} ir m_{02}, jų pagreičiai

$$a_1 = eE/m_{01} \quad \text{ir} \quad a_2 = eE/m_{02}.$$

Iki susitikimo jonai nueis kelius (1.7)

$$x = a_1 t^2/2 = eEt^2/2m_{01} \quad \text{ir} \quad d - x = a_2 t^2/2 = eEt^2/2m_{02}.$$

Iš šių sąryšių:

$$x/(d-x) = m_{02}/m_{01}; \quad x = dm_{02}/(m_{01} + m_{02}).$$

Atomo (jono) masė yra proporcinga jo molio masei ($m_{01} = M_1/N_A$ ir $m_{02} = M_2/N_A$ (4.1)). Taigi

$$x = dM_2/(M_1 + M_2) = 2{,}8 \cdot 10^{-2} = 2{,}8 \text{ cm}.$$

Ats. 2,8 cm.

5.2.4 pavyzdys. Elektroniniame vamzdyje elektronai, pagreitinti lauko, kurio įtampa 8,0 kV, patenka tarp vertikalaus kreipimo plokščių, kurių ilgis 4,0 cm, ir išlekia iš jų paslinkti vertikalia kryptimi 0,50 cm. Reikia rasti elektrinio lauko stiprį tarp plokščių. Taip pat apskaičiuosime,

kokį vertikalų greitį įgyja elektronas, lėkdamas tarp plokščių. Pradiniu momentu elektrono greitis buvo nukreiptas išilgai plokščių.

Duota: elektronus greitinanti įtampa $U = 8{,}0$ kV $= 8{,}0 \cdot 10^3$ V; plokščių ilgis $x = 4{,}0$ cm $= 4{,}0 \cdot 10^{-2}$ m; elektronų paslinkis vertikalia kryptimi $y = 0{,}50$ cm $= 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ m.

Rasti: elektrinio lauko stiprį tarp plokščių E; elektrono, lekiant tarp plokščių, įgytą vertikalios krypties greitį v_y.

Sprendimas

Situaciją iliustruoja judėjimo schema. Įlėkęs tarp plokščių elektronas judės vertikalia kryptimi tolygiai greitėdamas pagreičiu (2.2) $a = eE/m$ (čia m – elektrono masė).

Kadangi įlėkdamas tarp plokščių elektronas neturi vertikaliai nukreipto greičio ($v_{0y} = 0$), jo poslinkis vertikalia kryptimi bus (1.7) $y = at^2/2 = eEt^2/2m$. Taigi $E = 2my/et^2$.

Išilgai plokščių elektronas lekia pastoviu greičiu v_x. Todėl $t = x/v_x$. Greitį v_x rasime prilyginę elektroną greitinančio elektrinio lauko darbą (5.8) $A = eU$ elektrono įgytai kinetinei energijai $W_K = mv_x^2/2$: $eU = mv_x^2/2$; $v_x^2 = 2eU/m$.

Atsižvelgiant į tai,

$$E = 2myv_x^2/ex^2 = 4yU/x^2 = 1{,}0 \cdot 10^5 \text{ V/m} = 0{,}10 \text{ MV/m}.$$

Elektrono įgytas vertikalios krypties greitis (1.6)

$$v_y = at = (2ay)^{1/2} = (2eEy/m)^{1/2} = 2yv_x/x = 2y(2eU/m)^{1/2}/x =$$
$$= 1{,}3 \cdot 10^7 m/s = 13 \text{ Mm/s}.$$

Ats. 0,10 MV/m; 13 Mm/s.

5.3. Kondensatoriai

5.3.1 pavyzdys. Prie orinio kondensatoriaus, įelektrinto iki 210 V įtampos, lygiagrečiai prijungtas toks pat neįelektrintas kondensatorius, tik jo elektrodus skiria stiklo sluoksnis. Baterijoje nusistovėjo 30 V įtampa. Apskaičiuokime stiklo santykinę dielektrinę skvarbą. Kaip ir kiek kartų pasikeitė baterijos elektrinio lauko energija, palyginti su pirmojo kondensatoriaus energija, prieš įjungiant jį į bateriją? Ar tai neprieštarauja energijos tvermės dėsniui?

Duota: vieno kondensatoriaus įtampa $U_1 = 210$ V; kondensatorių baterijos įtampa $U_2 = 30$ V.

Rasti: stiklo santykinę dielektrinę skvarbą ε; energijų santykį W_1/W_2.

Sprendimas:

Pritaikysime (5.10)–(5.13) sąryšius.

Antrojo kondensatoriaus talpa yra ε kartų didesnė: $C_2 = \varepsilon C_1$. Tad baterijos talpa $C = C_1 + C_2 = C_1(1+\varepsilon)$. Elektrinis krūvis nepasikeitė: $q = C_1U_1 = CU_2$; $C_1U_1 = C_1(1+\varepsilon)U_2$. Todėl

$$\varepsilon = (U_1 - U_2)/U_2 = 6.$$

$$W_1 = q^2/2C_1; \quad W_2 = q^2/C = q^2/C_1(1+\varepsilon); \quad W_1/W_2 = 1+\varepsilon = 7.$$

Baterijos energija yra 7 kartus mažesnė. Tai neprieštarauja energijos tvermės dėsniui, nes energija buvo eikvojama antrajam kondensatoriui įelektrinti ir jo dielektrikui poliarizuoti.

Ats. 6; sumažės 7 kartus.

5.3.2 pavyzdys. Du oriniai 1,0 μF talpos kondensatoriai, įelektrinti 100 μC krūviais, buvo sujungti nuosekliai į bateriją. Po to atstumai tarp kondensatorių elektrodų padvigubinti. Reikia rasti baterijos talpą, įtampą ir energiją prieš ir po to, kai pakito atstumas tarp elektrodų. Ar gautas rezultatas neprieštarauja energijos tvermės dėsniui?

Duota: kondensatorių talpos $C_0 = 1{,}0\ \mu\text{F} = 1{,}0 \cdot 10^{-6}$ F; kondensatorių krūviai $q_1 = q_2 =$ 100 μC, $= 1{,}0 \cdot 10^{-4}$ C.

Rasti: baterijos talpas C_1 ir C_2, įtampas U_1 ir U_2 bei energijas W_1 ir W_2.

Sprendimas

Remsimės (5.10), (5.12) ir (5.15) sąryšiais.

1) Prieš padidinant atstumus tarp elektrodų:

$$C_1 = C_0 C_0/(C_0 + C_0) = C_0/2 = 0,50 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = 0{,}50\ \mu\text{F}.$$

Įelektrinant nuosekliai sujungtų kondensatorių bateriją, kiekvienas kondensatorius atskirai ir visa baterija drauge įsielektrina tuo pačiu krūviu. Todėl, sujungus nuosekliai du krūviais q įelektrintus kondensatorius, baterijos krūvis nepadvigubėja, o lieka toks pat kaip ir kiekvieno kondensatoriaus krūvis: $q = q_1 = q_2 = 100\ \mu$C.

$$U_1 = q/C_1 = 2q/C_0 = 200\ \text{V}; \quad W_1 = q^2/2C_1 = q^2/C_0 = 0{,}01\ \text{J} = 10\ \text{mJ}.$$

2) Padidinus du kartus atstumą tarp elektrodų d (5.11), kiekvieno kondensatoriaus talpa dukart sumažėjo ir tapo $C_0/2$. Atitinkamai sumažėjo ir baterijos talpa. Atsižvelgiant į tai,

$$C_2 = C_0/4 = 0{,}25 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = 0{,}25\ \mu\text{F}.$$

Kadangi baterija atjungta nuo šaltinio, tai baterijos krūvis pasikeisti negali. Todėl

$$U_2 = q/C_2 = 4q/C_0 = 400\ \text{V};$$
$$W_2 = q^2/2C_2 = 2q^2/C_0 = 0{,}02\ \text{J} = 20\ \text{mJ}.$$

Tai, kad, padidinus atstumą tarp kondensatorių elektrodų, padidėjo baterijos energija, neprieštarauja energijos tvermės dėsniui. Didinant atstumą, teko nugalėti trauką tarp priešingais krūviais įelektrintų elektrodų. Pašalinių jėgų darbas padidino baterijos energiją.

Ats. 0,50 μF; 200 V; 10 mJ ir 0,25 μF; 400 V; 20 mJ.

5.3.3 pavyzdys. Kondensatoriai, kurių talpos yra 2,0 μF ir 3,0 μF, o krūviai atitinkamai 0,20 mC ir 0,80 mC, sujungiami lygiagrečiai. Kokie bus sujungtų kondensatorių krūviai?

Duota: kondensatorių talpos $C_1 = 2{,}0\ \mu$F; $C_2 = 3{,}0\ \mu$F; kondensatorių krūviai $q_1 =$ 0,20 mC; $q_2 = 0{,}80$ mC.

Rasti: kondensatorių krūvius po to, kai jie buvo sujungti: q_{11} ir q_{21}.

Sprendimas

Sujungus kondensatorius lygiagrečiai, krūviai tarp kondensatorių pasiskirstys taip, kad jų įtampa būtų ta pati:

$$q_1 + q_2 = q_{11} + q_{21}; \quad U = q_{11}/C_1 = q_{21}/C_2; \quad q_{11}/q_{21} = C_1/C_2;$$
$$C_1/C_2 = q_{11}/(q_1 + q_2 - q_{11}); \quad q_{11} = (q_1 + q_2)C_1/(C_1 + C_2) = 0{,}40 \text{ mC};$$
$$q_{21} = (q_2 + q_1)C_2/(C_1 + C_2) = 60 \text{ mC}.$$

Ats. 0,40 mC; 0,60 mC.

5.4. Užduotys

5.4.1. Du taškiniai krūviai yra tam tikru atstumu vienas nuo kito. Kai šis atstumas sumažėjo 50 cm, elektrinė sąveika sustiprėjo dvigubai. Raskite pradinį atstumą tarp krūvių.

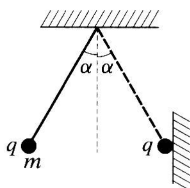
5.4.2. Kiek kartų elektrinės sąveikos jėga tarp dviejų protonų didesnė už jų gravitacinės sąveikos jėgą? Protono masė $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, krūvis $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

5.4.3. Du vienodi laidūs maži rutuliukai, kurių krūviai 25 nC ir –15 nC, susilietė, o po to vėl nutolo tuo pačiu atstumu. Kiek kartų pasikeitė jų sąveikos jėga?

5.4.4. Ant siūlo, kuris atlaiko 10 mN įtempimą, kabo 0,60 g masės rutuliukas, įelektrintas 11 nC krūviu. Prie jo iš apačios artinamas kitas –13 nC krūviu įelektrintas rutuliukas. Kokiam atstumui tarp rutuliukų esant siūlas nutrūks?

5.4.5. Rutuliukas, kurio masės galima nepaisyti, turi $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ C krūvį. Jis pakabintas ant nelaidžios spyruoklės, kurios standumas 8,0 N/m. Raskite spyruoklės pailgėjimą, jeigu po rutuliuku 5,0 cm atstumu nuo jo yra kitas rutuliukas, turintis priešingo ženklo $1{,}2 \cdot 10^{-7}$ C krūvį. Kokią potencinę energiją įgyja spyruoklė?

5.4.6. Ant l = 10 cm ilgio siūlo kabo 0,58 g masės rutuliukas. Tokiu pat atstumu l nuo pakabinimo taško prie sienos yra pritvirtintas kitas rutuliukas. Kryptis į tą rutuliuką nuo pakabinimo taško sudaro 30° kampą. Kokius krūvius reikia suteikti rutuliukams, kad pirmasis atšoktų į priešingą pusę tokiu pat 30° kampu?



5.4.7. Kokį pradinį pagreitį įgys 16 μg masės lašelis, netekęs 100 elektronų, jeigu šalia jo 3,0 cm atstumu bus 2,0 μC krūvis? Kaip šis pagreitis keisis laikui bėgant?

5.4.8. 4,4 nC ir 1,1 nC krūviai nutolę 6,0 cm atstumu. Kur reikia patalpinti krūvį q, kad veikiant elektrinėms jėgoms jis išliktų pusiausviras?

5.4.9. Erdvėje vienu metu veikia vienas kitam statmeni vienalyčiai 400 kV/m ir 300 kV/m stiprio elektriniai laukai. Kokia jėga laukai veikia elementarų krūvį? Kokią energiją įgys šis krūvis, jei lauko jėgų veikiamas pasislinks 12 cm?

5.4.10. Du taškiniai 1,0 nC ir 2,0 nC krūviai yra 10 cm atstumu vienas nuo kito. Raskite elektrinio lauko stiprį ir kryptį taške, esančiame viduryje tarp krūvių bei taškuose, esančius tiesėje, einančioje per krūvius, ir nutolusiuose per 5,0 cm į vieną ir į kitą pusę nuo krūvių.

5.4.11. Dviejose lygiakraščio trikampio, kurio kraštinė lygi 30 cm, viršūnėse yra 5,0 nC krūviai, kurių vienas yra neigiamas. Raskite elektrinio lauko stiprį trečioje viršūnėje. Kokia jėga laukas veiks trečioje viršūnėje esantį 2,2 nC krūvį?

5.4.12. Raskite darbą, kuris atliekamas perkeliant 70 nC krūvį 0,60 MV/m stiprio vienalyčiame elektriniame lauke nuo vienos įelektrintos plokštės ant kitos. Nuotolis, kuriuo perkeliamas krūvis, lygus 8,0 cm, o kryptis sudaro 60° kampą su jėgų linijų kryptimi. Kokia įtampa tarp plokščių?

5.4.13. Dviejų laidininkų potencialai atitinkamai lygūs +20 V ir −12 V. Koks darbas atliekamas perkeliant 0,35 μg dulkelę, įelektrintą 0,50 μC krūviu, nuo vieno laidininko ant kito? Kokį greitį įgijo dulkelė?

5.4.14. Elektronas, $4{,}0 \cdot 10^3$ km/s greičiu įlėkęs į vienalytį elektrinį lauką, juda lauko linijų kryptimi. Kiek laiko praeis, kol elektronas sustos, jei lauko stipris 80 V/m? Kokia įtampa tarp lauko taškų, kuriuos pralekia elektronas?

5.4.15. 10 g masės rutuliukas, įelektrintas 2,0 nC krūviu, įneštas į vienalytį elektrinį lauką, kurio stipris 3,0 kV/m. Raskite, kokį kelią rutuliukas nueis ir kokį greitį įgys per 30 s.

5.4.16. Žemės elektrinio lauko stipris yra apie 130 V/m ir nukreiptas žemyn. Kokį greitį prie žemės paviršiaus įgys 1,0 μC krūviu įelektrinta 0,10 g masės dulkelė, pradėjusi kristi iš 10 m aukščio? Kokį greitį ji įgytų, jei nebūtų elektrinio lauko? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

5.4.17. 10 μC krūviu įelektrinta 100 mg dulkelė pradeda kilti aukštyn 30 m/s greičiu. Į kokį aukštį ji pakils? Žemės elektrinio lauko stipris yra apie 130 V/m ir nukreiptas žemyn. Į kokį aukštį ji pakiltų, jei nebūtų elektrinio lauko? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

5.4.18. Elektronas 2,0 Mm/s greičiu įlekia į vienalytį elektrinį lauką priešinga elektrinio lauko linijoms kryptimi. Kokia įtampa tarp lauko taškų, kuriuos jis turi praeiti, kad turėtų 15 eV energiją? Kokį kelią jis nuėjo, jei lauko stipris 120 V/m?

5.4.19. Elektronas juda vienalyčiame elektriniame lauke. Kokia yra įtampa tarp lauko taškų, kuriuos pralėkęs elektronas sustojo? Elektrono pradinis greitis 10 Mm/s ir nukreiptas išilgai lauko linijų. Koks turi būti elektrinio lauko stipris, kad elektronas sustotų 20 cm kelyje?

5.4.20. Tarp dviejų lygiagrečių plokštelių, nutolusių viena nuo kitos per 48 mm ir įelektrintų iki 1,0 kV įtampos, yra pakibusi 0,10 ng masės neigiamai įelektrinta dulkelė. Kiek perteklinių elektronų turi dulkelė?

5.4.21. Elektronas 8,0 Mm/s greičiu įlekia tarp dviejų lygiagrečių plokštelių. Plokštelių ilgis 4,0 cm, atstumas tarp jų 2,0 cm, o įtampa 100 V. Kiek elektronas nukrypsta nuo pradinės krypties? Kokį greitį ta kryptimi jis įgyja? Pradiniu momentu elektrono greitis buvo nukreiptas išilgai plokštelių.

5.4.22. Plokščias orinis 0,012 μF kondensatorius įelektrintas 2,4 μC ir atjungtas nuo šaltinio. Kokia kondensatoriaus įtampa ir energija? Tarpas tarp elektrodų buvo užpildytas dielektriku, kurio santykinė dielektrinė skvarba 8,0. Kokia tapo kondensatoriaus įtampa ir elektrinio lauko energija? Ar gautas rezultatas neprieštarauja energijos tvermės dėsniui?

5.4.23. Prie plokščiojo orinio kondensatoriaus prijungta 12 V įtampa. Kiekvieno elektrodo plotas 150 cm^2, atstumas tarp jų 0,50 mm. Kiek pakis kondensatoriaus krūvis ir elektrinio lauko energija, panardinus jį į žibalą? Žibalo santykinė dielektrinė skvarba 2,1.

5.4.24. 100 pF talpos orinis kondensatorius buvo iki pusės panardintas į žibalą taip, kad elektrodai būtų statmeni žibalo paviršiui. Kokia pasidarė to kondensatoriaus talpa? Kiek pakito įtampa, jei kondensatorius buvo įelektrintas iki 155 V ir atjungtas nuo šaltinio? Žibalo santykinė dielektrinė skvarba yra 2,1.

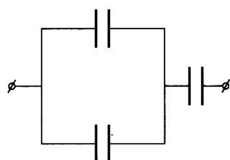
5.4.25. Du kondensatoriai, kurių kiekvieno talpa 1,0 μF, turi po $2{,}0\cdot10^{-4}$ C krūvį. Iš pradžių jie buvo sujungti į bateriją lygiagrečiai, o po to perjungti nuosekliai. Kiek kartų pakito baterijos talpa, įtampa ir energija, perjungiant kondensatorius?

5.4.26. Du vienodi lygiagrečiai sujungti kondensatoriai įkrauti ir atjungti nuo šaltinio. Po to viename kondensatoriuje atstumas tarp elektrodų sumažintas 2 kartus. Raskite kondensatorių baterijos pradinės ir galinės talpų, įtampų ir elektrinių laukų energijų santykį.

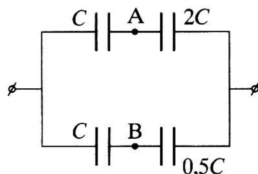
5.4.27. Iki 20 V įelektrintas 33 μF talpos kondensatorius lygiagrečiai prijungtas prie kito kondensatoriaus, įelektrinto iki 4 V. Raskite antrojo kondensatoriaus talpą, jei baterijos įtampa 16 V. Taip pat apskaičiuokite kiekvieno kondensatoriaus (prieš sujungiant į bateriją) ir baterijos elektrinių laukų energijas.

5.4.28. Įelektrinto kondensatoriaus elektrinio lauko energija 1,2 J. Prie jo lygiagrečiai prijungti du tokie pat neįelektrinti kondensatoriai. Kokia bus baterijos elektrinio lauko energija?

5.4.29. Kiekvieno kondensatoriaus talpa 0,50 μF. Baterija prijungta prie 30 V įtampos šaltinio. Raskite kiekvieno kondensatoriaus krūvį, įtampą ir elektrinio lauko energiją.



5.4.30. Kiek kartų pasikeis baterijos talpa, trumpai sujungus taškus A ir B?



6. Nuolatinė elektros srovė

Elektros srovė *– tai kryptingas elektringųjų dalelių judėjimas.* Elektros srovė apibūdinama elektros *srovės stipriu* I, jo skaitinė vertė lygi elektros krūviui q, pratekėjusiam laidininko skerspjūviu per laiko vienetą t:

$$I = q/t. \tag{6.1}$$

Iš Omo dėsnio aišku, kad srovės stiprį I grandinės dalyje lemia elektrinio lauko įtampa U toje grandinės dalyje ir tos dalies elektrinė varža R:

$$I = U/R. \tag{6.2}$$

Elektrinė varža apibūdina grandinės dalies priešinimąsi srovės tekėjimui. Laidininkui, kurio ilgis l ir skerspjūvio plotas S, ji gali būti skaičiuojama pagal formulę:

$$R = \rho l/S; \tag{6.3}$$

čia ρ – laidininko medžiagos savitoji varža, apibūdinanti medžiagos savybę priešintis srovės tekėjimui ir skaitine verte lygi varžai medžiagos gabalo, kurio ilgis 1 m, o skerspjūvio plotas 1 m^2. Įvairių medžiagų savitosios varžos reikšmės pateikiamos lentelėse.

Nuosekliai sujungtų įvairių laidininkų arba rezistorių varžos sudedamos:

$$R = R_1 + R_2 + \cdots \tag{6.4}$$

Lygiagrečiai sujungtų įvairių rezistorių varža randama iš tokio sąryšio:

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + \cdots \tag{6.5}$$

Iš (6.5) formulės gaunama tokia dviejų lygiagrečiai sujungtų rezistorių varžos išraiška:

$$R = R_1 R_2/(R_1 + R_2). \tag{6.6}$$

Tekant elektros srovei atliekamas *darbas* A, kuris randamas pagal formules:

$$A = IUt = I^2Rt = U^2t/R. \tag{6.7}$$

Elektros srovės galia P (elektros kurse galia paprastai žymima raide P) nusakoma kaip atlikto darbo ir laiko, per kurį tas darbas buvo atliktas, santykis:

$$P = A/t; \quad P = IU = I^2R = U^2/R. \tag{6.8}$$

Jei tekanti elektros srovė neatlieka mechaninio darbo ir nesukelia cheminių reakcijų, tai visas elektros srovės darbas virsta šiluma. Pagal Džaulio ir Lenco dėsnį

$$Q = A = IUt = I^2Rt = U^2t/R. \tag{6.9}$$

Elektrinių grandinių naudingumas apibūdinamas jų *naudingumo koeficientu* η, rodančiu, kuri elektros energijos (arba elektros srovės atlikto darbo) dalis virto naudingu darbu arba naudingai panaudota šiluma:

$$\eta = A_N/A = Q_N/A. \tag{6.10}$$

Tam, kad tekėtų elektros srovė, reikalingas *elektrinis laukas*, verčiantis elektringas daleles judėti kryptingai. Įrenginiai, kuriantys tą elektrinį lauką, vadinami srovės šaltiniais. Šaltinio viduje veikia neelektrinės kilmės jėgos, verčiančios elektringas daleles judėti prieš elektrinio lauko jėgas.

Pagrindinė srovės šaltinio energetinė charakteristika yra jo *elektrovara* ε, lygi šaltinyje veikiančių neelektrinės kilmės (pašalinių) jėgų darbo $A_{\text{paš}}$, atliekamo perkeliant krūvį q, santykiui su tuo krūviu:

$$\varepsilon = A_{\text{paš}}/q. \tag{6.11}$$

Elektrovara ε matuojama tais pačiais vienetais kaip ir įtampa, t. y. voltais.

Srovės stipris uždaroje grandinėje, kurioje įjungtas srovės šaltinis, apibūdinamas Omo dėsniu uždarai grandinei:

$$I = \varepsilon/(r+R); \tag{6.12}$$

čia r – srovės šaltinio vidinė varža; R – išorinės grandinės dalies (elektros srovės energijos vartotojo) varža.

Elektros srovės šaltinis yra tuo geresnis, kuo didesnio stiprio srovę jis gali sukurti. Tuo požiūriu svarbi šaltinio charakteristika yra jo trumpojo jungimo srovė I_∞ – srovė, kurią sukelia šaltinis, kai išorinės grandinės dalies varža lygi nuliui:

$$I_\infty = \varepsilon/r. \tag{6.13}$$

Kuo didesnė I_∞, tuo srovės šaltinis yra geresnis.

Srovės šaltinio naudingumas η apibūdinamas ta srovės šaltinio darbo dalimi, kuri tenka išorinei grandinei:

$$\eta = A_R/A_{\text{paš}} = UIt/\varepsilon It = U/\varepsilon = R/(r+R). \tag{6.14}$$

Srovės šaltiniai dažnai sujungiami į baterijas. Jungiant srovės šaltinius į bateriją nuosekliai, jų elektrovara ir bendra vidinė varža randama sumuojant atskirų šaltinių elektrovaras ir varžas:

$$\varepsilon_{\text{B}} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots; \quad r_{\text{B}} = r_1 + r_2 + \cdots \tag{6.15}$$

Jungiant srovės šaltinius lygiagrečiai, sąryšiai sudėtingesni. Tačiau kai jungiami vienodi šaltiniai, baterijos elektrovara nepakinta, o vidinė varža atitinkamai sumažėja:

$$\varepsilon_{\text{B}} = \varepsilon; \quad r_{\text{B}} = r/N; \tag{6.16}$$

čia N – į bateriją sujungtų elementų skaičius.

Sprendžiant uždavinius, kuriuose nagrinėjama elektros srovė metaluose, reikia žinoti laisvųjų elektringųjų dalelių metale – elektronų – koncentraciją. Ją randame remdamiesi „Molekulinės fizikos ir termodinamikos“ skyriuje pateiktais sąryšiais. Pagal klasikinę metalų elektroninio laidumo teoriją, laisvųjų elektronų koncentracija metale yra lygi atomų koncentracijai, padaugintai iš metalo valentingumo.

Elektros srovė vakuume atsiranda tada, kai yra elektringųjų dalelių šaltinis. Radijo lempose, elektroniniuose vamzdžiuose ir kineskopuose elektringųjų dalelių – elektronų – šaltinis yra įkaitintas katodas.

Kad išlėktų iš medžiagos, elektronai turi įveikti elektrostatinių jėgų pasipriešinimą, apibūdinamą *elektronų išlaisvinimo darbu*. Iš medžiagos išlėks tik tie elektronai, kurių turima energija didesnė už išlaisvinimo darbą. Elektronų išlaisvinimo darbo skirtingose medžiagose reikšmės pateikiamos lentelėse.

Elektros srovę rūgščių, šarmų ir druskų tirpaluose ar lydaluose, vadinamuose elektrolitais, sukelia teigiamų ir neigiamų jonų kryptingas judėjimas, susijęs su medžiagos pernešimu. Todėl, tekant I stiprio elektros srovei elektrolitais, per laiką t išsiskiria medžiaga, kurios masė m nusakoma pagal Faradėjaus dėsnį:

$$m = kIt; \qquad (6.17)$$

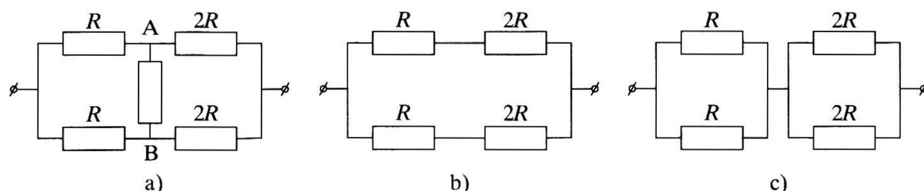
čia k – medžiagos elektrocheminis ekvivalentas, rodantis, kiek tam tikros medžiagos masės išsiskirs pratekėjus elektrolitu vieno kulono krūviui. Įvairių medžiagų elektrocheminiai ekvivalentai pateikiami lentelėse, tačiau k galima apskaičiuoti žinant medžiagos molinę masę M ir valentingumą n_V:

$$k = M/n_V F; \qquad (6.18)$$

čia $F = 9{,}65 \cdot 10^4$ C/mol – Faradėjaus skaičius.

Metodiniai nurodymai

1. Uždaviniuose su lygiagrečiai ir nuosekliai sujungtais laidininkais pirmiausia reikia nubraižyti schemą (jei ji neduota sąlygoje). Kartais gali tekti perbraižyti sąlygoje duotą schemą taip, kad būtų aiškesnis sujungimo pobūdis.
2. Tada reikia išsiaiškinti, kurie laidininkai yra sujungti lygiagrečiai ir kurie nuosekliai. Vaizdumo dėlei patartina perbraižyti schemą, vienodai (lygiagrečiai arba nuosekliai) sujungtų laidininkų grupės varžą pakeičiant ekvivalentine varža.
3. Jeigu schemoje nematyti ar neįmanoma atskirti lygiagrečiai ar nuosekliai sujungtų laidininkų grupių, reikia bandyti rasti vienodo potencialo taškus ir juos sujungti arba atjungti (taip galima daryti, nes tarp vienodo potencialo taškų srovė neteka). Pvz., panagrinėkime schemą, parodytą 6.1 pav. a). Neįmanoma pasakyti, kurie rezistoriai sujungti lygiagrečiai ir kurie nuosekliai. Tačiau galima pastebėti, kad grandinės viršutinė šaka yra simetriška apatinei šakai. Įtampos tų šakų rezistoriuose bus vienodos ir taškų A ir B potencialai taip pat bus vienodi. Per rezistorių, įjungtą tarp tų taškų, srovė netekės. Todėl tą rezistorių galima paprasčiausiai išmesti (schema parodyta 6.1 pav. b)) arba taškus A ir B trumpai sujungti (schema 6.1 pav. c)). Ir vienos, ir kitos schemos skaičiavimas sunkumų neturėtų sukelti, nes aiškiai galima išskirti lygiagrečiai ir nuosekliai sujungtas grandinės dalis.



6.1 pav.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

6.1. Elektros srovės stipris. Omo dėsnis grandinės daliai

6.1.1 pavyzdys. Kokio stiprio srovę sukuria elektronas, besisukantis apie vandenilio atomo branduolį? Jo orbitos spindulys $5{,}3\cdot10^{-11}$ m.

Duota: elektrono orbitos spindulys $r = 5{,}3\cdot10^{-11}$ m; elektrono masė $m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; elementarusis krūvis $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

Rasti: srovės, sukuriamos besisukančio elektrono, stiprį I.

Sprendimas

Remsimės srovės apibrėžimu (6.1). Norint rasti srovės stiprį, reikia sužinoti, kokį krūvį per laiko vienetą perneša besisukdamas elektronas.

Elektrono sukimosi dažnis $f = v/2\pi r$. Srovės stipris $I = q/t = Ne/t$, čia N – elektrono apsisukimų skaičius per laiką t. Apsisukimų skaičius per laiko vienetą, t. y. dažnis $f = N/t$. Tad $I = fe = ev/2\pi r$.

Elektrono greičiui orbitoje rasti remsimės tuo, kad elektrinės sąveikos tarp branduolio ir elektrono jėga yra nusakoma Kulono dėsniu (5.1): $F = ke^2/r^2$ (ir branduolio, ir elektrono krūviai elementarieji – e). Ši jėga atlieka vaidmenį įcentrinės jėgos, kuri lygi įcentrinio pagreičio (1.11) ir besisukančio kūno masės sandaugai: $F_{\text{ic}} = mv^2/r$. Todėl $F = F_{\text{ic}}$; $ke^2/r^2 = mv^2/r$. Taigi $v = (ke^2/mr)^{1/2}$, o

$$I = e(ke^2/mr)^{1/2}/2\pi r = 1{,}1\cdot10^{-3}\ \text{A} = 1{,}1\ \text{mA}.$$

Ats. 1,1 mA.

6.1.2 pavyzdys. Variniu laidininku, kurio skerspjūvio plotas 0,20 mm^2, teka 0,30 A stiprio srovė. Koks elektrinio lauko stipris laide? Kokia jėga elektrinis laukas veikia laidininko elektroną?

Duota: laidininko skerspjūvio plotas $S = 0{,}20$ mm^2 $= 0{,}20\cdot10^{-6}$ m^2; srovės stipris $I = 0{,}30$ A; vario savitoji varža $\rho = 1{,}7\cdot10^{-8}$ Ωm; elementarusis krūvis $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

Rasti: elektrinio lauko stiprį E; jėgą F, kuria elektrinis laukas veikia elektroną.

Sprendimas

Taikysime Omo dėsnį (6.2), varžos formulę (6.3). Teks prisiminti elektrinio lauko apibrėžimą (5.3): $E = F/q$, taip pat sąryšį tarp įtampos ir lauko stiprio (5.9): $E = U/l$ (čia U – įtampa laido galuose, l – laido ilgis).

$$E = U/l = IR/l = I\rho l/lS = I\rho/S = 2{,}5\cdot10^{-2}\ \text{V/m} = 25\ \text{mV/m}.$$

$$F = eE = eI\rho/S = 4{,}1\cdot10^{-21}\ \text{N}.$$

Ats. 25 mV/m; $4{,}1\cdot10^{-21}$ N.

6.1.3 pavyzdys. Klasėje yra 12 lempučių. Šviečiančios lemputės varža yra 200 Ω, kiekviena jų teka 1,0 A stiprio srovė. Kokio skerspjūvio ploto aliuminio laidai turi būti nutiesti nuo klasės iki magistralinio įvado, esančio už 50 m, kad įtampos nuostoliai laiduose neviršytų 5,0 V? Kokia įtampa magistraliniame įvade?

Duota: lempučių skaičius $N = 12$; lemputės varža $R_0 = 200\ \Omega$; viena lempute tekančios srovės stipris $I_0 = 1{,}0$ A; atstumas iki magistralinio įvado $l = 50$ m; įtampa laiduose (įtampos nuostoliai) $U_{\text{nuost}} = 5{,}0$ V; aliuminio savitoji varža $\rho = 2{,}8 \cdot 10^{-8}\ \Omega$m.

Rasti: laidų skerspjūvio plotą S; magistralinio įvado įtampą U.

Sprendimas

Pasinaudosime Omo dėsniu (6.2), varžos formule (6.3) ir nuoseklaus bei lygiagretaus rezistorių jungimo taisyklėmis (6.4), (6.5).

R – vieno laido, einančio nuo klasės iki magistralinio įvado, varža, o laidai yra du. Srovės, tekančios aliuminio laidais, stipris $I = NI_0$, o įtampa laiduose (įtampos nuostoliai) $U_{\text{nuost}} = 2IR = 2NI_0R$.

$$R = U_{\text{nuost}}/2NI_0 = \rho l/S; \quad S = 2NI_0\rho l/U_{\text{nuost}} = 6{,}7 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2 = 6{,}7\ \text{mm}^2.$$

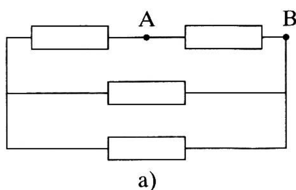
Magistralinio įvado įtampa yra lygi įtampos laiduose ir lemputėse sumai: $U = U_{\text{nuost}} + U_{\text{L}}$. Pagal Omo dėsnį grandinės daliai $U_{\text{L}} = I_0R_0$ (lygiagrečiame junginyje visų lempučių įtampa vienoda). Tad

$$U = U_{\text{nuost}} + I_0R_0 = 205\ \text{V}.$$

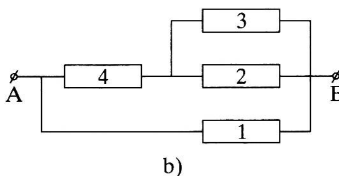
Ats. 6,7 mm^2; 205 V.

6.1.4 pavyzdys. Kam lygi junginio varža tarp taškų A ir B? Visų rezistorių varžos vienodos ir lygios 5,0 Ω.

Duota: junginio schema; vieno rezistoriaus varža $R_0 = 5{,}0\ \Omega$.



a)



b)

Rasti: junginio varžą R.

Sprendimas

Junginio schemą galima perbraižyti vaizdžiau (patogumo dėlei rezistoriai sunumeruoti). Junginio varžą skaičiuosime pagal nuoseklaus ir lygiagretaus rezistorių jungimo taisykles (6.4)–(6.6):

$$R_{23} = R_2R_3/(R_2 + R_3) = R_0/2;$$

$$R_{234} = R_{23} + R_4 = R_0/2 + R_0 = 3R_0/2;$$

$$R = R_1R_{234}/(R_1 + R_{234}) = R_0 3R_0/2(R_0 + 3R_0/2) = 3R_0/5 = 3{,}0\ \Omega.$$

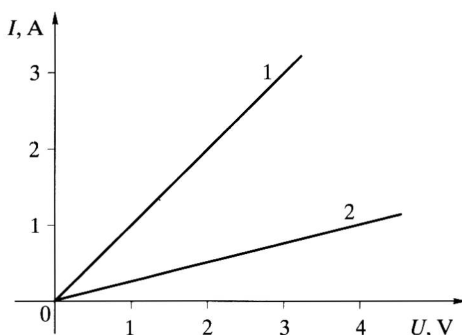
Ats. 3,0 Ω.

6.1.5 pavyzdys. Paveiksle pateikti vienaip ir kitaip sujungtų dviejų rezistorių srovės stiprio priklausomybės nuo įtampos grafikai. Raskime rezistorių varžas.

Duota: Srovės rezistoriuose priklausomybės nuo įtampos grafikai.

Rasti: rezistorių varžas R_1, R_2.

Sprendimas



Taikysime Omo dėsnį (6.2), rezistorių nuoseklaus ir lygiagretaus jungimo sąryšius (6.4) ir (6.6). Pirmuoju atveju varža mažesnė, vadinasi, tai yra lygiagretaus rezistorių jungimo atvejis. Iš grafiko:

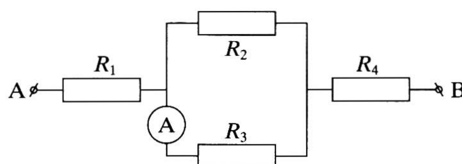
$$R_{lyg} = U/I = 2/2 = 1\ \Omega.$$

$$R_{nuos} = U/I = 4/1 = 4\ \Omega.$$

$$R_{lyg} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2};\ R_{nuos} = R_1 + R_2;\ R_1 + R_2 = 4\ \Omega;\ R_1 R_2 = 4\ \Omega^2;\ R_1 = R_2 = 2\ \Omega.$$

Ats. $R_1 = R_2 = 2\ \Omega$.

6.1.6 pavyzdys. Junginyje $R_1 = 4{,}0\ \Omega$; $R_2 = 6{,}0\ \Omega$; $R_3 = 12{,}0\ \Omega$; $R_4 = 2{,}0\ \Omega$, o ampermetras rodo 1,0 A. Apskaičiuokite sroves, tekančias per kiekvieną rezistorių ir įtampą tarp taškų A ir B.



Duota: rezistorių varžos $R_1 = 4{,}0\ \Omega$; $R_2 = 6{,}0\ \Omega$; $R_3 = 12{,}0\ \Omega$; $R_4 = 2{,}0\ \Omega$; ampermetro parodymai $I = 1{,}0$ A.

Rasti: sroves, tekančias per kiekvieną rezistorių I_1, I_2, I_3, I_4; įtampą U tarp taškų A ir B.

Sprendimas

Remsimės Omo dėsniu (6.2) ir nuoseklaus bei lygiagretaus rezistorių jungimo dėsningumais. Akivaizdu, kad ampermetras rodo srovės, tekančios per rezistorių R_3, stiprį. $I_3 = I = 1{,}0$ A. Įtampa lygiagrečiai sujungtuose rezistoriuose R_2 ir R_3 yra ta pati. Todėl $U_2 = U_3$; $I_2 R_2 = I_3 R_3$. Vadinasi,

$$I_2 = I_3 R_3 / R_2 = I R_3 / R_2 = 2{,}0\ \text{A}.$$

Per rezistorius R_1 ir R_4 teka to paties stiprio srovė, lygi srovių, tekančių per rezistorius R_2 ir R_3, sumai.

$$I_1 = I_4 = I_2 + I_3 = I(R_2 + R_3)/R_2 = 3{,}0\ \text{A}.$$

Įtampa U yra lygi įtampų rezistoriuose R_1, R_2 (arba R_3, nes $U_2 = U_3$) ir R_4 sumai:

$$U = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_4 R_4 = 30\ \text{V}.$$

Ats. 3,0 A; 2,0 A; 1,0 A; 3,0 A; 30 V.

6.1.7 pavyzdys. Miliampermetro, kurio skalė nuo 0 iki 15 mA, varža 5,0 Ω. Kaip reikia sujungti miliampermetrą su rezistoriumi (ir kokios varžos), kad jis matuotų: 1) sroves nuo 0 iki 0,15 A; 2) įtampas nuo 0 iki 150 V?

Duota: maksimalus srovės stipris, kurį galima išmatuoti miliampermetru, $I_0 = 15$ mA $= 0{,}015$ A; miliampermetro varža $r = 5{,}0\ \Omega$; maksimalus srovės stipris, kurį turi matuoti per-

darytas miliampermetras $I = 0,15$ A; maksimali įtampa, kurią turi matuoti iš miliampermetro padarytas voltmetras $U = 150$ V.

Rasti: šuntą $R_š$; papildomą rezistorių R_p.

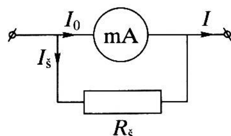
Sprendimas

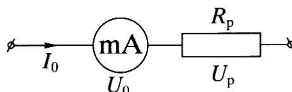
Pasinaudosime Omo dėsniu (6.2), laidininkų nuoseklaus ir lygiagretaus jungimo dėsningumais (6.4) ir (6.6).

1) Ampermetro riboms praplėsti naudojamas šuntas – lygiagrečiai prijungiamas rezistorius $R_š$. Iš schemos matyti: $I = I_0 + I_š$; $I/I_0 = n$ (n rodo, kiek kartų norima praplėsti matavimo ribas); $I_š = I - I_0 = I_0(n-1)$.

Ampermetras ir šuntas įjungti lygiagrečiai. Todėl įtampos juose yra vienodos: $I_0 r = I_š R_š$. Formulė šuntui apskaičiuoti bus tokia:

$$R_š = I_0 r / I_0(n-1) = r/(n-1) = r/(I/I_0 - 1) = 0{,}56\ \Omega.$$





2) Norint praplėsti voltmetro matavimo ribas (ar iš miliampermetro padaryti voltmetrą), reikia nuosekliai prijungti papildomą rezistorių R_p. Iš schemos matyti: $U = U_0 + U_p$, čia U_0 – maksimali įtampa, kurią matuoja voltmetras; $U_p = U - U_0$; $U = nU_0$ (n rodo, kiek kartų norima praplėsti matavimo ribas); $U_p = U_0(n-1)$; $U_0 = I_0 r$; $U_p = I_0 R_p$, čia I_0 – srovė tekanti pro voltmetrą, kai jo parodymai yra maksimalūs; $I_0 R_p = I_0 r(n-1)$. Gauname formulę papildomam rezistoriui apskaičiuoti: $R_p = r(n-1)$.

Šiame uždavinyje iš miliampermetro reikia padaryti voltmetrą; nežinoma įtampa U_0, žinoma tik srovė I_0:

$$n = U/U_0 = U/I_0 r; \quad R_p = r(U/I_0 r - 1) = 9995\ \Omega.$$

Ats. 0,56 Ω; 9995 Ω.

6.2. Elektros srovės darbas ir galia

6.2.1 pavyzdys. Elektrinė plytelė, kurios galia 550 W, apskaičiuota 220 V įtampos tinklui, jungiama į 127 V įtampos tinklą. Kokia bus plytelės galia? Koks turi būti kaitinimo spiralės ilgis, kad ir į 127 V įtampos tinklą įjungta ji pakankamai įkaistų? Kokia bus plytelės galia? Pradinis spiralės ilgis 2,0 m.

Duota: plytelės galia, kai tinklo įtampa $U_1 = 220$ V, $P_1 = 550$ W; kito tinklo įtampa $U_2 = 127$ V; pradinis spiralės ilgis $l_1 = 2{,}0$ m.

Rasti: plytelės galią P_2, jungiant ją į 127 V įtampos tinklą; pakankamai įkaistančios 127 V įtampos tinkle spiralės ilgį l_2; plytelės galią 127 V įtampos tinkle P_3, kai pakeistas spiralės ilgis.

Sprendimas

Remsimės Omo dėsniu (6.2), varžos formule (6.3) ir galios sąryšiais (6.8).

Tarkime, kad spiralės varža, jungiant plytelę į 127 V įtampos tinklą, nepakinta. Tada:

$$P_1 = U_1^2/R_1; \quad P_2 = U_2^2/R_1 \quad \text{ir} \quad P_2 = P_1(U_2/U_1)^2 = 183\ \text{W}.$$

Kad spiralė pakankamai įkaistų ir 127 V įtampos tinkle, per ją turi tekėti tokio pat stiprio srovė, kaip ir įjungus į 220 V įtampos tinklą. Todėl

$$P_1 = IU_1;\ I = P_1/U_1; \quad P_3 = IU_2 = P_1U_2/U_1 = 318 \text{ W}.$$

Kadangi $U_1 = IR_1$ ir $U_2 = IR_2$, tai $R_2/R_1 = U_2/U_1$.

Kita vertus, $R_1 = \rho l_1/S$ ir $R_2 = \rho l_2/S$ (čia S – spiralės skerspjūvio plotas).

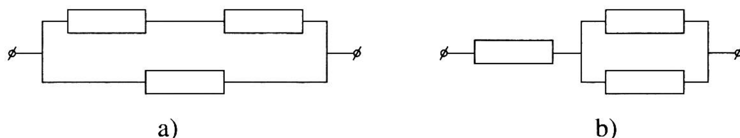
$$R_2/R_1 = \rho l_2 S/S\rho l_1 = l_2/l_1; \quad l_2 = l_1U_2/U_1 = 1{,}15 \text{ m}.$$

Ats. 183 W; 1,15 m; 318 W.

6.2.2 pavyzdys. Elektros plytelę sudaro trys vienodi kaitinimo elementai, kurių kiekvieno varža 6,0 Ω. Plytelė jungiama prie 36 V įtampos šaltinio. Kokiu būdu reikia sujungti elementus, kad plytele kaitinamas vanduo užvirtų greičiausiai, jei maksimali srovė grandinėje ribojama 5,0 A saugikliu?

Duota: vieno kaitinimo elemento varža $R_1 = 6{,}0\ \Omega$; tinklo įtampa $U = 36$ V; maksimalus leidžiamas srovės stipris $I_m = 5{,}0$ A.

Rasti: Būdą plytelės kaitinimo elementams sujungti, kad vanduo užvirtų greičiausiai.



a) b)

Sprendimas

Remsimės Omo dėsniu (6.2), laidininkų nuoseklaus ir lygiagretaus jungimo dėsningumais (6.4), (6.5), (6.6) bei galios sąryšiais (6.8).

Reikia ieškoti tokio varianto, kad tekėtų didžiausio stiprio srovė, bet neviršijant I_m ribos.

Jei naudotume vieną elementą, jis imtų $I_1 = U/R_1 = 6{,}0$ A. Tai tikrai per daug. Juo labiau netinka lygiagretusis dviejų ar visų trijų elementų jungimas, nes srovė bus dar stipresnė. Netinka ir mišrusis jungimas, parodytas a) schemoje, nes srovė taip pat bus per stipri.

Jeigu sujungsime visus elementus nuosekliai, srovės stipris: $I_{3N} = U/R_{3N} = U/3R_1 = 2{,}0$ A; $P_{3N} = I_{3N}U = 72$ W.

Jeigu sujungsime tik du elementus nuosekliai, srovės stipris: $I_{2N} = U/R_{2N} = U/2R_1 = 3{,}0$ A; $P_{2N} = I_{2N}U = 108$ W.

Beliko išnagrinėti mišriojo jungimo atvejį, parodytą b) schemoje. Šiuo atveju junginio varža, srovės stipris ir galia bus tokie:

$$R = R_1R_1/(R_1 + R_1) + R_1 = R_1/2 + R_1 = 1{,}5R_1;$$

$$I = U/R = U/1{,}5R_1 = 4{,}0 \text{ A}; \quad P = U^2/1{,}5R_1 = 144 \text{ W}.$$

Ats. Jungti reikia mišriai: du kaitinimo elementus lygiagrečiai ir jiems nuosekliai – trečiąjį elementą.

6.2.3 pavyzdys. 410 W galios lankinė lempa įjungta nuosekliai su 7,3 Ω varžos rezistoriumi į 110 V įtampos tinklą. Kokio stiprio srovė teka lempa ir kokia jos varža darbo metu?

Duota: lempos galia $P_1 = 410$ W; rezistoriaus, įjungto nuosekliai su lempa, varža $R_2 = 7{,}3\ \Omega$; tinklo įtampa $U = 110$ V.

Rasti: srovės, tekančios per lempą, stiprį I; lempos varžą R_1.

Sprendimas

Remsimės galios sąryšiais (6.8) ir Omo dėsniu (6.2).

R_1 R_2 U

Sutinkamai su galios formule: $P_1 = I^2 R_1$; $I = (P_1/R_1)^{1/2}$. Pagal Omo dėsnį $I = U/(R_1+R_2)$. Tada: $(P_1/R_1)^{1/2} = U/(R_1 + R_2)$. Atlikus algebrinius veiksmus, gaunama kvadratinė lygtis:

$$R_1^2 + (2R_2 - U^2/P_1)R_1 + R_2^2 = 0.$$

Išsprendus lygtį gaunamos dvi galimos lempos varžos vertės: 8,95 Ω arba 5,95 Ω. Jas atitinka srovės stipriai 6,8 A ir 8,3 A.

Ats. 6,8 A; 8,95 Ω arba 8,3 A; 5,95 Ω.

6.2.4 pavyzdys. Į tinklą lygiagrečiai įjungti 5 varikliai, kurių kiekvieno galia 1,5 kW. Varikliai apskaičiuoti 220 V įtampai. Magistralinio tinklo laidai variniai, 250 m ilgio ir 25 mm^2 skerspjūvio ploto. Kokia srovė imama iš tinklo? Kokie galios nuostoliai laiduose? Kokia magistralinio įvado įtampa?

Duota: variklių įtampa $U_1 = 220$ V; variklių skaičius $N = 5$; vieno variklio galia $P_1 = 1{,}5$ kW $= 1{,}5 \cdot 10^3$ W; laidų ilgis $l = 250$ m; laidų skerspjūvio plotas $S = 25$ mm^2 $= 25 \cdot 10^{-6}$ m^2; vario savitoji varža $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ωm.

Rasti: srovės, imamos iš tinklo, stiprį I; galios nuostolius laiduose P_{nuost}; magistralinio įvado įtampą U.

Sprendimas

R_1 R_2 U

R_1 – visų variklių bendra varža; R_2 – laidų varža. Spręsdami uždavinį naudosimės galios sąryšiais (6.8), Omo dėsniu (6.2), varžos formule (6.3):

$$P = NP_1; \quad I = P/U_1 = NP_1/U_1 = 34 \text{ A}.$$

Laidų varža $R_2 = \rho l/S$. Tad galios nuostoliai laiduose:

$$P_{\text{nuost}} = I^2 R_2 = N^2 P_1^2 \rho l/U_1^2 S = 200 \text{ W}.$$

Magistralinio įvado įtampa lygi variklių įtampos U_1 ir nuostolių įtampos $U_{\text{nuost}} = IR_2 = NP_1\rho l/U_1 S$ sumai.

$U = U_1 + NP_1\rho l/U_1 S = 226$ V.

Ats. 34 A; 200 W; 226 V.

6.2.5 pavyzdys. Reikia rasti, kokią naudingąją galią išvysto elektros variklis, jungiamas į 220 V įtampos tinklą ir naudojantis 10 A srovę. Žinoma, kad, nesisukant inkarui, apvija teka 40 A srovė. Koks variklio naudingumo koeficientas?

Duota: tinklo įtampa $U = 220$ V; variklio naudojamos srovės stipris $I = 10$ A; srovės, tekančios variklio apvijomis, kai nesisuka inkaras, stipris $I_1 = 40$ A.

Rasti: variklio naudingąją galią P_N; variklio naudingumo koeficientą η.

Sprendimas

Elektros variklis elektros energiją verčia mechanine. Jis kaista tik dėl to, kad apvijos laidai turi varžą. Ši, šiluma virtusi elektros energija, yra nuostoliai.

Kai variklio inkaras nesisuka, elektros energija neverčiama mechanine ir srovės stiprį nulemia tik apvijos varža $R = U/I_1$.

Visa variklio galia $P = IU$, o galios nuostoliai $P_{\text{nuost}} = I^2R = I^2U/I_1$.

Naudingoji galia $P_N = P - P_{\text{nuost}} = IU - I^2U/I_1 = IU(1 - I/I_1) = 1650$ W = 1,65 kW.

Naudingumo koeficientas $\eta = P_N/P = (1 - I/I_1) = 0{,}75 = 75\%$.

Ats. 1,65 kW; 75%.

6.2.6 pavyzdys. Tramvajaus masė 22,5 t, elektros linijos įtampa 500 V. Važiuodamas pastoviu greičiu horizontaliu keliu, tramvajus vartoja 60 A srovę. Kokiu greičiu jis važiuoja, jei variklio naudingumo koeficientas 75%, o pasipriešinimo judėjimui koeficientas 0,01?

Duota: tramvajaus masė $m = 22{,}5$ t $= 22{,}5 \cdot 10^3$ kg; elektros linijos įtampa $U = 500$ V; srovės stipris $I = 60$ A; variklio naudingumo koeficientas $\eta = 75\% = 0{,}75$; pasipriešinimo judėjimui koeficientas $\mu = 0{,}01$; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: tramvajaus greitį v.

Sprendimas

Remsimės elektrinės galios (6.8) ir naudingumo koeficiento (6.10) išraiškomis. Taip pat prisiminsime iš mechanikos kurso mechaninės galios (3.14) ir pasipriešinimo judėjimui (trinties) jėgos (2.9) išraiškas.

Tramvajaus vartojama elektros galia $P = IU$. Jo išvystoma naudingoji galia $P_N = Fv$ (žr. 3.2.3 pavyzdį); čia F – variklio traukos jėga. Ši jėga nugali pasipriešinimo judėjimui jėgą $F_p = \mu mg$ (žr. 2.2.8 ir 2.2.9 pavyzdžius). Važiuojant pastoviu greičiu $F = F_p = \mu mg$. Variklio naudingumo koeficientas $\eta = P_N/P = Fv/IU = \mu mgv/IU$. Tada

$$v = \eta IU/\mu mg = 10 \text{ m/s}.$$

Ats. 10 m/s.

6.2.7 pavyzdys. Reikia rasti elektrinio virdulio, kurio naudingumo koeficientas 80%, kaitinimo elemento varžą, jei 2,0 l vandens, kurio pradinė temperatūra 20°C, užverda per 5,0 min. Tinklo įtampa 220 V.

Duota: virdulio naudingumo koeficientas $\eta = 80\% = 0{,}80$; vandens tūris $V = 2{,}0$ l $= 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ m^3; vandens tankis $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3; vandens pradinė temperatūra $T_1 = 20$°C; vandens virimo temperatūra $T_2 = 100$°C; laikas, per kurį užverda vanduo, $t = 5{,}0$ min. $= 300$ s; tinklo įtampa $U = 220$ V; vandens savitoji šiluma $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kgK.

Rasti: virdulio kaitinimo elemento varžą R.

Sprendimas

Remsimės elektrinės galios (6.8) ir naudingumo koeficiento (6.10). Taip pat prisiminsime iš termodinamikos kurso šilumos kiekio, reikalingo kūnui sušildyti, formulę (4.10).

Elektros srovės darbas $A = U^2t/R$. Naudingasis darbas – elektros srovės darbo dalis, išeikvota vandeniui šildyti, $A_N = Q = cm(T_2 - T_1) = c\rho V(T_2 - T_1)$. Virdulio naudingumo koeficientas $\eta = A_N/A = Q/A = c\rho V(T_2 - T_1)R/U^2t$. Gauname:

$$R = \eta U^2 t / c\rho V(T_2 - T_1) = 5{,}8\ \Omega.$$

Ats. 5,8 Ω.

6.3. Elektrovara. Omo dėsnis uždarai grandinei

6.3.1 pavyzdys. Kišeninio žibintuvėlio lemputė ima iš baterijos 0,50 A stiprio srovę. Žinoma, kad, lemputei degant, per 1 h baterijoje veikiančios pašalinės jėgos atliko 8,1 kJ darbą, o baterijos naudingumo koeficientas buvo 80%. Reikia rasti baterijos elektrovarą, vidinę varžą ir trumpojo jungimo srovę.

Duota: lempute tekančios srovės stipris $I = 0{,}50$ A; lemputės degimo trukmė $t = 1$ h $= 3{,}6{\cdot}10^3$ s; srovės šaltinio pašalinių jėgų darbas $A_{\text{paš}} = 8{,}1$ kJ $= 8{,}1{\cdot}10^3$ J; baterijos naudingumo koeficientas $\eta = 80\% = 0{,}80$.

Rasti: baterijos elektrovarą ε; vidinę varžą r, trumpojo jungimo srovę I_∞.

Sprendimas

Taikysime (6.11)–(6.14) sąryšius.

Pagal elektrovaros apibrėžimą elektrovara $\varepsilon = A_{\text{paš}}/q = A_{\text{paš}}/It = 4{,}5$ V.

Iš Omo dėsnio uždarai grandinei išplaukia: $I = \varepsilon/(r+R)$; $\varepsilon = Ir + IR = Ir + U = Ir + \eta\varepsilon$, nes šaltinio naudingumo koeficientas: $\eta = U/\varepsilon$.

Šaltinio vidinė varža $r = \varepsilon(1-\eta)/I = A_{\text{paš}}(1-\eta)/I^2t = 1{,}8\ \Omega$.

Trumpojo jungimo srovė $I_\infty = \varepsilon/r = I/(1-\eta) = 2{,}5$ A.

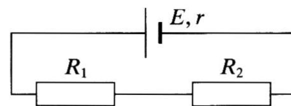
Ats. 4,5 V; 1,8 Ω; 2,5 A.

6.3.2 pavyzdys. Reikia rasti elemento, kurio elektrovara 2,1 V, vidinę varžą ir įtampą elemento gnybtuose. Elementas yra 10 m atstumu nuo energijos vartotojo, kurio varža 2,0 Ω ir kuris naudoja 0,7 A stiprio srovę. Laidai variniai, 1,2 mm skersmens. Koks elemento naudingumo koeficientas? Kuri elemento energijos dalis vartojama naudingai?

Duota: elemento elektrovara $\varepsilon = 2{,}1$ V; atstumas iki vartotojo $l = 10$ m; vartotojo varža $R_1 = 2{,}0\ \Omega$; vartotojamos srovės stipris $I = 0{,}7$ A; laidų skersmuo $d = 1{,}2$ mm $= 1{,}2{\cdot}10^{-3}$ m; vario savitoji varža $\rho = 1{,}7{\cdot}10^{-8}\ \Omega$m.

Rasti: elemento vidinę varžą r; įtampą elemento gnybtuose U; elemento naudingumo koeficientą η; naudingai vartojamos šaltinio energijos dalį η_1.

Sprendimas



Remsimės (6.3), (6.12) ir (6.13) formulėmis.

Laidai yra du, todėl laidų varža $R_2 = \rho 2l/S$. Laido skerspjūvio plotas $S = \pi d^2/4$, tad $R_2 = 8\rho l/\pi d^2$.

Pagal Omo dėsnį uždarai grandinei $I = \varepsilon/(r + R_1 + R_2)$.

Elemento vidinė varža $r = (\varepsilon - IR_1 - IR_2)/I = \varepsilon/I - R_1 - 8\rho l/\pi d^2 = 0{,}70\ \Omega$.

Įtampa elemento gnybtuose $U = I(R_1 + R_2) = I(R_1 + 8\rho l/\pi d^2) = 1{,}6$ V.

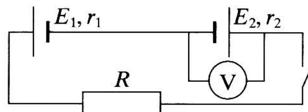
Elemento naudingumo koeficientas $\eta = U/\varepsilon = I(R_1 + 8\rho l/\pi d^2)/\varepsilon = 0{,}77 = 77\%$.

Iš tikrųjų naudingai vartojama mažesnė elemento energijos dalis nei $\eta = 77\%$, nes laidų varžoje R_2 išsiskirianti energija yra nuostoliai, naudinga tik ta energijos dalis, kuri išsiskiria vartotojo varžoje R_1. Tad

$$\eta_1 = U_1/\varepsilon = IR_1/\varepsilon = 0{,}67 = 67\%.$$

Ats. 0,70 Ω; 1,6 V; 77%; 67%.

6.3.3 pavyzdys. $\varepsilon_1 = 4{,}5$ V; $r_1 = 0{,}10\ \Omega$; $\varepsilon_2 = 1{,}5$ V; $r_2 = 0{,}10\ \Omega$; $R = 0{,}40\ \Omega$. Ką rodo voltmetras? Ką jis rodys išjungus jungiklį?



Duota: srovės šaltinių elektrovaros ir vidinė varžos $\varepsilon_1 = 4{,}5$ V; $r_1 = 0{,}10\ \Omega$; $\varepsilon_2 = 1{,}5$ V; $r_2 = 0{,}10\ \Omega$; apkrovos varža $R = 0{,}40\ \Omega$.

Rasti: voltmetro parodymus U_{21} ir U_{22}.

Sprendimas

Remsimės Omo dėsniu uždarai grandinei (6.12).

Srovės šaltiniai sujungti nuosekliai ir priešpriešiais. Todėl suminė elektrovara lygi šaltinių elektrovarų skirtumui ($\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$), o vidinės varžos sumuojasi ($r = r_1 + r_2$). Tad tuo atveju, kai jungiklis sujungtas $I = \varepsilon/(r + R) = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/(r_1 + r_2 + R)$.

Kadangi pirmojo šaltinio elektrovara didesnė, srovė per antrąjį šaltinį tekės priešinga kryptimi. Todėl įtampa antrojo šaltinio gnybtuose, o tuo pačiu ir voltmetro parodymai, yra didesni už antrojo šaltinio elektrovarą ε_2:

$$U_{21} = \varepsilon_2 + Ir_2 = \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)r_2/(r_1 + r_2 + R) = (\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2(r_1 + R))/(r_1 + r_2 + R) = 2{,}0\ \text{V}.$$

Išjungus jungiklį, srovė netekės ir voltmetras rodys antrojo srovės šaltinio elektrovarą

$$U_{22} = \varepsilon_2 = 1{,}5\ \text{V}.$$

Ats. 2,0 V; 1,5 V.

6.3.4 pavyzdys. Tikrinant automobilio akumuliatorių, kurio elektrovara 12 V, jo gnybtai iš pradžių buvo trumpai sujungti 0,20 Ω, vėliau 0,05 Ω varžos viela. Paaiškėjo, kad abiem atvejais vielose išsiskyrė ta pati galia. Ar pavyks šiuo akumuliatoriumi užvesti automobilį, kurio starteriui reikalinga 150 A stiprio srovė?

Duota: akumuliatoriaus elektrovara $\varepsilon = 12$ V; vielų varžos $R_1 = 0{,}20\ \Omega$ ir $R_2 = 0{,}05\ \Omega$; vielose išsiskirianti galia $P_1 = P_2$; variklio užvedimo srovės stipris $I = 150$ A.

Rasti: akumuliatoriaus trumpojo jungimo srovę I_∞.

Sprendimas

Ieškosime akumuliatoriaus trumpojo jungimo srovės. Jei ji didesnė už starterio imamą srovę, tai akumuliatorius variklį užves, jei mažesnė – neužves. Trumpojo jungimo srovė $I_\infty = \varepsilon/r$ (6.13). Nežinome akumuliatoriaus vidinės varžos r. Ją rasime naudodamiesi Omo dėsniu uždarai grandinei (6.12) ir Džaulio ir Lenco dėsniu (6.8): $I_1 = \varepsilon/(r + R_1)$; $I_2 = \varepsilon/(r + R_2)$; $P_1 = I_1^2 R_1$; $P_2 = I_2^2 R_2$; $P_1 = \varepsilon^2 R_1/(r + R_1)^2$; $P_2 = \varepsilon^2 R_2/(r + R_2)^2$.

Kadangi $P_1 = P_2$, $R_1/(r + R_1)^2 = R_2/(r + R_2)^2$. Iš pastarosios lygybės $r = (R_1 R_2)^{1/2}$.

Trumpojo jungimo srovė $I_\infty = \varepsilon/(R_1 R_2)^{1/2} = 120$ A. Tai yra per mažai, kad automobilis užsivestų.

Ats. Neužsives.

6.3.5 pavyzdys. Kiek vienodų srovės šaltinių reikia prijungti prie 100 W galios elektros lemputės, pritaikytos 220 V įtampai, kad ji normaliai šviestų? Šaltinio elektrovara 2,0 V, jo vidinė varža 2,2 Ω.

Duota: lemputės galia $P = 100$ W; lemputės įtampa $U = 220$ V; vieno srovės šaltinio elektrovara $\varepsilon = 2{,}0$ V; šaltinio vidinė varža $r = 2{,}2\ \Omega$.

Rasti: srovės šaltinių skaičių N.

Sprendimas

Šaltinius reikia jungti į bateriją nuosekliai. Baterijos elektrovara ir vidinė varža (6.15): $\varepsilon_B = N\varepsilon$; $r_B = Nr$. Omo dėsnį uždarai grandinei (6.12) šiuo atveju reikia užrašyti taip: $I = N\varepsilon/(Nr + R)$, čia $R = U/I$ – lemputės varža. Iš šių sąryšių $N = IR/(\varepsilon - Ir) = U/(\varepsilon - Ir)$. Srovės stiprį randame iš galios formulės: $P = IU$; $I = P/U$. Taigi

$$N = U/(\varepsilon - Pr/U) = U^2/(\varepsilon U - Pr) = 220.$$

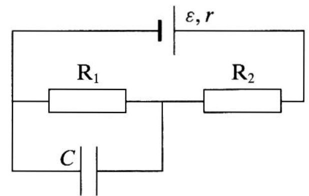
Ats. 220.

6.3.6 pavyzdys. $\varepsilon = 4{,}5$ V; $r = 0{,}10\ \Omega$; $R_1 = 0{,}20\ \Omega$; $R_2 = 0{,}15\ \Omega$; $C = 20\ \mu$F. Raskime kondensatoriaus krūvį.

Duota: srovės šaltinio elektrovara ir vidinė varža $\varepsilon = 4{,}5$ V ir $r = 0{,}10\ \Omega$; apkrovos varžos $R_1 = 0{,}20\ \Omega$ ir $R_2 = 0{,}15\ \Omega$; kondensatoriaus talpa $C = 20\ \mu\text{F} = 20{\cdot}10^{-6}$ F.

Rasti: kondensatoriaus krūvį q.

Sprendimas



Per kondensatorių nuolatinė srovė neteka. Todėl kondensatoriaus įtampa yra lygi tiesiog apkrovos R_1 įtampai U_1. Pagal elektrostatikos kursą kondensatoriaus krūvis $q = CU_1$ (5.10). Įtampą U_1 rasime remdamiesi Omo dėsniais uždarai grandinei (6.12) ir grandinės daliai (6.2). Apkrovos varža R yra lygi nuosekliai sujungtų apkrovų R_1 ir R_2 sumai. Todėl $I = \varepsilon/(r+R) = \varepsilon/(r + R_1 + R_2)$. Įtampa $U_1 = IR_1 = \varepsilon R_1/(r + R_1 + R_2)$ ir

$$q = \varepsilon R_1 C/(r + R_1 + R_2) = 4{,}0{\cdot}10^{-5}\ \text{C} = 40\ \mu\text{C}.$$

Ats. 40 μC.

6.4. Elektros srovė įvairiose aplinkose

6.4.1 pavyzdys. Variniu laidu, kurio ilgis 1,0 km, o skerspjūvio plotas 1,0 mm^2, teka 4,5 A stiprio srovė. Laikydami, kad kiekvienam atomui tenka vienas laisvasis elektronas, apskaičiuokime, per kiek laiko elektronas nukeliaus nuo vieno laido galo iki kito, taip pat nustatykime jo vidutinį kryptingo judėjimo greitį.

Duota: laido ilgis $l = 1{,}0$ km $= 1{,}0{\cdot}10^3$ m; laido skerspjūvio plotas $S = 1{,}0$ mm^2 $= 1{,}0{\cdot}10^{-6}$ m^2; srovės stipris $I = 4{,}5$ A; vario tankis $D = 8{,}9{\cdot}10^3$ kg/m^3; vario molio masė $M = 63{,}5{\cdot}10^{-3}$ kg/mol; Avogadro skaičius $N_A = 6{,}0{\cdot}10^{23}$ mol^{-1}; elementarusis krūvis $e = 1{,}6{\cdot}10^{-19}$ C.

Rasti: laiką t, per kurį elektronas pasislinks nuo vieno laido galo iki kito; elektrono vidutinį kryptingo judėjimo greitį v.

Sprendimas

Remsimės srovės stiprio apibrėžimu (6.1): $I = q/t$; $t = q/I$. Per laiką t laidu praeis visi jame esantys elektronai. Tad elektros krūvį q rasime padauginę elektronų skaičių laide N iš elementariojo krūvio: $q = eN$. Ieškant elektronų skaičiaus N, teks prisiminti kai kuriuos molekulinės kinetinės teorijos sąryšius (4.1), (4.2): $N = nV = Snl$; elektronų koncentracija

varyje $n = D/m_0$; vario atomo masė $m_0 = M/N_A$. Atsižvelgiant į tai:

$$t = eN/I = enlS/I = eDlS/Im_0 = eDN_AlS/IM = 3{,}0{\cdot}10^6 \text{ s} = 35 \text{ paros.}$$

$$v = l/t = IM/eDN_AS = 3{,}3{\cdot}10^{-4} \text{ m/s} = 0{,}33 \text{ mm/s.}$$

Ats. 35 paros; 0,33 mm/s.

6.4.2 pavyzdys. Elektronas išlekia iš kalio 300 km/s greičiu. Koks elektrono išlaisvinimo darbas, jei metale jo greitis buvo 3 kartus didesnis?

Duota: iš kalio išlėkusio elektrono greitis $v = 300$ km/s $= 3{,}0{\cdot}10^5$ m/s; elektrono greitis kalyje $v_1 = 3v$; elektrono masė $m = 9{,}1{\cdot}10^{-31}$ kg.

Rasti: elektrono išlaisvinimo iš kalio darbą A.

Sprendimas

Išlėkusio iš metalo elektrono greitis v yra mažesnis nei turėtas metale v_1, nes išsilaisvindamas iš metalo dalį turėtos kinetinės energijos W_1 elektronas išeikvojo išsilaisvinimo darbui A atlikti. Todėl

$$A = W_1 - W = mv_1^2/2 - mv^2/2 = m(9v^2 - v^2)/2 = 4mv^2 = 3{,}3{\cdot}10^{-19} \text{ J} = 2{,}0 \text{ eV.}$$

Ats. 2,0 eV.

6.4.3 pavyzdys. Kokioje temperatūroje gyvsidabrio atomų vidutinė kinetinė energija pakankama, kad susidurdami atomai imtų jonizuotis? Koks atomų vidutinis greitis toje temperatūroje? Gyvsidabrio atomų jonizacijos energija 10,4 eV.

Duota: gyvsidabrio atomų jonizacijos energija $W_J = 10{,}4$ eV $= 1{,}67{\cdot}10^{-18}$ J; Bolcmano konstanta $k = 1{,}38{\cdot}10^{-23}$ J/K; gyvsidabrio molio masė $M = 0{,}20$ kg/mol; Avogadro skaičius $N_A = 6{,}0{\cdot}10^{23}$ mol^{-1}.

Rasti: gyvsidabrio atomų jonizacijos temperatūrą T; gyvsidabrio atomų vidutinį greitį v.

Sprendimas

Gyvsidabrio atomai susidurdami ims jonizuotis tokioje temperatūroje T, kurioje jų vidutinė kinetinė energija W_K susilygins su atomų jonizacijos energija W_J: $W_K = W_J$. Pagal molekulinę kinetinę teoriją $W_K = 3kT/2$ (4.5); čia k – Bolcmano konstanta. Todėl

$$W_J = 3kT/2; \quad T = 2W_J/3k = 8{,}0{\cdot}10^4 \text{ K.}$$

Savo ruožtu gyvsidabrio atomo vidutinė kinetinė energija $W_K = m_0v^2/2$ (3.8); čia m_0 – atomo masė. Pagal molekulinę kinetinę teoriją $m_0 = M/N_A$ (4.1). Tada

$$v = (2W_K/m_0)^{1/2} = (2W_JN_A/M)^{1/2} = 3{,}2{\cdot}10^3 \text{ m/s} = 3{,}2 \text{ km/s.}$$

Ats. $8{,}0{\cdot}10^4$ K; 3,2 km/s.

6.4.4 pavyzdys. Elektrolitiškai skaidant vandenį, buvo leidžiama 160 A stiprio srovė. Per kiek laiko suskilo 9,0 g vandens? Kokios buvo išsiskyrusio vandenilio ir deguonies masės?

Duota: srovės stipris $I = 160$ A; suskilusio vandens masė $m = 9{,}0$ g $= 9{,}0{\cdot}10^{-3}$ kg; vandenilio ir deguonies elektrocheminiai ekvivalentai $k_1 = 1{,}04{\cdot}10^{-8}$ kg/C ir $k_2 = 8{,}29{\cdot}10^{-8}$ kg/C; atominio vandenilio, atominio deguonies ir vandens molio masės $M_1 = 1{,}0$ g/mol, $M_2 = 16$ g/mol ir $M = 18$ g/mol.

Rasti: elektrolizės trukmę; vandenilio ir deguonies mases m_1 ir m_2.

Sprendimas

Taikysime elektrolizės dėsnį (6.17).

Atsakyti, kiek 9,0 g vandens yra vandenilio ir kiek deguonies, galima palyginus vandenilio, deguonies ir vandens (H_2O) molines mases. Vandenilio masė $m_1 = 1{,}0$ g $= 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ kg, o deguonies masė $m_2 = 8{,}0$ g $= 8{,}0 \cdot 10^{-3}$ kg.

Ieškant atsakymo, kiek laiko truko elektrolizė, galima pasirinkti tiek vieną, tiek kitą medžiagą – rezultatas bus tas pats: $m_1 = k_1 It$; $m_2 = k_2 It$; $t = m_1/k_1 I = m_2/k_2 I$.

Įrašę skaitines vertes gauname: $t = 600$ s $= 10$ min.

Ats. 10 min; 1,0 g ir 8,0 g.

6.4.5 pavyzdys. Kiek elektros energijos reikia suvartoti, norint gauti 25 l vandenilio, esant 25°C temperatūrai ir $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa slėgiui. Įtampa vonioje 5,0 V, o įrenginio naudingumo koeficientas 75%. Vandenilio elektrocheminį ekvivalentą reikia apsiskaičiuoti.

Duota: vandenilio tūris $V = 25$ l $= 0{,}025$ m^3; vandenilio temperatūra $T = 25$°C $= 298$ K; vandenilio slėgis $p = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa; įtampa elektrolito vonioje $U = 5{,}0$ V; įrenginio naudingumo koeficientas $\eta = 75\% = 0{,}75$; vandenilio valentingumas $n_V = 1$; Faradėjaus skaičius $F = 9{,}65 \cdot 10^4$ C/mol; universalioji dujų konstanta $R = 8{,}31$ J/molK.

Rasti: elektros energijos sąnaudas W.

Sprendimas:

Vandenilio masę rasime remdamiesi Mendelejevo ir Klapeirono lygtimi (4.12): $pV = mRT/M$; $m = pVM/RT$.

Iš elektrolizės dėsnio sąryšių (6.17) ir (6.18) galime išreikšti srovės stiprį: $m = kIt$; $k = M/n_V F$; $I = mn_V F/Mt$.

Naudingai suvartota elektros energija – tai energija, panaudota elektrolizei (6.7): $W_N = IUt = mn_V FU/M = pVn_V FU/RT$.

Naudingumo koeficientas $\eta = W_N/W$. Tad visos elektros energijos sąnaudos bus:

$$W = pVn_V FU/RT\eta = 6{,}5 \cdot 10^5 \text{ J} = 0{,}65 \text{ MJ}.$$

Ats. 0,65 MJ.

6.4.6 pavyzdys. Tekant elektros srovei sieros rūgšties tirpalu, normaliomis sąlygomis per 2 val. 23 min. išsiskyrė 5,0 l vandenilio. Apskaičiuokime tirpalo varžą, jeigu srovės galia 32,5 W. Vandenilio tankis normaliomis sąlygomis 0,089 kg/m^3.

Duota: elektrolizės trukmė $t = 2$ val. 23 min. $= 8580$ s; vandenilio tūris $V = 5{,}0$ l $= 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ m^3; vandenilio tankis normaliomis sąlygomis $D = 0{,}089$ kg/m^3; srovės galia $P = 32{,}5$ W; vandenilio elektrocheminis ekvivalentas $k = 1{,}04 \cdot 10^{-8}$ kg/C.

Rasti: tirpalo varžą R.

Sprendimas

Remsimės elektros srovės galios (6.8) ir Faradėjaus dėsnio (6.17) sąryšiais:

$$P = I^2 R;\ R = P/I^2;\ m = kIt;\ DV = kIt;\ I = DV/kt;\ R = Pk^2t^2/D^2V^2 = 1{,}3\ \Omega.$$

Ats. 1,3 Ω.

6.5. Užduotys

6.5.1. Ką rodys ampermetras, jei juo per 10 min. pratekės 18 C krūvis? Kiek elektronų praeis pro laidininko skerspjūvį per laiko vienetą?

6.5.2. Laidininku, tarp kurio galų yra 4,0 V įtampa, per 0,20 min. pratekėjo 16 C elektros krūvis. Kokia laidininko savitoji varža, jei jo ilgis 12 m, o skerspjūvio plotas 2,0 mm^2?

6.5.3. Neišvynioję izoliuoto nichrominio laido, nustatykite jo ilgį iš šių duomenų: įjungus ritę į 120 V įtampos tinklą, teka 1,2 A stiprio srovė, o laido skerspjūvio plotas 0,55 mm^2. Nichromo savitoji varža $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Ωm.

6.5.4. Iš nikelininio laido, kurio ilgis 100 m, pagamintas 300 Ω varžos reostatas. Kiek gramų vielos jam sunaudota? Nikelino savitoji varža $4{,}2 \cdot 10^{-7}$ Ωm, tankis $8{,}8 \cdot 10^3$ kg/m^3.

6.5.5. Varinės ir aliumininės vielų ilgiai ir varžos vienodi. Kiek kartų varinės vielos masė didesnė už aliumininės vielos masę? Vario ir aliuminio savitosios varžos $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ωm ir $2{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ωm, tankiai – $8{,}9 \cdot 10^3$ kg/m^3 ir $2{,}7 \cdot 10^3$ kg/m^3.

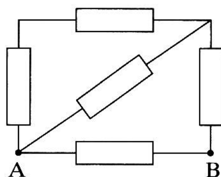
6.5.6. Variniu laidininku, kurio ilgis 200 m ir skerspjūvio plotas 0,17 mm^2, teka 0,50 A stiprio srovė. Koks elektrinio lauko stipris ir kokia įtampa laide? Vario savitoji varža $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ωm.

6.5.7. Prijungus prie laidininko 120 V įtampą, teka 1,5 A stiprio srovė. Įjungus į grandinę papildomą reostatą, srovės stipris susilpnėjo iki 1,2 A. Kokia reostato varža? Kokios laidininko ir reostato įtampos?

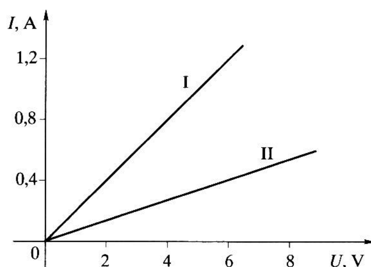
6.5.8. Elektrinis šildytuvas, apskaičiuotas 210V įtampai ir 20 A stiprio srovei, pastatytas 250 m atstumu nuo 220 V įtampos šaltinio. Apskaičiuokite aliuminio laidų varžą ir reikiamą skerspjūvio plotą. Aliuminio savitoji varža $2{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ωm.

6.5.9. Į 220 V įtampos tinklą lygiagrečiai įjungtos 55 lemputės, kurių kiekvienos varža 220 Ω. Jungiamųjų laidų varža 0,40 Ω. Kokio stiprio srovė teka neišsišakojusia grandinės dalimi? Kokie įtampos nuostoliai laiduose?

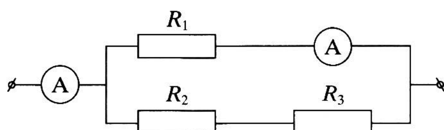
6.5.10. Raskite junginio varžą tarp taškų A ir B. Visų rezistorių varžos vienodos ir lygios 8,0 kΩ.



6.5.11. I grafiko tiesė rodo pirmojo rezistoriaus elektros srovės stiprio priklausomybę nuo įtampos. II tiesė atspindi atvejį, kai prie pirmojo rezistoriaus buvo nuosekliai prijungtas antrasis. Kokia antrojo rezistoriaus varža?



6.5.12. $R_1 = 6{,}0\ \Omega$; $R_2 = 2{,}0\ \Omega$. Ampermetras, įjungtas neišsišakojusioje grandinės dalyje rodo 3,0 A. Kitas ampermetras, rodo 2,0 A. Raskite rezistoriaus R_3 varžą ir visų rezistorių įtampas.



6.5.13. Neidealus voltmetras turi baigtinę varžą 3,1 kΩ. Sujungus šį voltmetrą nuosekliai su rezistoriumi ir prijungus prie 21 V įtampos šaltinio, voltmetras rodė 10 V įtampą. Kokia rezistoriaus varža? Ką rodys voltmetras, tiesiogiai prijungus jį prie šaltinio?

6.5.14. 0,90 Ω varžos ampermetru, apskaičiuotu iki 10 A stiprio srovėms, reikia matuoti sroves, kurių stipris yra iki 100 A. Kokio ilgio nichromo vielos, kurios skerspjūvio plotas 2,8 mm^2, reikia šuntui? Nichromo savitoji varža $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Ωm.

6.5.15. Voltmetro, kurio vidinė varža 400 Ω, padalos vertė 1,0 V. Kokia bus padalos vertė prijungus jam nuosekliai 1600 Ω varžą?

6.5.16. 100 W elektros lemputė degė po 6,0 h per parą visą mėnesį. Apskaičiuokite energijos sąnaudas kilovatvalandėmis.

6.5.17. Du rezistoriai, iš kurių pirmojo varža 4 kartus mažesnė už antrojo varžą, įjungti į elektros tinklą nuosekliai. Kiek kartų pasikeis varža ir galia, išsiskirianti šiuose rezistoriuose, perjungus juos lygiagrečiai?

6.5.18. 25 W ir 100 W elektros lemputės sujungtos nuosekliai ir įjungtos į tinklą, kurio įtampa lygi lempučių apskaičiuotajai įtampai. Kurioje lemputėje ir kiek kartų daugiau išsiskirs šilumos?

6.5.19. Elektrinis virdulys turi dvi spirales. Įjungus pirmąją spiralę, tam tikras vandens kiekis užverda per 10 min. Įjungus antrąją spiralę, tas pats vandens kiekis užverda per 20 min. Per kiek laiko užvirs tas pats vandens kiekis, sujungus abi spirales lygiagrečiai?

6.5.20. Yra 5 elektros lemputės, apskaičiuotos 110 V įtampai. Trijų lempučių galia yra po 40 W, dviejų – po 60 W. Kaip jas reikia sujungti, kad, įjungus į 220 V įtampos tinklą, jos šviestų normaliai?

6.5.21. 120 V ir 40 W lemputę reikia įjungti į 220 V įtampos tinklą. Kokio dydžio varžą reikia įjungti ir kaip, kad lemputė šviestų normaliai? Kiek metrų nichrominės 0,30 mm skersmens vielos prireiks, norint gauti reikiamą varžą? Nichromo savitoji varža $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Ωm.

6.5.22. 100 W galios lituoklis jungiamas į 220 V įtampos tinklą. Lituotojas, siekdamas sumažinti kaitimą, nuosekliai su lituoklii įjungė 16 Ω rezistorių. Apskaičiuokite, kokią galią dabar išvysto lituoklis. Tarkime, kad lituoklio varža liko nepakitusi.

6.5.23. Elektros variklis, kurio apvijos varža 0,40 Ω, ima iš 300 V įtampos tinklo 50 A srovę. Apskaičiuokite energiją, suvartotą per 5 h, atliktą mechaninį darbą ir energijos nuostolius. Koks variklio naudingumo koeficientas?

6.5.24. 11 t masės troleibusas važiuoja 54 km/h greičiu. Tinklo įtampa 550 V, naudingumo koeficientas 80%, o pasipriešinimo judėjimui jėga 2200 N. Raskite srovės stiprį variklių apvijose.

6.5.25. 1,5 t greitasis liftas kyla 3,0 m/s greičiu. Kokią galią naudoja jo variklis? Kokio stiprio srovė juo teka, jei tinklo įtampa 380 V, o variklio naudingumo koeficientas 90%?

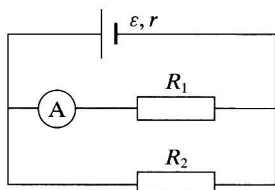
6.5.26. Elektrinis siurblys, maitinamas iš 220 V įtampos tinklo, pakėlė 500 m^3 vandens į 20 m aukštį. Kokį naudingą darbą atliko siurblys? Koks elektros krūvis pratekėjo variklio laidais, jei siurblio naudingumo koeficientas 40%? Vandens tankis 10^3 kg/m^3.

6.5.27. Kiek pakilo 200 g vandens temperatūra kalorimetre, jei panardinta elektrine spirale tekėjo 100 C krūvis, esant 20 V įtampai? Vandens savitoji šiluma $4{,}2 \cdot 10^3$ J/kgK.

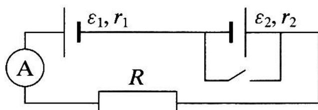
6.5.28. Akumuliatorius, kurio elektrovara 24 V ir vidinė varža 0,10 Ω, pakraunamas iš 27 V įtampos tinklo per papildomą 0,50 Ω varžą. Koks pakrovimo srovės stipris?

6.5.29. Srovės šaltinis, kurio elektrovara 1,25 V ir vidinė varža 0,40 Ω, maitina radijo lempą, apskaičiuotą 1,0 V įtampai. Lempos varža 10 Ω. Kokia turi būti laidų, kuriais lempa prijungta prie šaltinio, varža, kad ji dirbtų normaliai? Koks šaltinio naudingumo koeficientas?

6.5.30. $\varepsilon = 1{,}5$ V; $R_1 = 2{,}0$ Ω; $R_2 = 3{,}0$ Ω. Ampermetras rodo 0,50 A stiprio srovę. Kokia šaltinio vidinė varža? Koks šaltinio naudingumo koeficientas? Kokio stiprio srovė teka rezistoriumi R_2?



6.5.31. $\varepsilon_1 = 4{,}5$ V; $r_1 = 0{,}10$ Ω; $\varepsilon_2 = 1{,}5$ V; $r_2 = 0{,}10$ Ω; $R = 0{,}80$ Ω. Ką rodo ampermetras? Ką jis rodys, sujungus jungiklį?



6.5.32. Raskite baterijos elektrovarą ir vidinę varžą, jeigu esant 1,0 Ω grandinės išorinės dalies varžai, srovės stipris lygus 3,0 A, o prijungus jai nuosekliai 1,5 Ω varžą – 1,5 A.

6.5.33. Palyginkite trumpojo jungimo sroves, kai N vienodų elementų sujungiami nuosekliai ir lygiagrečiai.

6.5.34. Ampermetras, kurio vidinė varža 2,0 Ω, prijungtas prie srovės šaltinio, rodo 5,0 A stiprio srovę. Voltmetras, kurio vidinė varža 150 Ω. prijungtas prie to paties šaltinio, rodo 12 V įtampą. Raskite šaltinio trumpojo jungimo srovę.

6.5.35. Prie baterijos, kurios elektrovara 4,5 V ir vidinė varža 0,10 Ω, lygiagrečiai prijungti rezistorius ir orinis kondensatorius. Atstumas tarp kondensatoriaus elektrodų 2,0 mm. Kokia turi būti rezistoriaus varža, kad elektrinio lauko stipris kondensatoriuje būtų 2,0 kV/m?

6.5.36. Prie srovės šaltinio, kurio vidinė varža 0,1 Ω prijungus 1,0 Ω varžos laidininką, jame išsiskiria 1,0 W galia. Kokia šaltinio elektrovara? Koks jo naudingumo koeficientas?

6.5.37. Srovės šaltinis apkrautas 1,0 Ω varža. Sumažinus ją 2 kartus, išorinės grandinės galia nepakito. Kokia šaltinio vidinė varža?

6.5.38. Baterija sudaryta iš 5 nuosekliai sujungtų elementų, kurių kiekvieno elektrovara 2,0 V ir vidinė varža 1,2 Ω. Kaip turime sujungti su baterija 2 spirales, kurių kiekvienos varža 4,0 Ω, kad gautume didžiausią galią? Apskaičiuokite tą galią.

6.5.39. Tris vienodus elementus sujungus nuosekliai ir prie jų prijungus 1,5 Ω varžos laidininką, teka 2,0 A stiprio srovė. Tuos pačius elementus sujungus lygiagrečiai, tuo laidininku teka 0,90 A stiprio srovė. Kokia yra kiekvieno elemento elektrovara ir vidinė varža?

6.5.40. Koks elektronų vidutinis kryptingo judėjimo greitis variniame laide, kai juo teka 13,5 A stiprio srovė? Laido skerspjūvio plotas 10 mm^2, laidumo elektronų koncentracija varyje $8{,}4 \cdot 10^{28}$ m^{-3}.

6.5.41. Tekant elektros srovei variniu 2,0 mm^2 skerspjūvio ploto laidu, elektronai juda kryptingai vidutiniu 0,20 mm/s greičiu. Koks elektros srovės stipris? Vario tankis $8{,}9 \cdot 10^3$ kg/m^3, jo molio masė $63{,}5 \cdot 10^{-3}$ kg/mol.

6.5.42. Elektrono išlaisvinimo darbas yra 5,0 eV. Kokią kinetinę energiją turi įgyti elektronas, kad išlėktų iš metalo 1000 km/s greičiu?

6.5.43. Diode elektronas pasiekia anodą $8{,}0 \cdot 10^8$ cm/s greičiu. Kokiu pagreičiu judėjo elektronas, kiek laiko jis lėkė, kokia įtampa buvo tarp elektrodų? Atstumas tarp elektrodų 10 mm. Pradinio elektrono greičio nepaisykite.

6.5.44. Kineskope elektronus greitinančioji įtampa yra 16 kV. Kokį greitį įgyja elektronai? Per kiek laiko jie pralekia 15 cm atstumą nuo anodų iki ekrano?

6.5.45. Elektroninis spindulys, sklisdamas tarp elektroninio vamzdžio kreipimo plokščių, kurių ilgis 5,0 cm, nukrypsta 1,0 mm. Elektrinio lauko stipris tarp plokščių 15 kV/m. Kokiu greičiu elektronas įlekia tarp plokščių?

6.5.46. Kokį mažiausią greitį turi turėti elektronai, kad atsitrenkdami jonizuotų helio atomus. Helio atomo jonizacijos energija 24,5 eV.

6.5.47. Koks turi būti natrio dujų atomų vidutinis greitis, kad jiems susiduriant prasidėtų dujų jonizacija? Natrio atomų jonizacijos energija 5,12 eV, molio masė 23 g/mol.

6.5.48. Sidabruojant elektrolitiniu būdu gaminį, kurio paviršiaus plotas 100 cm^2, leidžiama 0,55 A stiprio srovė. Kokiu storio sidabro sluoksniu pasidengė gaminys per 20 min.? Sidabro elektrocheminis ekvivalentas $1{,}12 \cdot 10^{-6}$ kg/C, tankis $10{,}5 \cdot 10^3$ kg/m^3.

6.5.49. Kiek aukso išsiskyrė iš aukso nitrato tirpalo per 1,5 min., jeigu pirmąsias 30 s srovė tolygiai stiprėjo nuo 0 iki 2,0 A, o likusį laiką nesikeitė? Aukso elektrocheminis ekvivalentas $2{,}04 \cdot 10^{-6}$ kg/C.

6.5.50. Per kiek laiko ištirps varinis anodas, kurio matmenys $a = 100$ mm, $b = 50$ mm ir $c = 2$ mm, tekant vonia 3,0 A stiprio srovei? Vario elektrocheminis ekvivalentas $3{,}3 \cdot 10^{-7}$ kg/C, tankis $8{,}9 \cdot 10^3$ kg/m^3.

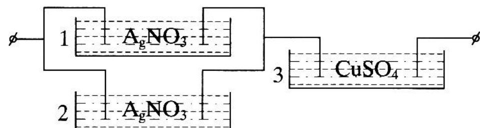
6.5.51. Kiek laiko truko $ZnSO_4$ tirpalo elektrolizė, jeigu nuosekliai su elektrolitine vonele sujungto 0,36 Ω varžos rezistoriaus įtampa 10 V ir ant elektrodo išsiskyrė 3,39 g cinko? Cinko elektrocheminį ekvivalentą apskaičiuokite patys. Cinko molio masė yra 65,2 g/mol, valentingumas – 2. Faradėjaus skaičius $F = 9{,}65 \cdot 10^4$ C/mol.

6.5.52. Kokia galia eikvojama elektrolitui, kurio varža 0,80 Ω, kaitinti, jei per 5,0 h išsiskyrė 100 g sidabro? Sidabro elektrocheminis ekvivalentas yra $1{,}12 \cdot 10^{-6}$ kg/C.

6.5.53. Nikelio druskos tirpalu praleidus $3{,}0 \cdot 10^4$ C elektros krūvį, išsiskyrė 9,0 g nikelio. Apskaičiuokite jo valentingumą. Nikelio molio masė yra 58,7 g/mol.

6.5.54. Kiek aliuminio išsiskirs, suvartojus 1,0 kWh elektros energijos, jei elektrolizės metu palaikoma 5,0 V įtampa, o viso įrenginio naudingumo koeficientas 80%? Aliuminio elektrocheminis ekvivalentas yra $9{,}3 \cdot 10^{-8}$ kg/C.

6.5.55. Trys elektrolitinės vonios sujungtos taip, kaip parodyta schemoje. Antroje vonioje išsiskyrė 60 g sidabro, o trečioje – 41 g vario. Kiek sidabro išsiskyrė pirmoje vonioje? Sidabro ir vario elektrocheminiai ekvivalentai atitinkamai yra lygūs $1{,}12 \cdot 10^{-6}$ kg/C ir $3{,}3 \cdot 10^{-7}$ kg/C.



ATSAKYMAI

I. MECHANIKA

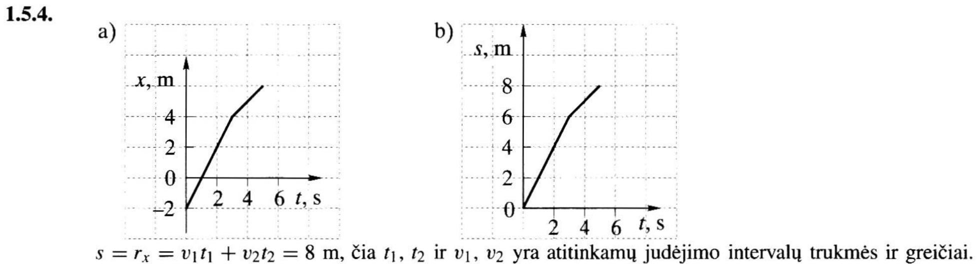
1. Kinematika

1.5.1. $s = s_1 + s_2 = 7$ km; $r = (s_1^2 + s_2^2)^{1/2} = 5$ km.

1.5.2. $s = s_1 + s_2 = 600$ km; $r = ((s_1 \sin 45^\circ)^2 + (s_1 \cos 45^\circ + s_2)^2)^{1/2} = 560$ km.

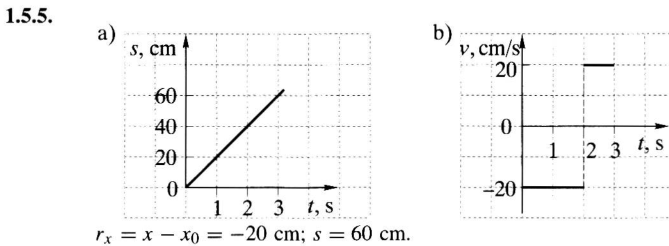
1.5.3. $y = vt \sin\alpha = 500$ m; $x = vt \cos\alpha = 865$ m.

1.5.4.



$s = r_x = v_1 t_1 + v_2 t_2 = 8$ m, čia t_1, t_2 ir v_1, v_2 yra atitinkamų judėjimo intervalų trukmės ir greičiai.

1.5.5.



$r_x = x - x_0 = -20$ cm; $s = 60$ cm.

1.5.6. $v = v_2 - v_1 = -5{,}0$ m/s.

1.5.7. $t = s/(v_1 + v_2) = 60$ s $= 1{,}0$ min.

1.5.8. $t = s/(v_1 - v_2) = 4$ s, pavys; $s_1 = v_1 t = 80$ m; $s_2 = v_2 t = 60$ m.

1.5.9. $l = (v_1 - v_2)t = 600$ m.

1.5.10. $t = (l_1 + l_2)/(v_1 - v_2) = 80$ s; $s_1 = v_1(l_1 + l_2)/(v_1 - v_2) = 1600$ m; $s_2 = v_2(l_1 + l_2)/(v_1 - v_2) = 1000$ m.

1.5.11. $n = (v_1 + v_2)/(v_1 - v_2) = 2$ kartus.

1.5.12. $t_3 = t_1 t_2/(t_2 - 2t_1) = 6$ h.

1.5.13. $v = (v_1^2 + v_2^2)^{1/2} = 3{,}6$ m/s; $s_1 = l v_2/v_1 = 200$ m; $s_2 = l = 300$ m; $s_3 = l(v_1^2 + v_2^2)^{1/2}/v_1 = 360$ m.

1.5.14. $v = (v_2^2 - v_1^2)^{1/2} = 10$ m/s; $t = l/(v_2^2 - v_1^2)^{1/2} = 0{,}23$ s; $s = l v_2/(v_2^2 - v_1^2)^{1/2} = 6$ m.

1.5.15. $v_2 = v_1(\operatorname{tg}\alpha_2/\operatorname{tg}\alpha_1) = 17{,}3$ m.

1.5.16. $t_1 = 2s/(v_2^2 - v_1^2)^{1/2} = 20$ s; $t_2 = 2v_2 s/(v_2^2 - v_1^2) = 25$ s.

1.5.17. $v = (v_1^2 + v_2^2)^{1/2} = 34$ m/s; $\alpha = \operatorname{arctg} v_2/v_1 = 26{,}5^\circ$.

1.5.18. $t_1 = s/(v_1^2 - v_2^2)^{1/2} = 50$ min; $t_2 = s/v_1 = 46{,}7$ min.

1.5.19. $v = s/2t = 5{,}0$ km/h.

1.5.20. $t_1 = l/(v_1 + v) = 22$ s; $t_2 = l/(v_2 - v) = 109$ s; $t = l/(v_1 + v_2) = 18$ s; $l_1 = l(v_1 + v)/(v_1 + v_2) = 500$ m.

1.5.21. $v = v_K(1 - 2l/v_K t)^{1/2} = 16{,}5$ m/s; $t_1 = l/(v_K - v) = 35$ s; $t_2 = l/(v_K + v) = 5$ s.

1.5.22. $t = t_1 t_2/(t_1 + t_2) = 1{,}2$ min.

1.5.23. $t = t_1 t_2/(t_1 - t_2) = 6{,}0$ min.

1.5.24. $v_{\text{vid}} = 2v_1(v_1 + v_2)/(2v_1 + v_2) = 2{,}9$ m/s.

1.5.25. $v_2 = 3v_1 = 90$ km/h.

1.5.26. $l = (l_2 v_1 - l_1 v_2)/(v_1^2 + v_2^2)^{1/2} = 420$ m.

1.5.27. $v = (v_1^2 + v_2^2)^{1/2} = 25$ m/s; $l = (v_1^2 + v_2^2)^{1/2} t = 500$ m.

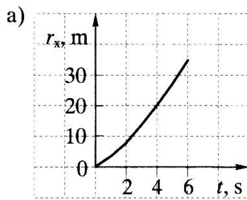
1.5.28. $v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v = 2{,}5$ m/s; $v_1' = 2v = 5{,}0$ m/s; $v_2' = 0$; $v_3' = v_4' = v2^{1/2} = 3{,}5$ m/s.

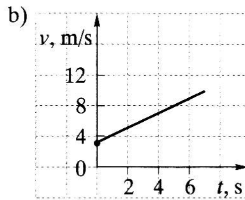
1.5.29. $v = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} = 5{,}0$ m/s; $r = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} t = 20$ m/s.

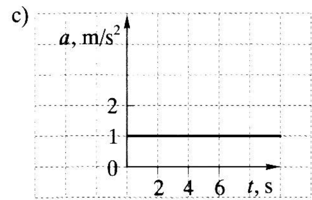
1.5.30. 15 m/s; 0,8 m/s^2; $v = 15 + 0{,}8t = 19$ m/s; $s = v_0t + at^2/2 = 85$ m.

1.5.31. 2 m/s^2; 4 m/s; $v = v_0 + at = 12$ m/s; $s = v_0t + at^2/2 = 32$ m.

1.5.32. $s_x = 3t + 0{,}5t^2$; $v = 3 + t$; $a = 1$ m/s^2.

a) 

b) 

c) 

1.5.33. $t = (2s/a)^{1/2} = 50$ s; $v = (2as)^{1/2} = 40$ m/s.

1.5.34. $s = v_0^2/2a = 52$ m; pavyks sustoti.

1.5.35. $v_x = at\cos\alpha = 3{,}5$ m/s; $v_y = at\sin\alpha = 2{,}0$ m/s; $s = at^2/2 = 2{,}0$ m; $s_x = at^2\cos\alpha/2 = 1{,}73$ m; $s_y = at^2\sin\alpha/2 = 1{,}0$ m.

1.5.36. $s_2 = s_1(v_2^2/v_1^2) = 40$ cm.

1.5.37. $v_1 = v/2^{1/2} = 14$ m/s.

1.5.38. $v_0 = (s_1t_2^2 - s_2t_1^2)/t_1t_2(t_2 - t_1) = 10$ m/s.

1.5.39. $s = (v_1 + v_2)t + (a_1 + a_2)t^2/2 = 405$ m.

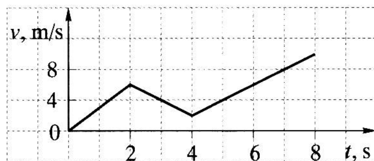
1.5.40. $s = s_1t^2/(t_4^2 - t_3^2) = 100$ m; $v = 2s_1t/(t_4^2 - t_3^2) = 20$ m/s; $v_{\text{vid}} = s_1t/(t_4^2 - t_3^2) = 10$ m/s; čia $t_3 = 3$ s ir $t_4 = 4$ s.

1.5.41. $h = v(t_1 + 2t_2 + t_3)/2 = 26$ m; $v_{\text{vid}} = v(t_1 + 2t_2 + t_3)/2(t_1 + t_2 + t_3) = 2{,}9$ m/s.

1.5.42. $v_{\text{vid}} = ((v_1 + v_2)t_1/2 + v_2t_2 + s_3)/(t_1 + t_2 + 2s_3/v_2) = 14{,}3$ m/s.

1.5.43. $s = (v_1 + v_2)t_1/2 + v_2t_2 = 395$ m; $v_{\text{vid}} = ((v_1 + v_2)t_1/2 + v_2t_2)/(t_1 + t_2) = 14$ m/s.

1.5.44.

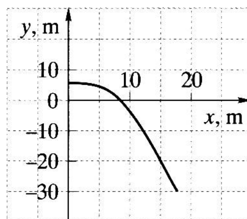


$s = a_1t_1(t_1/2 + t_2 + t_3) - a_2t_2(t_2/2 + t_3) + a_3t_3^2/2 = 38$ m, čia t_1, t_2, t_3 ir a_1, a_2, a_3 yra atitinkamų judėjimo intervalų trukmės ir pagreičiai.

1.5.45. $r_x = s = v_1t_1/2 + v_1t_2 + (v_2 - v_1)t_2/2 + v_2t_3 + (v_3 - v_2)t_3/2 = 337{,}5$ m; čia $t_1 = 5$ s, $t_2 = 20$ s, $t_3 = 5$ s ir $v_1 = 10$ m/s, $v_2 = 15$ m/s, $v_3 = 10$ m/s yra atitinkamų judėjimo intervalų trukmės ir galiniai greičiai.

1.5.46. $r_x = 0$; $s = (v_1t_1 + v_2t_2 + v_3t_3 + v_4t_4)/2 = 8$ m; čia $t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = 2$ s ir $v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = 2$ m/s yra atitinkamų judėjimo intervalų trukmės ir greičių didžiausios absoliutinės vertės.

1.5.47.



$v_0 = v_x = 3{,}0$ m/s ir nukreiptas x ašies kryptimi; $a = a_y = -2$ m/s^2 ir nukreiptas neigiama y ašies kryptimi.

1.5.48. $h = v^2/2g = 500$ m; $t = v/g = 10$ s.

1.5.49. a) $t = (2h/g)^{1/2} = 7{,}7$ s; $v = (2gh)^{1/2} = 77$ m/s; b) $t = -v_0/g + (v_0^2/g^2 + 2h/g)^{1/2} = 6{,}8$ s; $v = (v_0^2 + 2gh)^{1/2} = 78$ m/s; c) $t = v_0/g + (v_0^2/g^2 + 2h/g)^{1/2} = 8{,}8$ s; $v = (v_0^2 + 2gh)^{1/2} = 78$ m/s.

1.5.50. $v = 2^{1/2}v_1 = 28$ m/s; $h = v_1^2/g = 40$ m; $t = 2^{1/2}v_1/g = 2{,}8$ s.

1.5.51. $h_1 = h/9 = 5$ m; $h_2 = h/3 = 15$ m; $h_3 = 5h/9 = 25$ m.

1.5.52. $t_1 = t(a(g + a))^{1/2}/g = 4{,}5$ s; $v = t(a(g + a))^{1/2} = 45$ m/s.

1.5.53. $t_1 = (2h/g)^{1/2} = 1{,}0$ s; $v = (2gh)^{1/2} = 10$ m/s; $a = gh/s = 25$ m/s^2; $t_2 = s(2/gh)^{1/2} = 040$ s.

1.5.54. $v_x = s(g/2h)^{1/2} = 5{,}0$ m/s; $v = (gs^2/2h + 2gh)^{1/2} = 15$ m/s; $\alpha = \text{arctg}\,2h/s = 71°$.

1.5.55. $t = (2h/g)^{1/2} = 7{,}1$ s; $v = (v_x^2 + 2gh)^{1/2} = 87$ m/s; $\alpha = \text{arctg}((2gh)^{1/2}/v_x) = 55°$.

1.5.56. $\text{tg}\,\alpha = 4$; $\alpha = 76°$.

1.5.57. $v_{01}/v_{02} = (\sin 2\alpha_2/\sin 2\alpha_1)^{1/2} = 1{,}4$.

1.5.58. $v_1 = 2\pi R_1/T_1 = 5{,}8 \cdot 10^{-3}$ m/s $= 5{,}8$ mm/s; $v_2 = 2\pi R_2/T_2 = 0{,}44 \cdot 10^{-3}$ m/s $= 0{,}44$ mm/s; $s_1 = 2\pi R_1 n_1 = 497$ m; $s_2 = 2\pi R_2 n_2 = 38$ m; čia n_1 ir n_2 yra minutinės ir valandinės rodyklių apsisukimų per parą skaičius.

1.5.59. $N = n(2h/g)^{1/2} = 80$.

1.5.60. $t = \pi dl/vl_1 = 47$ s.

1.5.61. $R = 2\Delta R = 0{,}5$ m; $v = 4\pi\Delta R n = 6{,}3$ m/s; $a = 8\pi^2\Delta R n^2 = 79$ m/s^2.

1.5.62. $v_1/v_2 = R_1T_2/R_2T_1 = 6$; $a_1/a_2 = R_1T_2^2/R_2T_1^2 = 12$.

1.5.63. $v = (v_1^2 + 4\pi^2R^2n^2)^{1/2} = 290$ m/s; $a = 4\pi^2n^2R = 5,3 \cdot 10^4$ m/s^2.

1.5.64. $v = nl(360°/\alpha) = 90$ m/s.

1.5.65. $v = 2\pi R\cos\varphi/T = 260$ m/s; $a = 4\pi^2R\cos\varphi/T^2 = 0{,}019$ m/s^2.

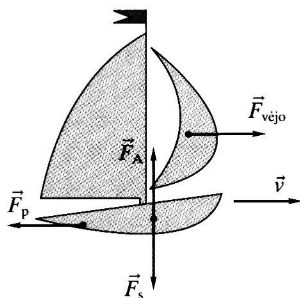
1.5.66. $v_1 = 2\pi dn = 19$ m/s; $v_2 = \pi dn = 9{,}4$ m/s.

1.5.67. $v_1 = v = 20$ m/s; $v_2 = 2v = 40$ m/s; $v_3 = 0$; $n = v/2\pi R = 11$ s^{-1}, $a = v^2/R = 1{,}3 \cdot 10^3$ m/s^2.

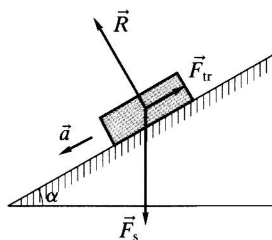
2. Dinamikos ir statikos pagrindai

2.5.1. d), e), g).

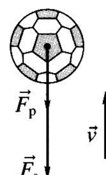
2.5.2.



a)



b)



c)

2.5.3. $F_{1x} = 0$, $F_{1y} = F_1 = 2{,}2$ N;

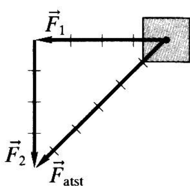
$F_{2x} = -F_2\sin(90° - \alpha) = -F_2\cos\alpha \approx -1{,}29$ N, $F_{2y} = F_2\sin\alpha \approx 1{,}78$ N;

$F_{3x} = -F_3 = -2{,}2$ N, $F_{3y} = 0$;

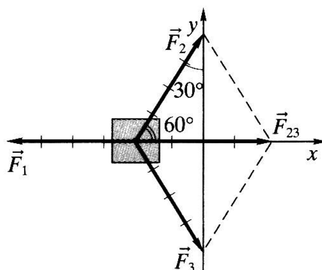
$F_{4x} = F_4\cos\varphi \approx 2{,}04$ N, $F_{4y} = -F_4\sin\varphi \approx -0{,}82$ N.

2.5.4. a) jeigu F_1 ir F_{atst} yra vienos krypties, tai $F_2 = 2$ N; b) jeigu F_1 ir F_{atst} priešingų krypčių, tai $F_2 = 18$ N.

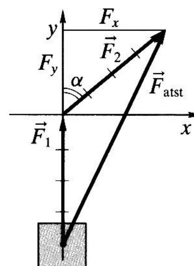
2.5.5. Atstojamųjų jėgų vektoriai:



a)



b)



c)

Atstojamųjų jėgų vertės:

a) $F_{\text{atst}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 5{,}66$ N,

b) $F_{\text{atst}} = F_{23} - F_1 = 2F_2\sin\left(90° - \frac{\varphi}{2}\right) - F_1 = 2F_2\sin 30° - F_1 = 0$,

c) $F_{\text{atst}} = \sqrt{(F_1 + F_2\cos\alpha)^2 + (F_2\sin\alpha)^2} = 7{,}39$ N.

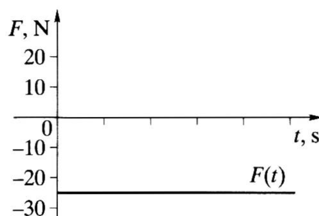
2.5.6. $F_{atst} = F + 2F\cos 30° = 27{,}72$ N.

2.5.7. $\alpha = 2\,\mathrm{arctg}\,\frac{1}{4} = 28°$.

2.5.8. $m_1 \approx 600$ kg.

2.5.9. $t = \sqrt{\dfrac{2mh}{F - mg}} = 12$ s.

2.5.10. $F = \dfrac{m(v - v_0)}{\Delta t} = -25$ N; jėga nukreipta į priešingą pusę nei pradinis kūno judėjimo greitis; $F(t)$ grafikas:



2.5.11. $F_1 = m\dfrac{(v_1 - v_{01})}{\Delta t_1} = -50$ N, F_1 nukreipta į priešingą pusę, nei v_{01};

$F_2 = m\dfrac{(v_2 - v_{02})}{\Delta t_2} = 25$ N, F_2 nukreipta pagal v_{02} kryptį; $F_3 = 0$, nes v_3 nekinta.

2.5.12. a) $v(0) = 5$ m/s; b) $v(10) = 15$ m/s; c) $a = 1$ m/s^2; d) $F_{t1} = ma + F_p = 1{,}5$ kN; e) $F_{t2} = F_p = 0{,}3$ kN; f) $s = S_{ABCDE} = 887{,}5$ m.

2.5.13. $F = \dfrac{2 \cdot s \cdot m}{t^2} + F_p \approx 2{,}58$ kN.

2.5.14. $a = \dfrac{v - v_0}{\Delta t} = 1{,}5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$;

$F_V = \dfrac{m(v - v_0)}{\Delta t} + F_P = 6{,}25$ kN.

2.5.15. $F = \dfrac{m\,(v_2 + v_1)}{t} = 2{,}125$ kN.

2.5.16. $F = ma + F_{tr} = 4 \cdot 8 + 3 = 35$ N.

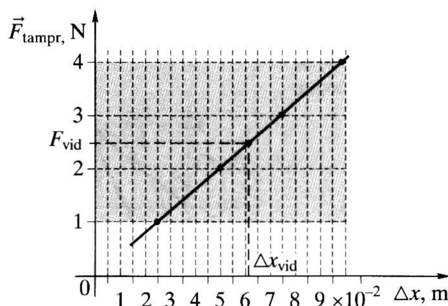
2.5.17. $F = \mu p S = 7{,}2$ MN.

2.5.18. $F_{sl} \approx 1{,}86$ MN.

2.5.19. $F_2 = \dfrac{F_1 h_1}{h_2} = 1{,}1$ kN.

2.5.20. $p = p_0 + \rho g h \approx 400$ kPa, $F_{sl} \approx 283$ N.

2.5.21.



$k = \dfrac{F_{vid}}{\Delta x_{vid}} = \dfrac{2{,}5}{6{,}2 \cdot 10^{-2}} = 40{,}3$ N/m;

$\delta_k = \dfrac{\Delta F}{F_{vid}} + \dfrac{\Delta x}{\Delta x_{vid}} \approx 0{,}06$;

$\delta_k \approx 6\%$.

2.5.22. $\Delta x = \dfrac{|m\,(g + a)|}{k} = 0{,}04$ m.

2.5.23. $h = \dfrac{M_ž \cdot R_M - M_M \cdot R_ž}{M_M} = 135\,000$ km.

2.5.24. $N = \dfrac{t \cdot \sqrt{G \cdot M_ž}}{2\pi\sqrt{(R_ž + h)^3}} = 16{,}6$ (karto).

2.5.25. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R_ž^3}{GM_ž}} = 5048$ s $\approx 1{,}4$ h.

2.5.26. $a = \frac{3g}{4} = 7{,}5$ m/s^2.
Liftas greitėdamas turi leistis žemyn arba lėtėdamas tuo pačiu pagreičiu kilti.

2.5.27. Žemę pasieks greičiau tas kūnas, kurio masė didesnė, nes jo pagreitis a bus didesnis: $a = g - \frac{F_p}{m}$.

2.5.28. $v = \sqrt{gR} = 9$ m/s $= 32{,}4$ km/h; $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \approx 1{,}1$ s^{-1}.

2.5.29. $T_{\max} = m(g + 4\pi^2 f^2 l) = 25{,}35$ N; $T_{\min} = m(g - 4\pi^2 f^2 l) = 4{,}65$ N.

2.5.30. a) $\frac{T_2}{T_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = 4$ – virvės įtempimas padidės 4 kartus;

b) $\frac{T_2}{T_1} = \frac{l_1}{l_2} = 2$ – virvės įtempimas padidės dvigubai;

c) $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = 9$ – virvės įtempimas padidės 9 kartus;

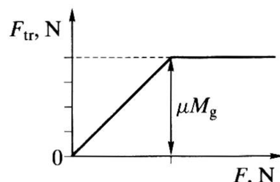
d) $\frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2}{m_1} = 0{,}5$ – virvės įtempimas sumažės 2 kartus.

2.5.31. $v_0 = \sqrt{2sg\mu} = 11{,}75$ m/s $\approx 42{,}3$ km/h.

2.5.32. $v_1 = \sqrt{v_0^2 - \mu g s} \approx 50$ km/h.

2.5.33. $F_{\mathrm{tr}1} = 3$ N, $F_{\mathrm{tr}2} = 5$ N, $F_{\mathrm{tr}3} = 6$ N, $F_{\mathrm{tr}4} = 6$ N.

2.5.34.



2.5.35. $\mu = \frac{gd}{2v^2} = 0{,}5$.

2.5.36. $\rho_{\mathrm{k}} = \rho_{\mathrm{alk}}/3 \approx 263$ kg/m^3.

2.5.37. $\frac{V_{\mathrm{k}}'}{V_{\mathrm{k}}} = 1 - \frac{3\rho_{\mathrm{k}}}{4\rho_{\mathrm{s}}}$.

2.5.38. $m = \frac{P}{g} + \rho_o V \approx 1{,}27$ kg.

2.5.39. Išlaikys, tačiau plaukioti tokiu plaustu bus pavojinga, nes po vandeniu atsidurs
$V_1 = \frac{0{,}7\rho_{\mathrm{v}} Sh + 2m_{\mathrm{b}}}{\rho_{\mathrm{v}}} \approx 0{,}415$ m^3, tai yra 92% plausto tūrio.

2.5.40. $P = \frac{gl\pi d^2}{4}\left(\rho_{\mathrm{pl}} - \frac{\rho_{\mathrm{v}}}{5}\right) = 16{,}1$ kN.

2.5.41. $m = 2(M - \rho_{\mathrm{oro}} V) = 7{,}36$ kg.

2.5.42. $F_{\mathrm{atst}} = 2F\cos\alpha/2 = 27{,}7$ kN.

2.5.43. $F = P = F_{\mathrm{s}}\cos\alpha \approx 589$ N; $F_{\mathrm{tr}} = F_{\mathrm{s}}\sin\alpha \approx 275$ N.

2.5.44. $F_{\mathrm{tr}} = F\cos\alpha \approx 390$ N.

2.5.45. $\mu = \mathrm{tg}\,\alpha \approx 0{,}58$.

2.5.46. $F \geqslant \frac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$.

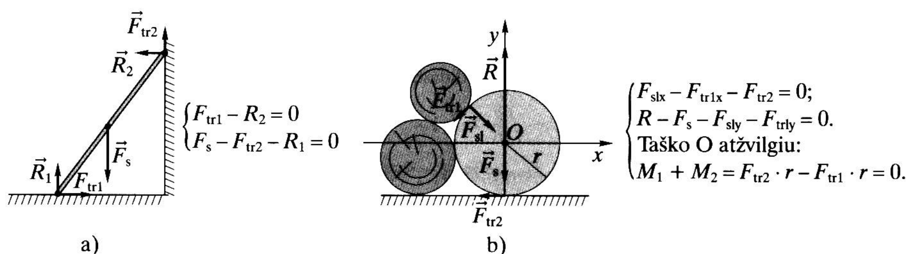
2.5.47. $\Delta x = \frac{4m_1 m_2 g}{k(m_1 + m_2)} = 5{,}3$ cm.

2.5.48. $F_{\max} = \frac{T(M + m)}{m}$.

2.5.49. $a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}$; $T_3 = \frac{F(m_4 + m_5)}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}$.

2.5.50. $a = g\,\mathrm{tg}\,\alpha \approx 5{,}78$ m/s^2.

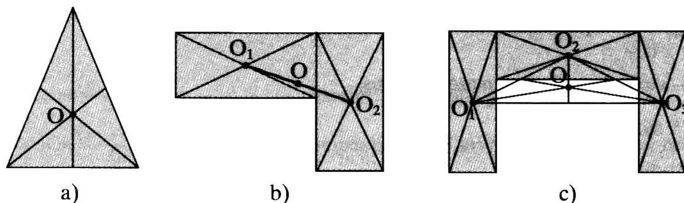
2.5.51.



a) b)

2.5.52. Taip.

2.5.53.



a) b) c)

a) plokščio vienalyčio trikampio sunkio centras O yra jo pusiaukraštinių susikirtimo taške;

b) taškas O yra tiesės O_1O_2 viduryje, nes figūrą sudaro du vienodi stačiakampiai.

c) taškas O yra trikampio $O_1O_2O_3$ pusiaukraštinių susikirtimo taške.

2.5.54. $T_1 = T_2 = \dfrac{P}{2\sin\varphi} = 1244$ N.

2.5.55. $m_{str} = \dfrac{2F}{g\sin\alpha} = 1{,}2$ kg.

2.5.56. $F_{viel} = T = \dfrac{mg}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}mg = 70{,}7$ N; $F_{str} = R = mg\,\mathrm{ctg}\,45^\circ = 50$ N.

2.5.57. $l = d_1 + d_2 = d_1 + \dfrac{F_1 d_1}{F_2} = 1{,}7$ m.

2.5.58. Strypo taške, kuris nutolęs $x = 13{,}6$ cm nuo didesniojo rutulio paviršiaus.

2.5.59. $m_{str} = 0{,}8$ kg.

2.5.60. $P_1 = 500$ N, $P_2 = 300$ N.

2.5.61. $x = \dfrac{L(M/2 + m_2)}{m_1 + M + m_2} = 2{,}36$ m, t. y. sistemos sunkio centras nutolęs per 2,36 m nuo sunkesniojo krovinio pakabinimo taško.

2.5.62. $F_{tr} = F - \dfrac{mgh}{l} = 50$ N.

3. Tvermės dėsniai

3.4.1. $v_1 = v_2 m_2/m_1 = 1{,}2$ m/s; $F = m_2^2 v_2^2/2m_1 s = 72$ N.

3.4.2. $F = mv/t = 500$ kN.

3.4.3. $v' = 3v/4 = 0{,}3$ m/s.

3.4.4. $u = mv/(M + m) = 0{,}1$ m/s.

3.4.5. $v_1 = (mv - m_2 v_2)/(m - m_2) = 162$ m/s.

3.4.6. a) $v = m_1 v_1/(m_1 + m_2) = 2{,}0$ m/s; b) $v = (m_1 v_1 + m_2 v_2)/(m_1 + m_2) = 12$ m/s; c) $v = (m_1 v_1 - m_2 v_2)/(m_1 + m_2) = -8{,}0$ m/s.

3.4.7. $v_1 = v_2 m_2/m_1 = 0{,}4$ m/s; $s = m_2^2 v_2^2/2\mu g m_1^2 = 0{,}4$ m.

3.4.8. $v = \sqrt{(m_2 v_2)^2 + (m_1 v_1)^2/(m_1 + m_2)} = 1{,}7$ m/s; $\alpha = 62^\circ$; $\mathrm{tg}\,\alpha = m_1 v_1/m_2 v_2 \approx 1{,}9$.

3.4.9. $s_1/s_2 = v_2^2/9v_2^2 = 1/9$.

3.4.10. $F\Delta t = 2mv = 5{,}6\cdot 10^{-23}$ Ns; $F\Delta t = 2mv\cos\alpha = 2{,}8\cdot 10^{-23}$ Ns.

3.4.11. 1) $v_2 = v_1$; 2) $v_3 = v_1(M + m)/M$; $v_3 > v_1$; 3) berniukas antru atveju išvystys didesnę galią, nes $v_3 > v_1$, o $N = Fv$.

3.4.12. $\Delta p = m\sqrt{2gh} = 0{,}90$ kgm/s.

3.4.13. $p = mv\sqrt{2}$.

3.4.14. $v_2 = 2v\cos\alpha - v_1 = -1{,}0$ km/s.

3.4.15. $M = m(l-s)/s = 120$ kg.

3.4.16. $v_1 = Ft/m_1 = 1{,}0$ m/s; $v_2 = Ft(m_1+m_2)/m_1m_2 = 1{,}5$ m/s.

3.4.17. 1) $v = (m_1v_1 - m_2v_2)/(m_1-m_2) \approx 8{,}1$ m/s; 2) $v = (m_1v_1+m_2v_2)/(m_1-m_2) \approx 9{,}9$ m/s.

3.4.18. $v_1 = [Mv + m(v+u)]/(M+m)$; $v_2 = v$; $v_3 = [Mv + m(v-u)]/(M+m)$.

3.4.19. $v = m_1(2gh)^{1/2}/m_2 = 400$ m/s.

3.4.20. $v_1' = v(m_1 - 3m_2)/(m_1+m_2) = -4$ m/s; $v_2' = v(3m - m_2)/(m_1+m_2) = 0$.

3.4.21. $\Delta E_k = mat(2v_0 + at)/2 = 180$ J.

3.4.22. $A = mgs\sin\alpha = 7{,}0$ kJ.

3.4.23. $V = Nt/\rho gh = 6$ m^3; $A = -\rho Vgh = -1{,}2$ MJ.

3.4.24. $v_1 = \sqrt{2(F-mg)h/m} = 20$ m/s; $E = Fh = 4{,}0$ kJ; $v_2 = \sqrt{2Fh/m} \approx 28$ m/s.

3.4.25. $s = v_0^2/2\mu g = 40$ m.

3.4.26. $t = (2h/g)^{1/2}$; $s = v_xt = 40$ m; $E_k = m(v_x^2 + 2gh)/2 = 400$ J.

3.4.27. $A = \mu mgs = 20$ kJ; $A_{tr} = -\mu mgs = -20$ kJ.

3.4.28. a) $E_p = mgh = 10$ J; $E_k = 0$; b) $E_{p1} = mgh_1 = 4{,}0$ J; $E_{k1} = mg(h-h_1) = 6{,}0$ J; c) $E_p = 0$; 4 J; $E_k = mgh = 10$ J.

3.4.29. $F = mg(h_1+h)/h_1 = 2{,}0$ kN; $A = mg(h_1+h) = 100$ J; $h_2 = 2h_1 = 10$ m.

3.4.30. Sviedinį reikia mesti nelygiu nuliui pradiniu greičiu. Tada metimo momentu visa sviedinio mechaninė energija lygi: $mgh + mv^2/2$. Jeigu sviedinys atsimuša į grindis tampriai, tai jis pakyla į aukštį H, randamą iš energijos tvermės dėsnio: $mgh + mv^2/2 = mgH$. Iš čia matome, kad $H > h$.

3.4.31. $E_1 = mv_1^2/2 + mgh = 10{,}9$ MJ; $E_2 = mv_2^2/2 = 0{,}9$ MJ; $A = E_2 - E_1 = -10$ MJ (pasipriešinimo jėgos darbas neigiamas).

3.4.32. $A = \pi\rho gh^2d^2/8 = 4{,}5$ MJ.

3.4.33. $N = mv^2/2(v^2/2s + \mu g) = 519$ kW; $A = -\mu mgs = -75$ MJ.

3.4.34. $A_1 = m_1v_1^2/2 = 400$ J; $A_2 = m_1v_1^2/(1 + m_1/m_2)/2 = 404$ J.

3.4.35. $v_1 = mv/m_1 = 0{,}71$ m/s; $v_2 = mv/(m+m_2) = 0{,}55$ m/s; $E_1 = m_1v_1^2/2 = 17{,}64$ J; $E_2 = (m_2+m)v_2^2/2 = 13{,}61$ J.

3.4.36. $E_{k1} = m_1v_1^2/2n^2 = 16$ J; $E_{k2} = m_1v_1^2(n-1)^2/2n^2m_2 = 32$ J.

3.4.37. $h = (v_0^2\sin^2\alpha + v_1^2)/2g = 6{,}4$ m; $v_2 = \sqrt{(v_0^2\sin^2\alpha + v_1^2)} = 11{,}2$ m/s.

3.4.38. $Q = m_1m_2(v_1^2 + v_2^2)/2(m+m_2) = 300$ J.

3.4.39. $A = m(v^2/2 - gh) = 25$ J; $F = m(v^2/2h - g) = 1{,}7$ N.

3.4.40. $N = \mu mgv/(1 + \mu\,\mathrm{tg}\,\alpha) = 110$ W.

3.4.41. $A = 4\pi^2R^2m(n_2^2 - n_1^2)/2 = 30$ J; įcentrinė jėga darbo neatlieka, nes ji visada statmena greičiui.

3.4.42. $E_p = m^2g^2/2k = 4{,}0$ J; $A = 3m^2g^2/2k = 12$ J.

3.4.43. $v = (F_1x^2/x_1m)^{1/2} = 25$ m/s.

3.4.44. Iš grafiko seka: kai $x = 6{,}0$ cm, $F = 6{,}0$ N; $A = Fx/2 = 0{,}27$ J.

3.4.45. $A = 0{,}2a^4g\rho$.

3.4.46. $v = \pi dn = 47$ m/s; $E_k = m\pi^2d^2n^2/2 = 0{,}55$ MJ.

3.4.47. $E_k = mv^2 = 80$ J.

3.4.48. $E_k = GmM/(R+h) = 57$ GJ.

3.4.49. $A = ml(a + g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha) = 1{,}35$ kJ; $N = m(a + g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha)\sqrt{al/2} = 675$ W.

3.4.50. $N = mgv(h/l + \mu) \approx 1{,}0$ MW.

3.4.51. $N = 2mgv\sin\alpha = 25$ kW; $A = Nt = 375$ kJ.

3.4.52. $v = m_1 v_1/(m_1 + m_2) = 3{,}33$ m/s; $\eta = m_1/(m_1 + m_2) = 0{,}83$.

3.4.53. $N = \rho g V h/\eta t = 40$ kW.

3.4.54. $\eta = Nt/\rho g h V = 0{,}9 = 90\%$.

3.4.55. $F_1 = \eta F l_2/l_1 = 180$ N.

3.4.56. $\eta = \dfrac{mgR_V \cdot 100\%}{F \cdot R_R} \approx 90\%$.

3.4.57. $F_{tr} = F - \dfrac{mgh}{l} = 50$ N, $\eta = \dfrac{mgh \cdot 100\%}{F \cdot l} \approx 92\%$.

3.4.58. $A_s = mgh = 0{,}55$ MJ; $A_{tr} = F_{tr} l = 0{,}45r$ MJ; $\eta = mgh/(mgh + F_{tr} l) = 55\%$.

3.4.59. $\eta = hl/(hl + \mu(l^2 - h^2) = 62\%$.

3.4.60. $A_n = mgh = 2{,}5$ kJ; $A = Fh = 2{,}75$ kJ; $\eta = mg/F = 91\%$; $A_{tr} = (F - mg)h = 0{,}25$ kJ.

3.4.61. $\eta_1 = m_1/(m_1 + m) = 80\%$; $\eta_2 = m_2/(m_2 + m) = 83\%$.

3.4.62. $F = mg/2\eta = 500$ N; $A_n = mgh = 9{,}6$ kJ; $A = mgh/\eta = 12$ kJ.

II. ŠILUMINIAI REIŠKINIAI

4. Molekulinė fizika ir termodinamika

4.9.1. $N_1/N_2 = m_1 M_2/m_2 M_1 = 3$; $m_{02}/m_{01} = M_2/M_1 = 16$.

4.9.2. $N_1 = N_A m t_1/Mt = 2.3 \cdot 10^{18}$.

4.9.3. $m_0 = M/N_A = 3{,}3 \cdot 10^{-27}$ kg; $N = N_A m/M = 3{,}0 \cdot 10^{23}$; $n = N_A m/MV = 7{,}5 \cdot 10^{25}$ m^{-3}.

4.9.4. $m = MnV/N_A = 2{,}4$ g.

4.9.5. $N_1/N_2 = \rho_1 M_2/\rho_2 M_1 = 1{,}01$.

4.9.6. $l = N_A V d/V_M = 4{,}0$ mln. km.

4.9.7. $n = N/V = 1{,}0 \cdot 10^{27}$ m^{-3}; $l_0 = (V/N)^{1/3} = 10^{-9}$ m.

4.9.8. $M_2 = Mm_2/(m_1 + m_2 - m_1 M/M_1) = 28$ g/mol (azotas); $N = N_A(m_1 + m_2)/M = 8{,}3 \cdot 10^{23}$.

4.9.9. $\Delta p = 2m_0 v = 2Mv/N_A = 5{,}6 \cdot 10^{-23}$ kgm/s.

4.9.10. $\Delta p(\%) = k(2 - k)100\% = 19\%$, čia $k = 0{,}10$ – dalis, kuria sumažėjo molekulių greitis.

4.9.11. $p_1/p_2 = \rho_1 v_1^2/\rho_2 v_2^2 = 1{,}46$; $E_{K1}/E_{K2} = M_1 v_1^2/M_2 v_2^2 = 1{,}37$.

4.9.12. $N = 3pVN_A/Mv^2 = 1{,}1 \cdot 10^{24}$; $E_K = Mv^2/2N_A = 5{,}3 \cdot 10^{-21}$ J; $T = Mv^2/3R = 257$ K.

4.9.13. $t = pV/kTN = 2{,}5 \cdot 10^{14}$ s $= 7{,}9$ mln. metų.

4.9.14. $n = 1/l^3 = 3{,}7 \cdot 10^{25}$ m^{-3}; $p = kT/l^3 = 1{,}5 \cdot 10^5$ Pa.

4.9.15. $N = pV/kT = 5{,}0 \cdot 10^3$.

4.9.16. $v_{kv} = (3p/\rho)^{1/2} = 500$ m/s; $E_K = 3pV_M/2N_A = 4{,}5 \cdot 10^{-21}$ J.

4.9.17. $p_2 = 2p_1 V_1 T_2/V_2 T_1 = 8{,}0 \cdot 10^5$ Pa.

4.9.18. $v_2 = (2v^2 - v_1^2)^{1/2} = 260$ m/s.

4.9.19. $T = (N_1 T_1 + N_2 T_2)/(N_1 + N_2) = 260$ K.

4.9.20. $V_{mol}/V = \pi d^3 p/6kT = 3{,}8 \cdot 10^{-4}$.

4.9.21. $M = \rho RT/p = 20{,}19 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; neonas.

4.9.22. $\rho = (m_1 + m_2)/(m_1/M_1 + m_2/M_2) \cdot p/RT$.

4.9.23. $p = p_0 \cdot V_0 \cdot T/T_0 \cdot V = 47$ kPa.

4.9.24. $p = (p_1 - p_2)V_1/p_{at} = 15$ m^3.

4.9.25. $\rho = pM/RT = 40$ kg/m^3.

4.9.26. $V = mRT/Mp = 0{,}128$ m^3.

4.9.27. $p_2/p_1 = 1.2T_2/T_1 = 1{,}3$ karto.

4.9.28. $T_2 = T_1(p_1 + mg/S)(l_1 - \Delta l)/p_1 l_1 = 69\,°$C.

4.9.29. $T_2 = T_1 p_2/p_1 = 640K = 367\,°\mathrm{C}$.

4.9.30. $V_2 = V_1 T_2/T_1 = 3\ \mathrm{m}^3$.

4.9.31. $N = N_\mathrm{A} p_1 V_1 \rho_0 T_0 / p_0 M (T_2 \cdot T_1) = 6 \cdot 10^{27}$ molekulių.

4.9.32. $p_1 = p_0 m T_1 / V_1 \rho_0 T_0 = 8{,}95 \cdot 10^8$ Pa.

4.9.33. $p = (m_1/M_1 + m_2/M_2)RT/V \approx 3{,}210^5$ Pa; $M = (m_1 + m_2)/(m_1/M_1 + m_2/M_2) = 25 \cdot 10^{-3}$ kg/mol.

4.9.34. $\rho_1 = p_1 M / R T_1 = 0{,}55$ kg/m^3; $\rho_{2/}\rho_1 = 2{,}6$ karto.

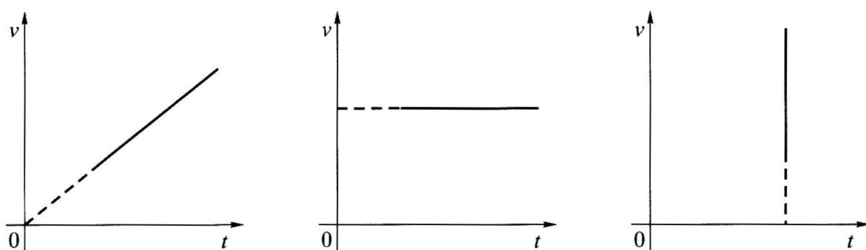
4.9.35. $V_1 = mRT_1/Mp \approx 2{,}45 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 = 2{,}45$ l; $T_2 = pV_2M/mR \approx 1{,}155 \cdot 10^3\ \mathrm{K} = 882\,°\mathrm{C}$.

4.9.36. $p = 4p_1 m_1/(2m_1 + m_2)$.

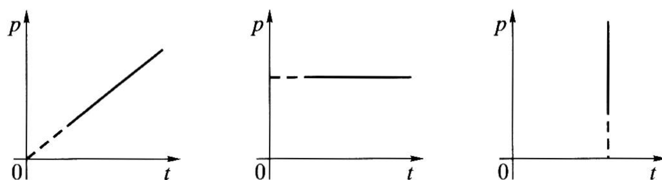
4.9.37. $\Delta m = pVM/R \cdot (1/T_2 - 1/T_1) = 5{,}7$ kg.

4.9.38. $p_4 = p_1 V_1 T_3 / T_1 V_4 = 100$ kPa.

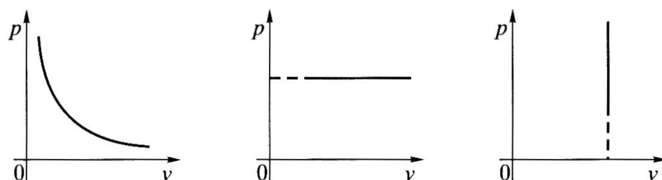
4.9.39.



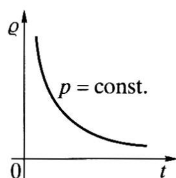
4.9.40.



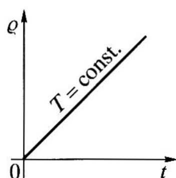
4.9.41.



4.9.42.

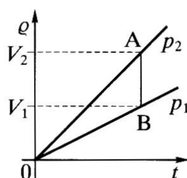


4.9.43.

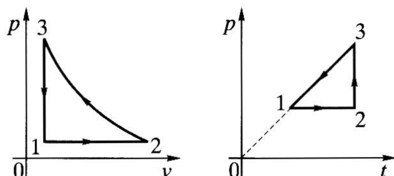


4.9.44. 1) Kiekviena tiesė grafike yra skirtingos masės dujoms. 2) Esant labai žemoms temperatūroms ši priklausomybė pavaizduota punktyrinėmis linijomis.

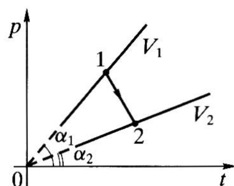
4.9.45. Nubrėžkime izotermę AB. Matome, kad $V_2 > V_1$, tai $p_1 > p_2$.



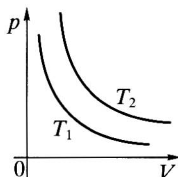
4.9.46.



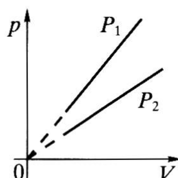
4.9.47. Dujų tūris padidėjo.



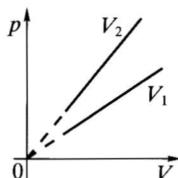
4.9.48. $T_2 > T_1$.



4.9.49. $p_2 > p_1$.



4.9.50. $T_1 > T_2$.



4.9.51. $\Delta U = 3/2 \cdot m/M(\cdot R(T_2 - T_1) = 31$ kJ arba $\Delta U = Q = cm\Delta T$.

4.9.52. $A = p\Delta V = 3{,}5$ kJ.

4.9.53. $A = p\Delta V = 440$ MJ.

4.9.54. $A = (p + mg/S) \cdot Sh = 220$ J.

4.9.55. $A = R = 8{,}31$ J.

4.9.56. a) Labai lėtai slegiant orą, jo temperatūra dėl šilumos apykaitos su aplinka bus pastovi. Tai izoterminis procesas. b) Staigiai slegiant procesas adiabatinis. Slėgis bus didesnis negu izoterminiame, nes jis didėja dėl to, kad didėja oro tankis ir temperatūra.

4.9.57. $A = mR/M \cdot (T_2 - T_1) = 640$ kJ; $\Delta U = Q = cm(T_2 - T_1) = 2{,}3$ MJ.

4.9.58. Izoterminiame procese vidinė energija lieka pastovi. Šilumos kiekis, suteiktas dujoms, lygus dujų atliktam darbui, $Q = A = 20$ J.

4.9.59. $A = mp_0 \Delta T/\rho_0 T_0 = 84{,}5$ kJ.

4.9.60. $\Delta Q_p/\Delta Q_V = c_p m \Delta T/c_V m \Delta T = 1{,}4$; $\Delta U_p/\Delta U_V = c_V m \Delta T/c_V m \Delta T = 1$.

4.9.61. $A = m/M \cdot RT_1 = 1$ kJ; $\Delta U = 3/2 \cdot m/M \cdot RT_1 = 1{,}5$ kJ; $Q = A + \Delta U = 5/2 \cdot m/M \cdot RT_1 = 2{,}5$ kJ.

4.9.62. 1) $V = \text{const}$, $Q = \Delta U = 3/2 \cdot m/M \cdot R\Delta T = 0{,}75$ kJ; 2) $Q = \Delta U + A = 5/2 \cdot m/M \cdot R\Delta T = 1{,}25$ kJ; buvo šildoma izobariškai.

4.9.63. $\Delta U = 3/2 \cdot m/M \cdot RT_1 = 4{,}3$ kJ.

4.9.64. $p_1 = \rho_1/M \cdot RT_1$; $p_2 = 0{,}8\rho_1/M \cdot RT_2$; $T_2 = T_1/0{,}8 = 375$ K $= 102\,^\circ$C.

4.9.65. $F = p_1 S(V_1/V_{2p} - 1) = 400$ N.

4.9.66. $V_1 = V(T_2 - T)/(T_2 - T_1) = 80$ l; $V_2 = V(T_2 - T)/(T - T_1) = 120$ l.

4.9.67. $mNt/[c(T_2 - T_1) + 2c\Delta T] = 1{,}8$ kg.

4.9.68. $\Delta T = \eta(v_1^2 - v_2^2)/2c = 173$ K.

4.9.69. $\Delta T = \eta m_1(gh - v^2/2)/cm_2 = 4{,}9$ K.

4.9.70. $c = (c_1 m_1 + c_2 m_2)(T - T_1)/m(T_2 - T) \approx 0{,}46 \cdot 10^3$ J/kg K; plienas.

4.9.71. $c_1 = m_1(T_2 - T)/(T - T_1) = 4{,}6 \cdot 10^3$ J/kg K; mokinys nepaisė kalorimetro šiluminės talpos.

4.9.72. a) $T = (c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2)/(c_1 m_1 + c_2 m_2)$; b) $c_1 = c_2$, $T = (m_1 T_1 + m_2 T_2)/(m_1 + m_2)$; c) $m_1 = m_2$, $T = (c_1 T_1 + c_2 T_2)/(c_1 + c_2)$.

4.9.73. $\Delta T = \eta m_1 v^2/2Ncm_2 = 6{,}2$ K.

4.9.74. $T = (c_1 m_1 T_1 + c_2 \rho V T_2 t)/(c_1 m_1 + c_2 \rho V) = 31\,^\circ$C.

4.9.75. $\Delta T = \eta gh/c \approx 0{,}08$ K.

4.9.76. $\Delta T_2/\Delta T_1 = c_1\rho_1/c_2\rho_2 \approx 2{,}3$.

4.9.77. $h = cm_2(T_2 - T_1)/m_1 g = 4{,}3$ km.

4.9.78. Vandens lygis liks tas pats. Ledo gabalėlis išstums tūrį, lygų ledo tūriui. Ištirpęs ledas užims tą patį tūrį, kurį užėmė anksčiau.

4.9.79. $m = \eta Nt/\lambda = 23$ kg.

4.9.80. $l = Qt/\lambda\rho S = 1{,}5$ cm.

4.9.81. $t_2 = t_1 L/c(T_0 - T)$.

4.9.82. $h + r = 4/3\rho cr/\rho_0\lambda \cdot (T - T_0) + r/3 \approx 2{,}3$ cm.

4.9.83. Neužtektų, nes reikėtų nerealaus aukščio užtvankos. Krintančio vandens potencinė energija turėtų virsti šiluma vandeniui pašildyti ir išgarinti $mgh = cm\Delta T + mL$; iš čia $h = (c\Delta T + L)/g$. Pvz., jeigu, pradinė vandens temperatūra būtų $20\,^\circ$C, jį išgarinant $t = 100\,^\circ$C, atlikę skaičiavimus, gautume $h \approx 230$ km!

4.9.84. $\eta = c\rho V(T_2 - T_1)/Pt = 0{,}52$.

4.9.85. $m = Nt/\eta q = 192$ kg.

4.9.86. $s = v\eta V\rho q/N \approx 107$ km.

4.9.87. $m = Ns/\eta qv \approx 210$ kg.

4.9.88. $m = Pt/q\eta = 11{,}1 \cdot 10^3$ t.

4.9.89. $\eta_i d = (T_1 - T_2)/T_1 = 42\%$; $\eta = Nt/qm = 26\%$.

4.9.90. $N = mg(T_1 - T_2)/T_1 = 263$ kW.

4.9.91. $n = p_0 N_A/RT = 1{,}0 \cdot 10^{24}$ m^{-3}.

4.9.92. $\rho_{01}/\rho_{02} = p_{01}T_2/p_{02}T_1 = 12$.

4.9.93. $p = p_0(T_1 + \Delta T)/T_1 = 1{,}1 \cdot 10^5$ Pa; nepakis.

4.9.94. $m_G = m = 20$ kg; $p = mRT/MV = 0{,}84$ MPa.

4.9.95. $p = p_{02} = 710$ Pa; $m = VM(p_1/T_1 - p_{02}/T_2)/R = 5{,}7$ g.

4.9.96. $A = p_0V/2 = 1{,}0$ kJ; $m = p_0MV/2RT = 5{,}8$ g.

4.9.97. $\varphi = p100\%/p_0 = 77\%$; $m = pVM/RT = 0{,}40$ kg.

4.9.98. $m = p_0MV\varphi/RT100\% = 0{,}93$ kg.

4.9.99. $p = p_0r = 1{,}40$ kPa; $\varphi = p_0r \cdot 100\%/p_0 = 60\%$.

4.9.100. $\rho_1/\rho_2 = \varphi_1 p_{01}T_2/\varphi_2 p_{02}T_1 = 1{,}8$; judės iš kambario į gatvę.

4.9.101. $\varphi_2 = \varphi_1 + mRT100\%/p_0MV = 69\%$.

4.9.102. $p_2 = p_1 + mRT/MV = 0{,}15$ MPa.

4.9.103. $m = MV(p_{0r}/T_1 - p_{02}/T_2)/R = 20$ g, čia p_{0r} – sočiųjų garų slėgis rasos taške.

4.9.104. $V_2/V_1 = p_{01}T_2/p_{02}T_1 = 1{,}54$.

4.9.105. $V = mRT100\%/p_0M\Delta\varphi = 43$ m^3.

4.9.106. $m = \rho V/N = 1{,}9 \cdot 10^{-5}$ kg $= 19$ μg; $\sigma = \rho gV/2\pi rN = 59$ mN/m.

4.9.107. $\Delta l = 4\sigma N/\rho gd = 34$ cm.

4.9.108. $F = mg + \sigma\pi d = 0{,}12$ N.

4.9.109. $A = 2\pi\sigma d^2 = 0{,}90$ mJ.

4.9.110. $\Delta h = 4\sigma(1/d_1 - 1/d_2)/\rho g = 7{,}5$ mm.

4.9.111. $\sigma = mg/\pi d = 21$ mN/m.

4.9.112. $h = 4\sigma/\rho gd = 5{,}0$ cm.

4.9.113. $F = \pi d^2\sigma/4 = 1{,}0 \cdot 10^2$ N; $\Delta l = \pi d^2\sigma/4k = 1{,}0$ cm; $E_P = \pi^2 d^4\sigma^2/32k = 0{,}54$ J.

4.9.114. $\Delta l_1 = Fl_1/E_1S = 16$ μm; $\Delta l_2 = Fl_2/E_2S = 16$ μm; $\sigma = F/S = 3{,}2$ MPa.

4.9.115. $N = m(g+a)/E\varepsilon S_1 = 55$; $\sigma = \varepsilon E = 100$ MPa.

4.9.116. $\Delta l = (2E_Pl/ES)^{1/2} = 0{,}30$ mm; $\varepsilon = (2E_P/ESl)^{1/2} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$;
$\sigma = (2EE_P/Sl)^{1/2} = 30$ MPa.

4.9.117. $S = \mu mgn_{st}/\sigma_{st} = 100$ mm^2; $\sigma = \sigma_{st}/n_{st} = 50$ MPa; $\varepsilon = \sigma_{st}/En_{st} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$; čia n_{st} – atsparumo atsarga.

III. ELEKTRODINAMIKA

5. Elektrostatika

5.4.1. $r = \Delta r(2 + 2^{1/2}) = 1{,}7$ m.

5.4.2. $F/F_G = kq^2/Gm^2 = 1{,}24 \cdot 10^{36}$.

5.4.3. $F_1/F_2 = 4q_1q_2/(q_1+q_2)^2 = -15$; "–" ženklas rodo, kad trauka pasikeitė į stūmą.

5.4.4. $r = (kq_1q_2/(F - mg))^{1/2} = 1{,}8$ cm.

5.4.5. $\Delta l = kq_1q_2/r^2k_{st} = 1{,}1$ mm; $W = k^2q_1^2q_2^2/2k_{st}r^4 = 0{,}47$ μJ; čia k_{st} – spyruoklės standumas.

5.4.6. $q = l(mg\,\mathrm{tg}\,\alpha/k)^{1/2} = 60$ nC.

5.4.7. $a = kNeq_2/mr^2 = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ m/s^2; abu krūviai yra teigiami, tad jie stumia vienas kitą ir tols vienas nuo kito; todėl sąveikos jėga silpnės ir pagreitis laikui bėgant mažės.

5.4.8. $x = r(q_1/q_2)^{1/2}/(1 + (q_1/q_2)^{1/2}) = 4{,}0$ cm; ant tiesės jungiančios krūvius 4,0 cm atstumu nuo didesniojo krūvio.

5.4.9. $F = e(E_x^2 + E_y^2)^{1/2} = 8{,}0 \cdot 10^{-14}$ N; $W = e(E_x^2 + E_y^2)^{1/2}l = 9{,}6 \cdot 10^{-15}$ J $= 60$ keV.

5.4.10. $E_1 = 4k(q_2 - q_1)/r^2 = 3{,}6$ kV/m; $E_2 = k(q_1/a^2 + q_2/(r+a)^2) = 4{,}4$ kV/m; $E_3 = k(q_1/(r+a)^2 + q_2/a^2) = 7{,}6$ kV/m.

5.4.11. $E = kq/a^2 = 500$ V/m; $F = kqq_1/a^2 = 1{,}1$ μN.

5.4.12. $A = qEl\cos\alpha = 1{,}7$ mJ; $U = El\cos\alpha = 24$ kV.

5.4.13. $A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = 16$ μJ; $v = (2q(\varphi_1 - \varphi_2)/m)^{1/2} = 300$ m/s.

5.4.14. $t = m_e v_0/eE = 0{,}28$ μs; $U = m_e v_0^2/2e = 45{,}5$ V.

5.4.15. $l = qEt^2/2m = 27$ cm; $v = qEt/m = 1{,}8$ cm/s.

5.4.16. $v_1 = (2(g + qE/m)h)^{1/2} = 15$ m/s; $v_2 = (2gh)^{1/2} = 14$ m/s.

5.4.17. $h = v^2/2(g + qE/m) = 19{,}6$ m.

5.4.18. $U = (W_K - m_e v^2/2)/e = 3{,}6$ V; $l = (W_K - m_e v^2/2)/eE = 3{,}0$ cm.

5.4.19. $U = m_e v^2/2e = 0{,}28$ kV; $E = m_e v^2/2el = 1{,}4$ kV.

5.4.20. $N = mgd/eU = 300$.

5.4.21. $y = eUx^2/2m_e d v_x^2 = 1{,}1$ cm; $v_y = eUx/m_e d v_x = 4{,}4$ Mm/s.

5.4.22. $U_1 = q/C = 200$ V; $W_1 = q^2/2C = 0{,}24$ mJ; $U_2 = q/\varepsilon C = 25$ V; $W_2 = q^2/2\varepsilon C = 0{,}03$ mJ. Ne, nes dalis kondensatoriaus turėtos energijos išeikvota dielektrikui poliarizuoti.

5.4.23. $\Delta q = \varepsilon_0 SU(\varepsilon - 1)/d = 3{,}5$ nC; $\Delta W = \varepsilon_0 SU^2(\varepsilon - 1)/2d = 21$ nJ.

5.4.24. $C_2 = C_1(1 + \varepsilon)/2 = 155$ pF; $\Delta U = U(1 - \varepsilon)/(1 + \varepsilon) = -55$ V.

5.4.25. $C_L/C_N = (C_1+C_2)^2/C_1C_2 = 4$; $U_L/U_N = 2C_1C_2/(C_1+C_2)^2 = 0{,}5$; $W_L/W_N = 4C_1C_2/(C_1+C_2)^2 = 1$.

5.4.26. $C_1/C_2 = 2d_2/(d_1 + d_2) = 0{,}67$; $U_1/U_2 = W_1/W_2 = (d_1 + d_2)/2d_2 = 1{,}5$.

5.4.27. $C_2 = C_1(U_1 - U)/(U - U_2) = 11$ μF; $W_1 = C_1U_1^2/2 = 6{,}6$ mJ; $W_2 = C_1(U_1 - U)U_2^2/2(U - U_2) = 88$ μJ; $W = C_1U^2(U_1 - U_2)/2(U - U_2) = 5{,}6$ mJ.

5.4.28. $W = W_1/(1 + N) = 0{,}40$ J.

5.4.29. $U_1 = U_2 = U/3 = 10$ V; $U_3 = 2U/3 = 20$ V; $q_1 = q_2 = CU/3 = 5{,}0$ μC; $q_3 = 2CU/3 = 10$ μC; $W_1 = W_2 = 25$ μJ; $W_3 = 100$ μJ.

5.4.30. $C_2/C_1 = 1{,}1$.

6. Nuolatinė srovė

6.5.1. $I = q/t = 30$ mA; $N = q/et = 1{,}9{\cdot}10^{17}$ s^{-1}.

6.5.2. $\rho = USt/ql = 5{,}0{\cdot}10^{-7}$ Ωm.

6.5.3. $l = US/\rho I = 50$ m.

6.5.4. $m = \rho Dl^2/R = 0{,}12$ kg.

6.5.5. $m_1/m_2 = \rho_1 D_1/\rho_2 D_2 = 2{,}0$.

6.5.6. $E = \rho I/S = 50$ mV/m; $U = \rho Il/S = 10$ V.

6.5.7. $R_2 = U(I_1 - I_2)/I_1I_2 = 20$ Ω; $U_1 = I_2U/I_1 = 96$ V; $U_2 = U(I_1 - I_2)/I_1 = 24$ V.

6.5.8. $R = (U - U_1)/I = 0{,}50$ Ω; $S = 2\rho lI/(U - U_1) = 28$ mm^2.

6.5.9. $I = NU/(R_1 + NR_2) = 50$ A; $U_2 = NUR_2/(R_1 + NR_2) = 20$ V.

6.5.10. $R_{AB} = 5R/8 = 5{,}0$ kΩ.

6.5.11. 10 Ω.

6.5.12. $R_3 = I_1R_1/(I - I_1) - R_2 = 10$ Ω; $U_1 = I_1R_1 = 12$ V; $U_2 = (I - I_1)R_2 = 2$ V; $U_3 = I_1(R_1 + R_2) - IR_2 =$ 10 V.

6.5.13. $R = (U - U_1)r/U_1 = 3{,}4$ kΩ; $U_2 = U = 21$ V.

6.5.14. $l = rS(I/I_0 - 1)S/\rho = 25$ cm.

6.5.15. $U_2 = U_1(R_P/r + 1) = 5{,}0$ V.

6.5.16. $W = Pt = 18$ kWh.

6.5.17. $R_1/R_2 = P_2/P_1 = (1 + N)^2/N = 6{,}25$.

6.5.18. $Q_1/Q_2 = P_2/P_1 = 4$.

6.5.19. $t = t_1t_2/(t_1 + t_2) = 6{,}7$ min.

6.5.20. Lygiagrečiai sujungtas 40 W lemputes ir lygiagrečiai sujungtas 60 W lemputes tarpusavyje sujungti nuosekliai.

6.5.21. $R = (U_2 - U_1)U_1/P = 300$ Ω; $l = \pi d^2(U_2 - U_1)U_1/4\rho P = 19$ m.

6.5.22. $P_1 = PU^4/(U^2 + PR)^2 = 94$ W.

6.5.23. $W = IUt = 270$ MJ; $A = (U - IR)It = 252$ MJ; $W_{nuost} = I^2Rt = 18$ MJ; $\eta = (1 - IR/U)100\% = 93\%$.

6.5.24. $I = Fv/\eta U = 75$ A.

6.5.25. $P = mgv/\eta = 50$ kW; $I = mgv/\eta U = 130$ A.

6.5.26. $A_N = DgVh = 100$ MJ; $q = DghV/\eta U = 1{,}1$ MC.

6.5.27. $\Delta T = qU/cm = 2{,}4$ K $= 2{,}4$°C.

6.5.28. $I = (U - \varepsilon)/(r + R) = 5{,}0$ A.

6.5.29. $R_2 = R_1(\varepsilon/U_1 - 1) - r = 2{,}1\ \Omega$; $\eta = (R_1 + R_2)/(r + R_1 + R_2) = 0{,}97 = 97\%$.

6.5.30. $r = (\varepsilon - I_1R_1)/I_1(1 + R_1/R_2) = 0{,}60\ \Omega$; $\eta = I_1R_1/\varepsilon = 0{,}67 = 67\%$; $I_2 = I_1R_1/R_2 = 0{,}33$ A.

6.5.31. $I_1 = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/(r_1 + r_2 + R) = 3{,}0$ A; $I_2 = \varepsilon_1/(r_1 + R) = 5{,}0$ A.

6.5.32. $\varepsilon = I_1I_2R_2/(I_1 - I_2) = 4{,}5$ V; $r = (I_2R_2 - (I_1 - I_2)R_1)/(I_1 - I_2) = 0{,}50\ \Omega$.

6.5.33. $I_{\infty lyg}/I_{\infty nuos} = N$.

6.5.34. $I_\infty = I_1U_2(R_2 - R_1)/(U_2 - I_1R_1)R_2 = 30$ A.

6.5.35. $R = Edr/(\varepsilon - Ed) = 0{,}80\ \Omega$.

6.5.36. $\varepsilon = (r + R)(P/R)^{1/2} = 1{,}1$ V; $\eta = R/(r + R) = 91\%$.

6.5.37. $r = R(1 - 2^{1/2}/2)/(2^{1/2} - 1) = 0{,}7\ \Omega$.

6.5.38. $P_{nuos}/P_{lyg} = 4(Nr + R/2)^2/(Nr + 2R)^2 = 1{,}3$; $P_{nuos} = 2N^2\varepsilon^2R/(Nr + 2R)^2 = 4{,}1$ W.

6.5.39. $\varepsilon = I_1I_2R(N^2 - 1)/N(NI_1 - I_2) = 1{,}4$ V; $r = R(NI_2 - I_1)/(NI_1 - I_2) = 0{,}20\ \Omega$.

6.5.40. $v = I/enS = 0{,}10$ mm/s.

6.5.41. $I = evSDN_A/M = 5{,}4$ A.

6.5.42. $W_K = A + m_ev^2/2 = 12{,}5\cdot10^{-19}$ J $= 7{,}8$ eV.

6.5.43. $a = v^2/2l = 3{,}2\cdot10^{15}$ m/s^2; $t = 2l/v = 2{,}5$ ns; $U = m_ev^2/2e = 180$ V.

6.5.44. $v = (2eU/m_e)^{1/2} = 7{,}5\cdot10^7$ m/s; $t = l(m_e/2eU)^{1/2} = 2{,}0$ ns.

6.5.45. $v = x(eE/2m_ey)^{1/2} = 57$ Mm/s.

6.5.46. $v = (2W_J/m_e)^{1/2} = 2{,}9$ Mm/s.

6.5.47. $v = (2W_JN_A/M)^{1/2} = 6{,}5$ km/s.

6.5.48. $d = kIt/DS = 7{,}0\ \mu$m.

6.5.49. $m = kI(t - t_1/2) = 0{,}31$ g.

6.5.50. $t = abcD/kI = 25$ h.

6.5.51. $t = mn_vFR/MU = 3{,}6\cdot10^3$ s $= 1$ h.

6.5.52. $P = m^2R/k^2t^2 = 20$ W.

6.5.53. $n = Mq/Fm = 2$.

6.5.54. $m = \eta kW/U = 54$ g.

6.5.55. $m_1 = m_3(k_{Ag}/k_{Cu}) - m_2 = 79$ g.

TESTAI

1 testas

1.1 Automobilis pirmąją pusę kelio nuvažiavo 4 m/s greičiu, o antrąją – 6 m/s greičiu. Vidutinis automobilio greitis yra:

5,2 m/s; B. 4,8 m/s; C. 5 m/s; D. 4,6 m/s.

1.2 Plaukdamas prieš srovę, žmogus po tiltu pametė šiaudinę skrybėlę. Po 10 min. jis tai pastebėjo, apsigręžė ir tuo pačiu tempu plaukė pasroviui. Skrybėlę jis pavijo už 900 m nuo tilto. Upės tėkmės greitis yra:

A. 0,25 m/s, B. 0,50 m/s, C. 0,75 m/s, D. 0,90 m/s.

1.3 Automobilis iš vietos pradeda judėti pastoviu pagreičiu ir per dešimtąją sekundę nuvažiuoja 19 m. Automobilio pagreitis yra:

A. 6 m/s^2, B. 9 m/s^2, C. 2 m/s^2, D. 3 m/s^2.

1.4 Pirmojo vagono keleivis vaikščiojo peronu. Kai jis priėjo traukinio galą, traukinys ėmė važiuoti 0,12 m/s^2 pagreičiu. Tuo momentu keleivis pradėjo pastoviu greičiu bėgti link savo vagono ir jį pasivijo nubėgęs 250 m. Kokiu greičiu jis bėgo, jei traukinio ilgis 100 m?

A. 1 m/s, B. 3 m/s, C. 4 m/s, D. 5 m/s.

1.5 Trosas išlaiko nejudantį krovinį, kurio masė ne didesnė kaip 100 kg. Šiuo trosu keliamas krovinys, kurio masė 50 kg. Per 2 s krovinį pastoviu pagreičiu galima pakelti į aukštį:

A. 5 m; B. 10 m; C. 15 m; D. 20 m.

1.6 Lifte yra 100 kg masės kūnas. Jam startuojant aukštyn, kūno svoris pasidaro 1150 N. Raskite, kokiu pagreičiu juda liftas.

A. 1,5 m/s^2, B. 2,0 m/s^2, C. 2,5 m/s^2, D. 4,5 m/s^2.

1.7 Dėžė guli gulsčiai pagreičiu 1,0 m/s^2 startuojančio sunkvežimio kėbule. Trinties koeficientas tarp dėžės ir kėbulo grindų yra 0,20. Dėžės pagreitis yra:

A. 3,0 m/s^2; B. 2,0 m/s^2; C. 1,0 m/s^2; D. 0,5 m/s^2.

1.8 Kūnas plūduriuoja vandenyje, gyvsidabryje, naftoje. Kuriuo atveju keliamoji jėga yra didžiausia?

A. Vandenyje; B. Gyvsidabryje;
C. Naftoje; D. Visais atvejais vienoda.

1.9 Kūnas, plūduriuojantis nejudančiame inde, yra 60% savo tūrio paniręs po vandeniu. Kai indas, kuriame plūduriuoja kūnas, ima judėti žemyn pagreičiu $a = g/3$, panirusi jo tūrio dalis sudaro:

A. 50%; B. 40%; C. 90%; D. 60%.

1.10 Du vienodi plastilino gabalėliai vienodais greičiais judėdami priešpriešiais susidūrė ir sulip. Kam lygus jų suminis judėjimo kiekis po susidūrimo?

A. 0; B. m; C. $2mv$; D. Atsakyti neįmanoma.

1.11 Stabdant automobilio greitis perpus sumažėjo. Jo kinetinė energija:

A. Nepakito; B. Sumažėjo 2 kartus;
C. Sumažėjo 4 kartus; D. Sumažėjo 8 kartus.

1.12 Akmuo mestas 30° kampu į horizontą. Aukščiausiame taške akmens potencinė energija yra 10 J. Akmens kinetinė energija šiame taške yra:

A. 10 J; B. 15 J; C. 20 J; D. 30 J.

1.13 Kasamas šulinys, kurio gylis turi būti 5,0 m. Kai buvo atlikta $1/4$ viso darbo, šulinio gylis pasidarė:

A. 1 m; B. 1,25 m; C. 2,5 m; D. 3 m.

1.14 Idealiųjų dujų būsena nusakyta temperatūra ir slėgiu. Dujų vidinė energija yra didžiausia būsenoje:

A. T_0, $5p_0$; B. T_0, $2p_0$; C. $2T_0$, p_0; D. T_0, p_0.

1.15 Balione yra dujos, kurių tūris 3 m^3, esant 450 K temperatūrai ir 200 kPa slėgiui. Kai temperatūra 300 K, slėgis 100 kPa, dujų tūris yra:

A. 9 m^3; B. 3 m^3; C. 4 m^3; D. 1 m^3.

1.16 Idealių vienatomių dujų vidinė energija yra 300 J. Dujos užima 2 l tūrį. Jų slėgis yra:

A. 100 Pa; B. 1000 Pa; C. 1,0 MPa; D. 0,1 MPa.

1.17 Tam tikru momentu dujų slėgis ir tūris padidėjo dvigubai. Vidinė energija padidėjo:

A. 8 kartus; B. 1 kartą; C. 6 kartus; D. 4 kartus.

1.18 Inde, kurio tūris yra 0,3 m^3, yra 100 °C temperatūros sotieji garai. Garus izotermiškai suspaudžiant iki 0,1 m^3 tūrio, atliekamas darbas lygus:

A. 10 kJ; B. 30 kJ; C. 20 kJ; D. 200 kJ.

1.19 Oro, kurio tūris V, santykinė drėgmė yra 80%. Izoterminiame procese garai kondensuojasi iki tūrio:

A. 1,25 V; B. 0,80 V; C. 0,50 V; D. 0,20 V.

1.20 Šiluminės mašinos naudingumo koeficientas yra 30%. Tobulinant šiluminę mašiną, šildytuvo atiduodamas šilumos kiekis padidėjo 5%, o aušintuvui atiduodamas šilumos kiekis nepakito. Modifikuotos šiluminės mašinos naudingumo koeficientas yra:

A. 39%; B. 35%; C. 33%; D. 25%.

1.21 Kada ledas gali būti šildytuvu?

A. Kai jis liečiasi su šaltesniais kūnais;

B. Kai jis liečiasi su šiltesniais kūnais;

C. Kai jis liečiasi su tos pačios temperatūros kūnais;

D. Ledas negali būti šildytuvu.

1.22 Kaip pasikeis oro temperatūra kambaryje, jeigu paliksime atidarytas veikiančio šaldytuvo duris?

A. Nepasikeis; B. Atvės;
C. Sušils; D. Pradės vėsti, paskui sušils.

1.23 Trys vienodi taškiniai krūviai yra lygiakraščio trikampio, kurio kraštinė a, viršūnėse. Vieno krūvio elektrinio lauko stipris šiame atstume yra E_0. Raskite elektrinio lauko stiprį taške, esančiame vienos trikampio kraštinės viduryje.

A. E_0; B. $3E_0/4$; C. $4E_0$; D. $4E_0/3$.

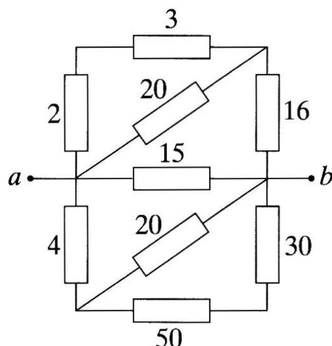
1.24 Į plokščią kondensatorių, kurio talpa C, lygiagrečiai kondensatoriaus plokštelėms patalpino ploną metalinę plokštelę. Dėl to kondensatoriaus talpa:

A. Nepasikeitė; B. Du kartus padidėjo;
C. Du kartus sumažėjo; D. Keturis kartus sumažėjo.

1.25 Plokščio kondensatoriaus įtampa sumažėjo dvigubai. Kaip pasikeitė kondensatoriaus elektrostatinio lauko energija?

A. Padidėjo 2 kartus; B. Sumažėjo 2 kartus;
C. Nepasikeitė; D. Sumažėjo 4 kartus.

1.26 Paveiksle pavaizduota elektrinės grandinės schema, kurioje varžos nurodytos omais.



Grandinės bendra varža yra:

A. 24 Ω; B. 18 Ω;
C. 15 Ω; D. 6 Ω.

1.27 Voltmetras, prijungtas prie srovės šaltinio, parodė 6 V įtampą. Kai prie srovės šaltinio buvo prijungta lemputė, voltmetras parodė 3 V. Jeigu vietoj vienos lemputės nuosekliai būtų prijungtos dvi, voltmetras parodytų:

A. 1 V; B. 2 V; C. 3 V; D. 4 V.

1.28 Elektros srovę metaluose sukelia:

A. Laisvieji elektronai; B. Elektronai ir jonai;
C. Jonai; D. Elektronai ir skylės.

1.29 Kaitinant metalą, jo varža:

A. Mažėja, nes didėja elektronų koncentracija;

B. Mažėja, nes didėja metalo jonų greitis;

C. Didėja, nes stiprėja metalo atomų šiluminis judėjimas;

D. Didėja, nes didėja elektronų ir jonų koncentracija.

1.30 Elektros srovę dujose sukelia:

A. Elektronų ir jonų judėjimas; B. Elektronų judėjimas;

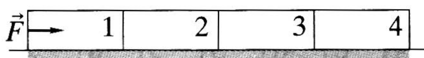
C. Elektros srovė dujomis neteka; D. Jonų judėjimas.

2 testas

2.1 Automobilis pajudėjo iš vietos. Pusę kelio jis važiuoja pastoviu pagreičiu, antrą kelio dalį jis važiuoja pastoviu 18 m/s greičiu. Vidutinis automobilio greitis yra:

A. 6 m/s; B. 9 m/s; C. 12 m/s; D. 15 m/s.

2.2 Paveiksle pavaizduotos keturios vienodos plytos, jėga F stumiamos gulsčiu paviršiumi.



Ketvirtąją plytą veikia jėga, lygi:

A. $4F$; B. F; C. $F/2$; D. $F/4$.

2.3 Akmuo išmestas vertikaliai aukštyn. Tam tikrame aukštyje akmuo buvo po 1 s ir po 3 s. Pradinis akmens greitis buvo:

A. 5 m/s; B. 10 m/s; C. 20 m/s; D. 45 m/s.

2.4 Nežinomos planetos tankis lygus Žemės tankiui. Planetos spindulys 2 kartus mažesnis už Žemės spindulį. Planetos ir Žemės palydovų pirmųjų kosminių greičių santykis yra:

A. $1/4$; B. $1/2$; C. 2; D. 4.

2.5 3 N jėgos veikiama spyruoklė pailgėjo 3 cm. Koks jos standumas?

A. 1 N/m; B. 3 kN/m; C. 9 N/m; D. 100 N/m.

2.6 Kamštis plūduriuoja vandenyje, vėliau – alyvoje. Kuriuo atveju Archimedo jėga didesnė?

A. Plūduruojančio kūno Archimedo jėga neveikia; B. Vandenyje;

C. Alyvoje; D. Vienoda.

2.7 Trijų vienodų dalelių, kurių kiekvienos masė yra m, centrai yra tiesėje. Kraštinei dalelei suteikė greitį v. Po netamprių smūgių sistemos kinetinė energija yra:

A. $mv^2/2$; B. $mv^2/6$; C. $2mv^2/3$; D. $3mv^2/2$.

2.8 Malkų ryšulys buvo perkeltas į antrą aukštą ir sudegintas krosnyje. Ar išnyko tų malkų potencinė energija?

A. Išnyko;

B. Neišnyko, virto degimo produktų potencine energija;

C. Neišnyko, virto degimo produktų vidine energija;

D. Atsakyti neįmanoma.

2.9 Izoterminiame procese dujų tūris didėja, nes:

A. Didėja slėgis; B. Dujoms suteiktas šilumos kiekis;

C. Didėja vidinė energija; D. Mažėja vidinė energija.

2.10 Vykstant bet kokiam procesui tam tikros masės dujose nesikeičia santykis:

A. pV/T; B. p/T; C. V/T; D. pV.

2.11 Izobariniame procese pakaitinus ν molių helio, dujų tūris padidėjo 2 kartus. Pradinė dujų temperatūra buvo T. Dujoms suteiktas šilumos kiekis lygus:

A. $7\nu RT/2$; B. $5\nu RT/2$; C. $3\nu RT/2$; D. νRT.

2.12 Vielą galima įšildyti spiritinės lemputės liepsnoje arba ją daug kartų lankstant. Ar būsime teisūs, sakydami, kad abiem atvejais vielutė gavo tam tikrą šilumos kiekį?

A. Abiem atvejais teisūs; B. Abiem atvejais neteisūs;

C. Pirmuoju atveju neteisūs, antruoju – teisūs; D. Pirmuoju atveju teisūs, antruoju – neteisūs.

2.13 Vanduo butelyje užšalo. Kaip pasikeitė atstumai tarp molekulių?
A. Padidėjo; B. Nepasikeitė;
C. Sumažėjo; D. Tai priklauso nuo temperatūros.

2.14 Iškrito šerkšnas. Kokioje būsenoje yra vanduo?
A. Vanduo atšalo; B. Vanduo išgaravo;
C. Vandens būsena nepakito; D. Vanduo virto ledu.

2.15 Sausas ir drėgnas oras toje pačioje temperatūroje, esant tam pačiam slėgiui, užima 1 m^3 tūrį. Kuris teiginys teisingas?
A. Drėgno oro tankis mažesnis už sauso oro tankį;
B. Sauso oro molekulių skaičius didesnis už drėgno;
C. Sauso oro ir drėgno oro tankiai vienodi;
D. Drėgno oro tankis didesnis už sauso oro tankį.

2.16 Kapiliaro sieneles nedrėkinančio skysčio lygis kapiliare, lyginant jį su skysčio lygiu plačiame inde, yra:
A. Toks pat; B. Aukštesnis;
C. Žemesnis; D. Neapibrėžtas.

2.17 Spyruoklė, kurios ilgis l, standumas k, buvo padalyta į 2 lygias dalis. Kam lygus kiekvienos naujos spyruoklės standumas?
A. k; B. $k/2$; C. $2k$; D. $4k$.

2.18 Stiklinę lazdelę patrynė šilku. Lazdelė ėmė traukti popieriaus skiauteles. Kodėl?
A. Lazdelė įsielektrino; B. Lazdelė įsimagnetino;
C. Lazdelė sušilo; D. Stambesni kūnai visada traukia popieriaus skiauteles.

2.19 Kam lygus elektrinio lauko stipris tolygiai įelektrinto R spindulio žiedo viduryje?
A. $2R$; B. $R/2$; C. 0; D. $4/3R$.

2.20 Du oriniai kondensatoriai yra vienodos formos ir vienodų matmenų. Pirmasis yra aliumininis, antrasis – varinis. Kurio kondensatoriaus elektrinė talpa didesnė?
A. Elektrinės talpos vienodos; B. Aliumininio;
C. Varinio; D. Tai priklauso nuo įtampos.

2.21 Kondensatorius prijungtas prie nuolatinės srovės šaltinio. Kaip pasikeis kondensatoriaus elektrostatinio lauko energija, tarp jo plokštelių įdėjus dielektriką, kurio dieelektrinė skvarba ε?
A. Sumažės ε kartų; B. Padidės ε kartų;
C. Padidės ε^2 kartų; D. Nepasikeis.

2.22 Kuri formulė nusako elektros srovės darbą, atliekamą pernešant krūvį elektriniame lauke?
A. $A = Fs$; B. $U = IR$; C. $A = qU$; D. $Q = qm$.

2.23 Elektros lempute teka 0,4 A srovė. Lemputė įjungta į 220 V įtampos tinklą. Lemputės elektrinė varža yra:
A. 5,5 Ω; B. 55 Ω; C. 550 Ω; D. 88 Ω.

2.24 Elektros grandinės dalies varža yra 120 Ω, grandine teka 300 mA srovė. Raskite įtampą grandinės dalyje.
A. 36 000 V; B. 400 V; C. 36 V; D. 25 V.

2.25 Keturi rezistoriai, kurių varžos yra po 30 Ω, sujungti nuosekliai ir prijungti prie 12 V įtampos šaltinio. Kiek kartų pakis elektros srovė grandinėje, rezistorius sujungus lygiagrečiai?
A. 4 kartus sumažės; B. 4 kartus padidės;
C. 16 kartų sumažės; D. Nepakis.

2.26 Lituoklis, paskaičiuotas 220 V įtampai, buvo įjungtas į 110 V įtampos tinklą. Lituoklio galia, laikant kad jo varža nesikeičia:
A. Sumažėjo 4 kartus; B. Padidėjo 4 kartus;
C. Sumažėjo 2 kartus; D. Padidėjo 2 kartus.

2.27 Pastate yra 12 kambarių. Kiekviename kambaryje yra po dvi 100 W galios elektros lemputes, kurios kas dieną įjungiamos 5 valandoms. Kiek kilovatvalandžių elektros energijos suvartojama per lapkričio mėnesį?
A. 1800 kWh; B. 360 kWh; C. 180 kWh; D. 36 kWh.

2.28 Daugumos elektrovakuuminių prietaisų veikimas pagrįstas:
A. Termoelektronine emisija; B. Dujų jonizacija;
C. Elektronų ir skylių rekombinacija; D. Savaiminiu dujų išlydžiu.

2.29 Elektros srovę puslaidininkiuose sukelia:
A. Jonai; B. Elektronai;
C. Elektronai ir jonai; D. Elektronai ir skylės.

2.30 Kaitinant puslaidininkį, jo varža:
A. Nekinta;
B. Didėja, nes stipėja atomų šiluminis judėjimas;
C. Mažėja, nes didėja įelektrintų dalelių koncentracija;
D. Mažėja, nes didėja jonų greičiai.

Atsakymai:

1 testas

Nr.	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10
Ats.	B	C	C	D	D	A	C	B	B	A

1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20
C	B	C	C	D	D	A	C	B	B

1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26	1.27	1.28	1.29	1.30
A	C	D	A	D	D	D	A	C	A

2 testas

Nr.	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	2.10
Ats.	C	D	C	B	D	D	B	B	B	A

2.11	2.12	2.13	2.14	2.15	2.16	2.17	2.18	2.19	2.20
B	D	A	D	A	C	C	A	C	A

2.21	2.22	2.23	2.24	2.25	2.26	2.27	2.28	2.29	2.30
B	C	C	C	B	A	B	A	D	C

Rima Grabauskaitė, Birutė Jakavonienė, Kazimieras Lipskis
PASIRENGIMO BAIGIAMIESIEMS EGZAMINAMS MEDŽIAGA. FIZIKA I

2006 11 15. 12,5 sp. l. Užs. Nr. 1136
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius
Spausdino UAB „Vilniaus spauda“,
Viršuliškių skg. 80, LT-05131 Vilnius